



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمارو احتمال یازدهم فصل ۱ آموزشی

۱) اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  سه گزاره باشند به طوری که ارزش هر دو گزاره  $p \vee q$  و  $p \wedge r$  درست باشد، آن گاه ارزش گزاره های  $p$ ،  $q$  و  $r$  به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

- (۱) د-ن-د (۲) ن-د-ن (۳) د-ن-ن (۴) ن-د-د

۲) گر ارزش گزاره های  $(\sim r)$  و  $(\sim(\sim q))$  درست و گزاره های دلخواه باشد، ارزش گزاره  $p \vee (r \wedge q)$ ، با ارزش کدام یک از گزاره های زیر یکسان است؟

- (۱) T (۲) F (۳) P (۴)  $\sim P$

۳) گزاره  $\sim(p \Rightarrow q)$ ، با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

- (۱)  $\sim p \vee q$  (۲)  $p \vee \sim q$  (۳)  $\sim p \wedge q$  (۴)  $p \wedge \sim q$

۴) اگر دو مجموعه  $A = \{a, \{b+1, c-3\}, 5\}$  و  $B = \{a+1, \{b-2\}, \{7, 2\}\}$  برابر باشند، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۵) چه تعداد از گزاره های زیر درست است؟

الف)  $\emptyset = \{\emptyset\}$  ب)  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$  پ)  $\emptyset \in \{\emptyset\}$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶) اگر  $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  باشد، چه تعداد از موارد زیر، یک افراز برای  $X$  محسوب می شود؟

الف)  $\{a, c, e\}, \{b\}, \{d, g\}$  ب)  $\{a, e, g\}, \{c, d\}, \{b, e, f\}$

پ)  $\{a, b, e, g\}, \{c, d\}, \{f, h\}$  ت)  $\{a\}, \{b, c\}, \{d\}, \{f, g\}, \{e\}$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷) اگر عضو ۳ از اعضای مجموعه  $A$  کم شود، تعداد زیرمجموعه های آن، ۲۲۴ واحد کاهش می یابد. مجموعه  $A$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

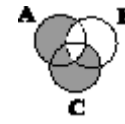
۸) مجموعه  $A = \{3, 7, 10, 12, 15\}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\{3, 7, x-2\}$  و  $\{15, y+5\}$  یک افراز برای  $A$  باشد، آن گاه بیشترین مقدار  $xy$  کدام است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۷۸ (۳) ۸۴ (۴) ۸۸

۹) اگر  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ ،  $B = \{5, 6, \dots, 15\}$  و  $C = \{9, 10, \dots, 20\}$ ، آن گاه کدام یک از مجموعه های زیر، تعداد اعضای بیشتری دارد؟

- (۱)  $A - (B \cup C)$  (۲)  $(A \cup B) - C$   
(۳)  $(A \cap B) - C$  (۴)  $(A - B) \cup (C - B)$

۱۰ ناحیه هاشورخورده در شکل مقابل، معادل کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟



$$[A - (B \cup C)] \cup (B - A) \quad (۲)$$

$$(A \cup B) - (A \cap B \cap C) \quad (۴)$$

$$(A \cup B \cup C) - (A \cup C) \quad (۱)$$

$$(A - B) \cup (C - A) \quad (۳)$$

۱۱ مجموعه  $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$  همواره برابر با کدام مجموعه است؟

$$A' \quad (۴)$$

$$\emptyset \quad (۳)$$

$$B \quad (۲)$$

$$B - A \quad (۱)$$

۱۲ حاصل عبارت  $[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A]$  کدام است؟

$$A \quad (۴)$$

$$B \quad (۳)$$

$$A \cap B' \quad (۲)$$

$$\emptyset \quad (۱)$$

۱۳ اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه دلخواه باشند، حاصل عبارت  $(A - B') \cup (A - C') \cup [A - (B \cup C)]$  همواره برابر کدام است؟

$$B \cap C \quad (۴)$$

$$B \cup C \quad (۳)$$

$$A \cap B \quad (۲)$$

$$A \quad (۱)$$

۱۴  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه هستند. متمم مجموعه  $(B' - A) \cup (A' - B)$  همواره کدام است؟

$$A' \cup B' \quad (۴)$$

$$A' \cap B' \quad (۳)$$

$$A \cup B \quad (۲)$$

$$A \cap B \quad (۱)$$

۱۵ متمم مجموعه  $[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')]$  کدام است؟

$$A' \cap B' \quad (۴)$$

$$A \cup B \quad (۳)$$

$$A' \quad (۲)$$

$$A \quad (۱)$$



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمارو احتمال یازدهم فصل ۱ آموزشی

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

چون ارزش گزاره  $p \wedge r \sim$  درست است، پس ارزش هر دو گزاره  $p \sim$  و  $r$  درست و در نتیجه ارزش  $p$  نادرست است. با توجه به نادرستی ارزش گزاره  $p$ ، ارزش گزاره  $p \vee q$ ، تنها در صورتی درست است که ارزش  $q$  درست باشد.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

چون  $(\sim r)$  درست است پس  $r$  نادرست است و چون  $(\sim(\sim q))$  درست است، پس  $q$  درست است. در نتیجه  $r \wedge q$  نادرست و  $(r \wedge q) \sim$  درست خواهد شد. ترکیب فصلی  $T$  با  $p$  نیز همواره درست است.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه ۴

طبق قوانین جبر گزاره‌ها داریم:  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4$$

$$a = b - 2 \Rightarrow 4 = b - 2 \Rightarrow b = 6$$

$$\{b + 1, c - 3\} = \{7, 2\} \xrightarrow{b+1=7} c - 3 = 2 \Rightarrow c = 5$$

$$a + b + c = 4 + 6 + 5 = 15$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

تنها گزاره «الف» نادرست است، زیرا  $\emptyset$  مجموعه‌ای فاقد عضو و  $\{\emptyset\}$  مجموعه‌ای دارای یک عضو است. تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است، پس گزاره  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$  درست است. همچنین مجموعه  $\{\emptyset\}$  شامل عضو  $\emptyset$  است، پس  $\emptyset \in \{\emptyset\}$  است.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

تنها حالت «ت» یک افراز برای مجموعه  $X$  است. در حالت «الف»،  $f$  در هیچ کدام از زیرمجموعه‌ها وجود ندارد. در حالت «ب»،  $e$  به دو زیرمجموعه تعلق دارد. در حالت «پ»،  $h$  عضو مجموعه  $X$  نیست.

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم مجموعه  $A$  دارای  $n$  عضو باشد. میدانیم تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $2^n$  است، پس داریم:

$$2^{n-3} = 2^n - 224 \Rightarrow 2^n - 2^{n-3} = 224 \Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 224$$

$$\Rightarrow 7 \times 2^{n-3} = 224 \Rightarrow 2^{n-3} = 32 \Rightarrow n - 3 = 5 \Rightarrow n = 8$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

دو حالت می‌توان در نظر گرفت:

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} x - 2 = 10 \Rightarrow x = 12 \\ y + 5 = 12 \Rightarrow y = 7 \end{cases} \Rightarrow xy = 12 \times 7 = 84$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{cases} x - 2 = 12 \Rightarrow x = 14 \\ y + 5 = 10 \Rightarrow y = 5 \end{cases} \Rightarrow xy = 14 \times 5 = 70$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

گزینه «۱»:  $A - (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\}$ گزینه «۲»:  $(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ گزینه «۳»:  $(A \cap B) - C = \{5, 6, 7, 8\}$ 

گزینه «۴»:

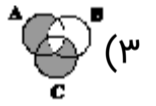
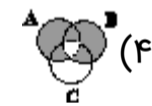
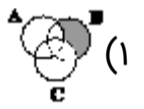
 $(A - B) \cup (C - B) = \{1, 2, 3, 4, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 

مجموعه گزینه «۴» با ۹ عضو، بیشترین تعداد عضو را دارد.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

شکل هر گزینه را رسم می کنیم:



همان طور که مشاهده می شود، ناحیه هاشورخورده در شکل صورت سؤال معادل ناحیه هاشورخورده در گزینه «۳» است.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

طبق قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = (A \cap B)' \cap (A \cup B) \cap A'$$

$$= (A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A' = \underbrace{[B \cup (A \cap A')]}_{\emptyset} \cap A'$$

$$= B \cap A' = B - A$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

$$[A \cap (B \cup C)] \subseteq A \quad (۱) \quad A \subseteq [(B - C) \cup A] \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow [A \cap (B \cup C)] \subseteq [(B - C) \cup A]$$

$$\Rightarrow [A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A] = \emptyset$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A - B') \cup (A - C') \cup [A - (B \cup C)]$$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup [A \cap (B \cup C)']$$

$$= [A \cap (B \cup C)] \cup [A \cap (B \cup C)'] = A \cap \underbrace{[(B \cup C) \cup (B \cup C)']}_{U} = A$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$[(B' - A) \cup (A' - B)]' = [(B' \cap A') \cup (A' \cap B')]'$$

$$= (A' \cap B')' = A \cup B$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۲

طبق قانون جذب،  $A \cap (A \cup B) = A$  است. از طرفی  $(A - B)$  و  $(B \cap A')$  دو مجموعه جدا از هم هستند، بنابراین داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')] = A \cup (A - B)$$

$$= A \cup \underbrace{(A \cap B')}_{\text{قانون جذب}} = A \xrightarrow{\text{متمم}} A$$



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار و احتمال یازده ریاضی زماندار

۱) کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱)  $\exists x \in \mathbb{N}; x^3 < x$   
 (۲)  $\forall x \in [0, +\infty); \frac{|x|}{x} = 1$   
 (۳)  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 = 8k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$   
 (۴)  $\forall x \in \mathbb{R}; \tan x \cdot \cot x = 1$

۲) در چند حالت از جدول ارزش گزاره‌های  $p, q, r$ ، ارزش گزاره  $(\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim r \vee \sim p)$  نادرست است؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۳) نقیض گزاره «همه ریاضی‌دانانی که فیزیک‌دان نیستند، استعداد خوبی در شطرنج دارند» کدام است؟

- (۱) ریاضی‌دانی وجود دارد که با این که فیزیک‌دان است، استعداد خوبی در شطرنج دارد.  
 (۲) ریاضی‌دانی وجود دارد که با این که فیزیک‌دان نیست، استعداد خوبی در شطرنج ندارد.  
 (۳) فیزیک‌دانی وجود دارد که ریاضی‌دان نیست اما استعداد خوبی در شطرنج دارد.  
 (۴) همه ریاضی‌دانانی که فیزیک‌دان نیستند، در شطرنج استعداد خوبی ندارند.

۴) اگر ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q)$  نادرست و گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (۱)  $(p \vee r) \Rightarrow (q \vee r)$   
 (۲)  $(p \vee q) \wedge r$   
 (۳)  $(p \vee \sim q) \vee r$   
 (۴)  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$

۵) اگر مجموعه اعداد طبیعی دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر باشد، مجموعه جواب کدام گزاره‌نما تهی است؟

- (۱)  $2^n < n^2$   
 (۲)  $n^2 < 8n - 15$   
 (۳)  $n! \leq \frac{n^2}{4}$   
 (۴)  $2n^2 < 5 - 3n$

۶) اگر از مجموعه  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ، سه عضو حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه آن ۱۱۲ واحد کم می‌شود. A چند عضو دارد؟

- (۱) ۵  
 (۲) ۶  
 (۳) ۷  
 (۴) ۸

۷) در چند زیرمجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، بزرگ‌ترین عضو سه برابر کوچک‌ترین عضو است؟

- (۱) ۴۰  
 (۲) ۴۲  
 (۳) ۴۸  
 (۴) ۵۲

۸) اگر  $A, B$  و  $C$  سه مجموعه دوه‌دو متمایز و  $A \cup B \subseteq A \cap C$  باشد، آن‌گاه کدام یک از مجموعه‌های زیر با سایرین متفاوت است؟

- (۱)  $B - A$   
 (۲)  $A - C$   
 (۳)  $B - C$   
 (۴)  $C - B$

۹) برای سه مجموعه  $A, B$  و  $C$ ، اگر  $C - A = B - C = \emptyset$  باشد، آن‌گاه کدام رابطه همواره درست است؟

- (۱)  $A' \subseteq B'$   
 (۲)  $B' \subseteq A'$   
 (۳)  $A \cap B = \emptyset$   
 (۴)  $A - B = \emptyset$

۱۰) کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه  $A = \{x | 2x \in \mathbb{N}, 3x < 10\}$  مساوی است؟

$$B_2 = \left\{ \frac{x}{2} \mid x \in \mathbb{N}, 3x < 5 \right\} \quad (۲)$$

$$B_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3x < 5\} \quad (۱)$$

$$B_4 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3x < 20\} \quad (۴)$$

$$B_3 = \left\{ \frac{x}{3} \mid x \in \mathbb{N}, 3x < 20 \right\} \quad (۳)$$

۱۱) یکی از افرازهای مجموعه  $A$  به صورت  $\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c\}$  است. تعداد افرازهای مجموعه  $A$  که فاقد مجموعه تک‌عضوی باشند، کدام است؟

$$۶ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

۱۲) اگر  $A = \{\{1, 2\}, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  و  $C = \{\{1, 2\}\}$  باشد، آنگاه کدام دسته از روابط زیر همگی صحیح هستند؟

$$B \not\subseteq C \text{ و } B \in A \text{ و } B \subseteq A \quad (۲)$$

$$B \subseteq C \text{ و } B \in A \text{ و } B \subseteq A \quad (۱)$$

$$B \not\subseteq C \text{ و } B \in A \text{ و } B \not\subseteq A \quad (۴)$$

$$B \subseteq C \text{ و } B \notin A \text{ و } B \subseteq A \quad (۳)$$

۱۳) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، گزاره سوری « $\forall x; x \in B \Rightarrow x \notin A$ » معادل کدام یک از روابط زیر است؟

$$A' \subseteq B' \quad (۴)$$

$$A \subseteq B \quad (۳)$$

$$A' \subseteq B \quad (۲)$$

$$A \subseteq B' \quad (۱)$$

۱۴) مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  را به چند طریق می‌توان افراز کرد به گونه‌ای که ۱ و ۲ به یک زیرمجموعه تعلق نداشته باشند؟

$$۱۰ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۷ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۱)$$

۱۵) اگر  $\forall x \in U; (x \notin C \Rightarrow x \notin A) \wedge (x \notin B \Rightarrow x \in A)$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟  $(A, B, C)$  سه مجموعه دلخواه و  $U$  مجموعه مرجع است.

$$\forall x \in U; x \notin B \Rightarrow x \notin C \quad (۲)$$

$$\forall x \in U; x \notin C \Rightarrow x \notin B \quad (۱)$$

$$\forall x \in U; x \notin C \Rightarrow x \in B \quad (۴)$$

$$\forall x \in U; x \in C \Rightarrow x \notin B \quad (۳)$$

۱۶) اگر  $A = \{1, 4\}$  و  $B = \{1, 2\}$  باشد، آنگاه مجموعه  $(A \times B) \cap (B \times A)$  چند عضو دارد؟

$$\text{بی‌شمار} \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۱۷) اگر  $A, B$  و  $C$  سه مجموعه دلخواه و رابطه  $(A \cap B)' \cap (A \cup B') \cap C = C$  بین آنها برقرار باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر همواره برقرار است؟

$$B' \cap C' = \emptyset \quad (۴)$$

$$B' \cap C = \emptyset \quad (۳)$$

$$B \cap C' = \emptyset \quad (۲)$$

$$B \cap C = \emptyset \quad (۱)$$

۱۸) دو مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + ax + 1 = 0\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$  مفروض‌اند. به ازای کدام مجموعه زیر، رابطه  $A \times B = B \times A$  برقرار است؟

هیچ مقداری برای  $a$  وجود ندارد.  $(۴)$

$$\{a \in \mathbb{R} \mid a < -2\} \quad (۳)$$

$$\{a \in \mathbb{R} \mid -2 < a < 2\} \quad (۲)$$

$$\{a \in \mathbb{R} \mid a > 2\} \quad (۱)$$

۱۹) اگر مجموعه  $A \times B$  دارای ۸ عضو و مجموعه  $B \times C$  دارای ۱۲ عضو باشد، در این صورت حداقل تعداد اعضای مجموعه  $C \times A$  کدام است؟

$$۱۲ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۲۰) مجموعه  $A - (B - C)$  همواره با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$$(A - B) \cup (A \cap C) \quad (۴)$$

$$(A - B) \cap C \quad (۳)$$

$$(A - B) \cup (A - C) \quad (۲)$$

$$(A - B) - C \quad (۱)$$



۲۱) اگر  $N$  مجموعه اعداد طبیعی،  $C = \{2n : n \in N\}$  و  $K = \{m^2 : m \in N\}$  باشند، کدام یک از زوج‌مرتب‌های زیر متعلق به مجموعه  $(K - C) \times (N - K)$  می‌باشد؟

(۲۵, ۸) (۴)

(۱۶, ۱۲) (۳)

(۱۵, ۱) (۲)

(۹, ۴) (۱)

۲۲) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی و  $B \subseteq A'$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $[B - (A' \cap B')] \cup [A - (B' \cap A)]$  همواره کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

B (۲)

A (۱)

U (۴)

A ∪ B (۳)

۲۳) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، متمم مجموعه  $[A' \cap (A \cup B)] \cap [A \cap (A' \cup B')]$  همواره برابر کدام است؟

U (۴)

A' (۳)

A (۲)

 $\emptyset$  (۱)

۲۴) اگر  $(A' \cup B)' \subseteq (B - A)'$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

A - B =  $\emptyset$  (۲)

A - B = A (۱)

A ∩ B = B (۴)

A ∪ B = U (۳)

۲۵) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، حاصل عبارت  $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \sim p \wedge (p \Rightarrow q)$  همواره کدام است؟

B' (۴)

B (۳)

A' (۲)

A (۱)



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار و احتمال یازده ریاضی زماندار

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۱»: به ازای هر  $x \in \mathbb{N}$ ،  $x^3 \geq x$  است، بنابراین گزاره سوری نادرست است.

گزینه «۲»: دامنه تابع  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  به صورت  $\mathbb{R} - \{0\}$  است، پس به ازای  $x = 0$ ، رابطه داده شده صحیح نیست و در نتیجه گزاره سوری نادرست است.

گزینه «۳»: اگر  $x = 1$  باشد، آن گاه  $1^2 = 1 + 1 = 2$  است، پس گزاره سوری درست است.

گزینه «۴»: اگر  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) باشد،  $\cot x$  و در صورتی که  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$  باشد،  $\tan x$  تعریف نشده است، پس گزاره سوری نادرست است.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ارزش گزاره  $\sim r \vee (\sim p \Rightarrow q)$  تنها در حالتی نادرست است که گزاره‌های  $(\sim r)$  و  $(\sim p \Rightarrow q)$  هر دو نادرست باشند. در این صورت گزاره  $r$  درست، گزاره  $(\sim p)$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. بنابراین تنها در حالتی از جدول که گزاره  $r$  درست و دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشند، ارزش گزاره مورد نظر نادرست می‌گردد.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض کنید  $A$  مجموعه ریاضی‌دان‌هایی باشد که فیزیک‌دان نیستند و  $B$  مجموعه انسان‌هایی باشد که استعداد خوبی در شطرنج دارند. طبق فرض سؤال  $\forall x \in A ; x \in B$  که نقیض آن معادل است با  $\exists x \in A ; x \notin B$ ، یعنی ریاضی‌دانی وجود دارد که فیزیک‌دان نیست و استعداد خوبی در شطرنج ندارد.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

چون ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q)$  نادرست است، پس ارزش دو گزاره  $(p \wedge q)$  و  $(p \vee q)$  مخالف یکدیگر است. اگر گزاره  $(p \wedge q)$  درست باشد، آن گاه گزاره  $(p \vee q)$  قطعاً درست است، بنابراین لزوماً باید  $(p \wedge q)$  نادرست و  $(p \vee q)$  درست باشد که در این صورت ارزش یکی از دو گزاره  $p$  و  $q$  درست و دیگری نادرست است.

گزینه «۱»: اگر  $p$  درست و  $q$  و  $r$  نادرست باشند، داریم:

$$(p \vee r) \Rightarrow (q \vee r) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

گزینه «۲»: اگر  $r$  نادرست باشد، داریم:

$$(p \vee q) \wedge r \equiv T \wedge F \equiv F$$

گزینه «۳»: اگر  $p$  و  $r$  نادرست و  $q$  درست باشد، داریم:

$$(p \vee \sim q) \vee r \equiv (F \vee F) \vee F \equiv F$$

گزینه «۴»: ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  مخالف یکدیگر است، بنابراین گزاره  $(p \Leftrightarrow q)$  قطعاً نادرست است و در نتیجه گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$  به انتفای مقدم درست می‌باشد.

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

گزینه «۱»: نامساوی  $n^2 < 2^n$  به ازای  $n = 3$  برقرار است، یعنی داریم:

$$2^3 < 3^2$$

گزینه «۲»:

$$n^2 < 8n - 15 \Rightarrow n^2 - 8n + 15 < 0 \Rightarrow (n - 3)(n - 5) < 0$$

$$\Rightarrow 3 < n < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای  $n = 4$  برقرار است.

گزینه «۳»: حالت تساوی رابطه به ازای  $n = 2$  برقرار است، یعنی داریم:

$$2! \leq \frac{2^2}{2}$$

گزینه «۴»:

$$2n^2 < 5 - 3n \Rightarrow 2n^2 + 3n - 5 < 0 \Rightarrow (n - 1)(2n + 5) < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2} < n < 1$$

نامساوی به ازای هیچ عدد طبیعی  $n$  برقرار نیست، پس مجموعه جواب گزاره‌نما، تهی است.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

با فرض  $|A| = n$ ، نتیجه می‌شود که  $A$  دارای  $2^n$  زیرمجموعه است:

$$2^n - 2^{n-3} = 112$$

$$\Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 112 \Rightarrow 2^{n-3} \times 7 = 112$$

$$\Rightarrow 2^{n-3} = 16 \Rightarrow 2^{n-3} = 2^4 \Rightarrow n = 7$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

(۱) بزرگ‌ترین عضو ۳ و کوچک‌ترین عضو ۱ باشد. در این صورت تنها دو زیرمجموعه  $\{1, 3\}$  و  $\{1, 2, 3\}$  وجود دارد.(۲) بزرگ‌ترین عضو ۶ و کوچک‌ترین عضو ۳ باشد. در این حالت تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{3, 4, 5\}$  یعنی برابر  $2^3 = 8$  است.(۳) بزرگ‌ترین عضو ۹ و کوچک‌ترین عضو ۳ باشد. در این حالت تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  یعنی  $2^6 = 64$  است.

بنابراین تعداد کل زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$2 + 8 + 64 = 74$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$B \subseteq A \cup B \xrightarrow{A \cup B \subseteq A \cap C} B \subseteq A \cap C \xrightarrow{A \cap C \subseteq A} B \subseteq A \quad (1)$$

$$A \subseteq A \cup B \xrightarrow{A \cup B \subseteq A \cap C} A \subseteq A \cap C \xrightarrow{A \cap C \subseteq C} A \subseteq C \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow B \subseteq A \subseteq C$$

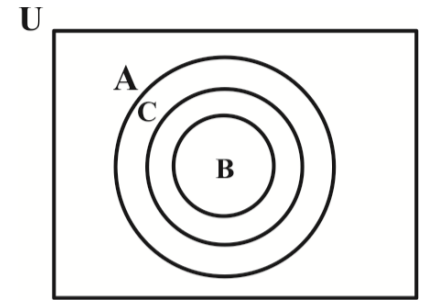
بنابراین مجموعه‌های  $B - A$ ،  $A - C$  و  $B - C$  برابر تهی هستند.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} B - C = \emptyset \Rightarrow B \subseteq C \\ C - A = \emptyset \Rightarrow C \subseteq A \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq B'$$



همان طور که در نمودار و مشاهده می‌شود،  $A \cap B = B$ ،  $A - B \neq \emptyset$  است.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به تعریف مجموعه A داریم:

$$A = \left\{ \frac{1}{4}, 1, \frac{3}{4}, 2, \frac{5}{4}, 3 \right\}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:  $B_1 = \{1\}$

گزینه «۲»:  $B_2 = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$

گزینه «۳»:  $B_3 = \left\{ \frac{1}{4}, 1, \frac{3}{4}, 2, \frac{5}{4}, 3 \right\}$

گزینه «۴»:  $B_4 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

بنابراین مجموعه  $B_3$  مساوی با مجموعه A است.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به افراز داده شده، مجموعه A دارای ۴ عضو است. افرازهای مورد نظر به یکی از دو صورت زیر هستند:



$$\text{تعداد افرازا} = \binom{4}{4} + \frac{\binom{4}{2}}{2!} = 1 + 3 = 4$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

مجموعه B شامل دو عضو ۱ و ۲ هست که هر دو به A تعلق دارند، پس  $B \subseteq A$  ولی مجموعه C شامل تنها یک عضو به صورت  $\{1, 2\}$  می باشد، پس  $B \not\subseteq C$ . از طرفی مجموعه A دارای عضوی به صورت  $\{1, 2\}$  است، بنابراین  $B \in A$ .

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

می دانیم یک ترکیب شرطی با عکس نقیض آن ترکیب شرطی هم ارز است، بنابراین داریم:

$$(\forall x ; x \in B \Rightarrow x \notin A) \equiv (\forall x ; x \in A \Rightarrow x \notin B)$$

$$\equiv (\forall x ; x \in A \Rightarrow x \in B')$$

با توجه به گزاره آخر، رابطه  $A \subseteq B'$  برقرار است.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

افزادهای مورد نظر عبارتند از:

۱)  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$

۲)  $\{1\}, \{2\}, \{3, 4\}$

۳)  $\{1\}, \{2, 3\}, \{4\}$

۴)  $\{1\}, \{2, 4\}, \{3\}$

۵)  $\{1\}, \{2, 3, 4\}$

۶)  $\{2\}, \{1, 3, 4\}$

۷)  $\{2\}, \{1, 3\}, \{4\}$

۸)  $\{2\}, \{1, 4\}, \{3\}$

۹)  $\{1, 3\}, \{2, 4\}$

۱۰)  $\{1, 4\}, \{2, 3\}$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

فرض کنید M یک مجموعه دلخواه باشد. اگر  $x \in U$  و  $x \notin M$ ، آن گاه  $x \in M'$ ، بنابراین داریم:

$$\forall x \in U ; (x \notin C \Rightarrow x \notin A) \Leftrightarrow C' \subseteq A' \Leftrightarrow A \subseteq C \quad (1)$$

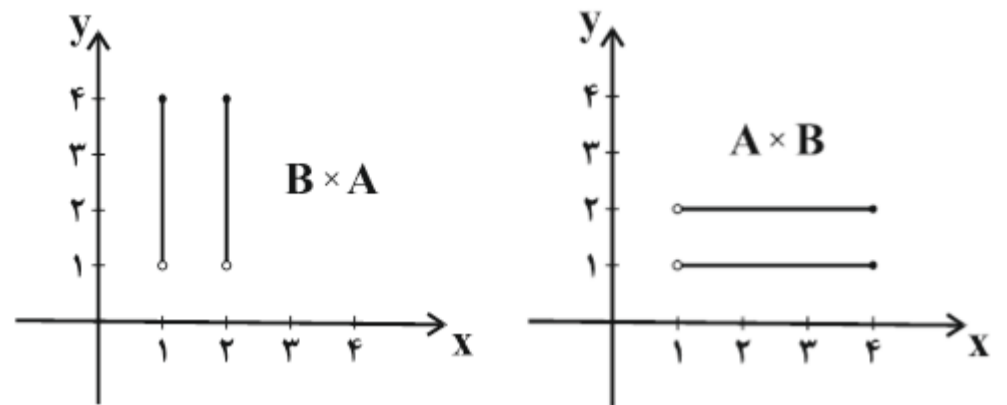
$$\forall x \in U ; (x \notin B \Rightarrow x \in A) \Leftrightarrow B' \subseteq A \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow B' \subseteq C \Rightarrow C' \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in U ; (x \notin C \Rightarrow x \in B)$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»



از روی نمودار، اشتراک مجموعه‌های  $A \times B$  و  $B \times A$ ، تنها نقطه  $(2, 2)$  است.

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۱

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cap B)' \cap (A \cup B') \cap C = [(A' \cup B') \cap (A \cup B')] \cap C$$

$$= \left[ \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup B' \right] \cap C = B' \cap C$$

بنابراین با توجه به فرض سؤال داریم:

$$B' \cap C = C \Rightarrow C - B = C$$

در نتیجه دو مجموعه  $B$  و  $C$  جدا از هم هستند، یعنی  $B \cap C = \emptyset$  است.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

اگر  $A \times B = B \times A$  باشد، آنگاه  $A = \emptyset$  یا  $B = \emptyset$  یا  $A = B$  است. با توجه به این که  $B = \{1, 2, 3\}$  است، پس حالت  $B = \emptyset$  امکان‌پذیر نیست. از طرفی معادله  $x^2 + ax + 1 = 0$  حداکثر دارای دو جواب است، یعنی حداکثر تعداد اعضای مجموعه  $A$ ، برابر ۲ است و در نتیجه حالت  $A = B$  نیز امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین قطعاً  $A = \emptyset$  است. داریم:

$$x^2 + ax + 1 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow |a| < 2 \Rightarrow -2 < a < 2$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B) = ۸$$

$$n(B \times C) = n(B) \times n(C) = ۱۲$$

برای این که مجموعه  $C \times A$  دارای حداقل تعداد عضوهای ممکن باشد، باید  $n(A)$  و  $n(C)$  کمترین مقدار ممکن باشند، بنابراین کافی است تا  $n(B)$  بیشترین مقدار باشد در واقع  $n(B)$  باید بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۸ و ۱۲ یعنی برابر ۴ باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} n(A) = ۲ \\ n(C) = ۳ \end{array} \right\} \Rightarrow n(C \times A) = n(C) \times n(A) = ۶$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} A - (B - C) &= A - (B \cap C') = A \cap (B \cap C')' \\ &= A \cap (B' \cup C) = (A \cap B') \cup (A \cap C) = (A - B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۴

اعداد طبیعی مربع کاملی که زوج نباشند:  $K - C$ اعداد طبیعی که مربع کامل نباشند:  $N - K$ 

از این رو زوج مرتب (۸, ۲۵) عضو مجموعه  $(K - C) \times (N - K)$  می‌باشد، چرا که ۲۵ عددی مربع کامل و غیرزوج بوده و ۸ نیز مربع کامل نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $۴$  مربع کامل است  $\Rightarrow (۹, ۴)$ گزینه «۲»:  $۱۵$  مربع کامل غیرزوج نیست  $\Rightarrow (۱۵, ۱)$ گزینه «۳»:  $۱۶$  مربع کامل غیرزوج نیست  $\Rightarrow (۱۶, ۱۲)$



سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned}
 & (A \cap B)' \cap (A \cup B') \cap C = C \\
 & \Rightarrow [(A' \cup B') \cap (A \cup B')] \cap C = C \\
 & \Rightarrow \underbrace{[(A' \cap A) \cup B']}_{\emptyset} \cap C = C \\
 & \Rightarrow B' \cap C = C \Rightarrow C \subseteq B' \Rightarrow C \text{ و } B \text{ جدا از هم هستند} \Rightarrow B \cap C = \emptyset
 \end{aligned}$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned}
 & [A' \cap (A \cup B)] \cap [A \cap (A' \cup B')] \\
 & = [(A' \cap A) \cup (A' \cap B)] \cap [(A \cap A') \cup (A \cap B')] \\
 & = [\emptyset \cup (A' \cap B)] \cap [\emptyset \cup (A \cap B')] \\
 & = (B \cap A') \cap (A \cap B') = (B - A) \cap (A - B) = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} U
 \end{aligned}$$

تذکر: دو مجموعه  $(A - B)$  و  $(B - A)$ ، دو مجموعه جدا از هم هستند.

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$(A' \cup B')' \subseteq (B - A)' \Rightarrow (A \cap B) \subseteq (B \cap A)'$$

یک مجموعه و متمم آن، جدا از هم هستند، پس تنها در صورتی یک مجموعه زیرمجموعه متمم خود است که آن مجموعه تهی باشد. در این صورت داریم:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B']$$

$$= (A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B] \quad \text{تبدیل تفاضل به اشتراک}$$

$$= (A' \cap B) \cup (B \cap A) \quad (A \cap B) \subseteq B$$

$$= (B \cap A') \cup (B \cap A) \quad \text{جاب‌جایی در اشتراک}$$

$$= B \cap (A' \cup A) \quad \text{فاکتورگیری}$$

$$= B \cap U = B$$



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار و احتمال ریاضی یازدهم فصل ۲ آموزشی

① در پرتاب یک تاس احتمال این که عدد ظاهر شده مضرب ۳ نباشد یا اول نباشد، چقدر است؟

- ①  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{1}{6}$  (۱)

② اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه S باشند، کدام یک از روابط زیر همواره درست است؟

- $P(A \cup B) = P(A) + P(A - B)$  (۲)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  (۱)  
 $P(A \cup B) = P(A - B) + P(A \cap B)$  (۴)  $P(A \cup B) = P(A - B) + P(B)$  (۳)

③ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S،  $P(A \cup B) = 0.78$ ،  $P(A - B) = 0.33$  و  $P(B - A) = 0.27$  باشد،  $P(A' \cup B')$  کدام است؟

- ①  $0.80$  (۲)  $0.82$  (۳)  $0.84$  (۴)  $0.86$  (۱)

④ اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند،  $P(A - B)$  همواره برابر کدام است؟

- $P(A) - P(B)$  (۱)  $P(A \cap B)$  (۲)  
 $P(A \cup B)$  (۳)  $P(A)$  (۴)

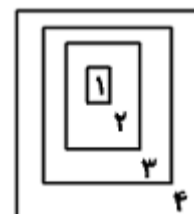
⑤ در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع هر عدد غیراول سه برابر احتمال وقوع هر عدد اول است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال مشاهده کدام یک از پیشامدهای زیر بیشتر است؟

- ① آمدن عددی فرد  $P(A) = 0.5$   
 ② آمدن عددی مربع کامل  $P(A) = 0.25$   
 ③ آمدن عددی کوچکتر از ۴  $P(A) = 0.75$   
 ④ آمدن عددی مضرب ۳  $P(A) = 0.33$

⑥ اگر  $S = \{1, 2, 3, 4\}$  فضای نمونه یک آزمایش تصادفی،  $P(1) = \frac{3}{4}P(2)$  و  $P(2) = 2P(3) = 3P(4)$  باشد، آنگاه احتمال وقوع پیشامد  $\{1, 3\}$  کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{7}{10}$  (۱)

⑦ یک تیرانداز تیری را به سوی هدف شکل مقابل پرتاب می‌کند. اگر احتمال اصابت تیر به ناحیه A<sub>۱</sub> برابر  $(2i - 1) \times 10^{-i}$  باشد، احتمال اصابت تیر به ناحیه ۲ کدام است؟



- ①  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{3}{16}$  (۴)  $\frac{1}{4}$  (۱)

⑧ کدام یک از گزینه‌های زیر، قانون ضرب احتمال برای سه پیشامد غیرتهی  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  را به درستی نشان می‌دهد؟

- $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_2 | A_1) P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$  (۱)  
 $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$  (۲)  
 $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_1 | A_2) P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$  (۳)  
 $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_2) P(A_3)$  (۴)

۹) از ظرفی شامل ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه به طور متوالی و بدون جای‌گذاری سه مهره خارج می‌کنیم. احتمال این‌که دو مهره هم‌رنگ پشت سر هم خارج نشوند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{15}{56}$  (۲)  $\frac{3}{14}$  (۳)  $\frac{5}{18}$  (۴)  $\frac{5}{14}$

۱۰) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشند، به طوری که  $A \subseteq B$  و  $P(A) = \frac{1}{3}$  و  $P(B) = \frac{3}{4}$ ، آن‌گاه  $P(B|A')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{7}{12}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۱۱) در پرتاب دو تاس اگر هر دو عدد رو شده زوج باشند، آنگاه احتمال آن که مجموع این دو عدد مضرب ۵ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲) یک فضای نمونه متشکل از ۵ برآمد  $a, b, c, d$  و  $e$  است. اگر  $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{4}$  و  $P(a) = \frac{1}{5}$  باشد، حاصل  $P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۳) در پرتاب دو تاس، اگر دو عدد متوالی ظاهر شود، احتمال این‌که دقیقاً یکی از اعداد رو شده مضرب ۳ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۴) امتحان ریاضی به طور مشترک بین دو کلاس «الف» با ۳۵ نفر و کلاس «ب» با ۲۵ نفر برگزار شده است. می‌دانیم ۲۰ درصد از کلاس «الف» و ۴۰ درصد از کلاس «ب» در این امتحان مردود شده‌اند. یک نفر به تصادف از این دو کلاس انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی او در درس ریاضی قبول شده است؟

- (۱)  $\frac{17}{60}$  (۲)  $\frac{43}{60}$  (۳)  $\frac{53}{60}$  (۴)  $\frac{29}{60}$

۱۵) اگر  $A \subseteq B$ ،  $P(A) = \frac{2}{3}$  و  $P(B) = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $P(A'|B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{12}$  (۲)  $\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{5}{9}$

۱۶) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناتهی از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، کدام رابطه صحیح نیست؟ (اشتراک  $A$  و  $B$  ناتهی است.)

- (۱)  $\frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{P(A)}{P(B)}$   
 (۲)  $\frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = P(A)$   
 (۳)  $P(A|A) = 1$   
 (۴)  $P(A|S) = P(A)$

۱۷) از مجموعه  $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$  عددی به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم حداقل یکی از ارقام این عدد ۷ است، احتمال این‌که دهگان این عدد ۷ باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{11}{18}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۸) جعبه‌ای محتوی ۳ مهره آبی، ۵ مهره سبز و ۲ مهره زرد است. سه مهره را به ترتیب و بدون جای‌گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. احتمال این‌که مهره اول سبز و دو مهره دیگر آبی یا مهره اول زرد و دو مهره دیگر سبز باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{7}{72}$  (۲)  $\frac{19}{200}$  (۳)  $\frac{19}{450}$  (۴)  $\frac{7}{120}$

۱۹) در جعبه‌ای ۴۰ درصد از لامپ نوع A و ۶۰ درصد از لامپ نوع B وجود دارد. اگر احتمال خرابی لامپ‌های A و B به ترتیب ۲ درصد و ۵ درصد باشد، احتمال آن که لامپ انتخابی از این جعبه خراب باشد، کدام است؟

۴) ۰/۰۵۶

۳) ۰/۰۴۸

۲) ۰/۰۴۲

۱) ۰/۰۳۸

۲۰) در جعبه‌ای ۶ مهره سفید، ۴ مهره سیاه است. دو مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهره دوم سفید است؟

۴) ۰/۷۲

۳) ۰/۶۴

۲) ۰/۶

۱) ۰/۵



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار و احتمال ریاضی یازدهم فصل ۲ آموزشی

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

فضای نمونه پرتاب یک تاس دارای ۶ عضو و پیشامد مطلوب به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2, 4, 5\} \text{ : مضرب ۳ نباشد} \\ B = \{1, 4, 6\} \text{ : اول نباشد} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$(A - B) \cap B = (A \cap B') \cap B = A \cap \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset} = \emptyset$$

$$(A - B) \cup B = (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap \underbrace{(B' \cup B)}_U = A \cup B$$

بنابراین  $(A - B)$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار هستند که اجتماع آنان برابر  $A \cup B$  است، پس داریم:

$$P(A \cup B) = P[(A - B) \cup B] = P(A - B) + P(B)$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

طبق قوانین احتمال داریم:

$$\begin{aligned} & P(A - B) + P(B - A) \\ &= (P(A) - P(A \cap B)) + (P(B) - P(A \cap B)) \\ &= (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) - P(A \cap B) \\ &\Rightarrow P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) \\ &\Rightarrow 0/33 + 0/27 = 0/78 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/18 \\ &P(A' \cup B') = P[(A \cap B)'] = 1 - P(A \cap B) = 0/82 \end{aligned}$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند، آن‌گاه  $A \cap B = \emptyset$  و  $P(A \cap B) = 0$  است. بنابراین داریم:

$$P(A - B) = P(A) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = P(A)$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow 3x + x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$P(\{1, 3, 5\}) = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$P(\{1, 4\}) = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$P(\{1, 2, 3\}) = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$P(\{3, 6\}) = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{4}{12} \quad \text{گزینه «۴»}$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض کنید  $P(4) = x$  باشد. در این صورت  $P(3) = \frac{3}{4}x$ ،  $P(2) = 3x$  و  $P(1) = \frac{9}{4}x$  است و داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}x + 3x + \frac{3}{4}x + x = 1 \Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

$$P(\{1, 3\}) = P(1) + P(3) = \frac{9}{4}x + \frac{3}{4}x = 6x = 6 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

می‌دانیم مجموع مقادیر احتمال در یک فضای نمونه برابر یک است:

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) = ۱$$

$$\Rightarrow x + ۳x + ۵x + ۷x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow P(۲) = ۳x = \frac{۳}{۱۶}$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

طبق قانون ضرب احتمال اگر A و B دو پیشامد به شرط  $P(A) > ۰$  باشند، آن‌گاه:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

حال برای محاسبه  $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$  دو بار از قانون ضرب احتمال استفاده می‌کنیم.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P((A_1 \cap A_2) \cap A_3)$$

$$= P(A_1 \cap A_2)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$$

$$= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

دو حالت ممکن است، مهره‌ها به ترتیب سفید، سیاه و سفید یا سیاه، سفید و سیاه خارج شوند. پس طبق قانون ضرب احتمالات داریم:

$$P(A) = \frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} \times \frac{۴}{۶} + \frac{۳}{۸} \times \frac{۵}{۷} \times \frac{۲}{۶} = \frac{۱۰+۵}{۵۶} = \frac{۱۵}{۵۶}$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به قوانین احتمال و فرمول احتمال شرطی داریم:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) = \frac{۱}{۳}$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{1-P(A)}$$

$$= \frac{P(B)-P(A \cap B)}{1-P(A)} = \frac{\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۳}}{1-\frac{۱}{۳}}$$

$$\Rightarrow P(B|A') = \frac{\frac{۹-۴}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۵}{۸}$$



سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

اگر A و B به ترتیب پیشامدهای آن باشند که «مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد» و «هر دو عدد رو شده زوج باشند»، آنگاه داریم:

$$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$A \cap B = \{(4, 6), (6, 4)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{9}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$P(\{b, c\}) = P(\{a, b, c\}) - P(a) = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{b, c, d\} \cap \{a, b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})}$$

$$= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

فرض کنید B پیشامد ظاهر شدن دو عدد متوالی در پرتاب دو تاس باشد. در این صورت داریم:

$$B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

اگر A پیشامد آن باشد که دقیقاً عدد یک تاس مضرب ۳ بیاید، آنگاه داریم:

$$A \cap B = \{(2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (5, 6), (6, 5)\}$$

پس طبق رابطه احتمال شرطی داریم:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

اگر  $A$  پیشامد قبول شدن فرد انتخاب شده و  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب پیشامدهای تعلق داشتن فرد انتخاب شده به کلاس‌های «الف» و «ب» باشد، آن‌گاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$= \frac{35}{60} \times \frac{1}{10} + \frac{25}{60} \times \frac{6}{10} = \frac{7}{12} \times \frac{1}{5} + \frac{5}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{43}{60}$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به  $A \subseteq B$  داریم:

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

از طرفی  $P(A) = 1 - P(A') = \frac{1}{3}$ ، پس:

$$P(A' \cap B) = P(B - A) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

$$P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{9}$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

رابطه گزینه «۲» نادرست است، زیرا داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

فضای نمونه کاهش یافته شامل تمام اعداد دو رقمی است که حداقل یکی از ارقام آن‌ها برابر ۷ است. اگر این فضای نمونه را با  $S_1$  نمایش دهیم، داریم:

$$S_1 = \{17, 27, 37, 47, 57, 67, 87, 97\}$$

$$U \{70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79\}$$

اگر در این فضای نمونه کاهش‌یافته، پیشامد آن که رقم دهگان عدد انتخابی برابر ۷ باشد را با  $A$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$A = \{70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S_1)} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$P(\text{سومی آبی و دومی آبی و اولی سبز}) = \frac{5}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{24}$$

$$P(\text{سومی سبز و دومی سبز و اولی زرد}) = \frac{2}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{18} = \frac{5}{72} \quad \text{بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

اگر C پیشامد خراب بودن لامپ انتخابی باشد، آن گاه داریم:

$$P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)$$

$$= 0/4 \times 0/02 + 0/6 \times 0/05 = 0/008 + 0/03 = 0/038$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲

با توجه به آنکه رنگ مهره اول خارج شده از جعبه را مشاهده نکرده‌ایم، مانند آن است که این مهره از جعبه خارج نشده است و در جعبه ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه موجود است. در نتیجه احتمال خارج شدن مهره سفید از جعبه، برابر  $0/6 = \frac{6}{10}$  می‌باشد.



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار و احتمال یازدهم ریاضی زماندار

۱ خانوادگی دارای سه فرزند است. در فضای نمونه فرزندان این خانواده، پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیب به صورت «جنسیت فرزند اول و دوم متفاوت باشد»، «حداقل دو فرزند دختر باشند» و «فرزند اول پسر باشد»، تعریف شده‌اند. کدام دو پیشامد ناسازگار هستند؟

- (۱)  $A - B$  و  $C$  (۲)  $B$  و  $C - A$  (۳)  $A$  و  $B - C$  (۴) هیچ کدام

۲ در یکی از بخش‌های یک بیمارستان، ۵۰ بیمار بستری هستند که ۳۲ نفر آن‌ها مرد بوده و ۲۰ نفر برای جراحی بستری شده‌اند. اگر ۱۳ نفر از بستری شدگان برای جراحی، مرد باشند و به تصادف بیماری از این بخش بیمارستان انتخاب کنیم، با کدام احتمال فرد مورد نظر، نه مرد است و نه برای جراحی بستری شده است؟

- (۱)  $\frac{1}{22}$  (۲)  $\frac{1}{24}$  (۳)  $\frac{1}{26}$  (۴)  $\frac{1}{28}$

۳ اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  و  $P(A) = \frac{1}{25}$  و  $P(B) = \frac{1}{8}$  باشد، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای  $P(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{1}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۴ اگر  $S = \{a, b, c, d, e\}$  فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و  $A = \{a, b\}$ ،  $B = \{b, c\}$  و  $C = \{b, d, e\}$  سه پیشامد از این فضای نمونه‌ای باشند به طوری که  $P(A) = \frac{1}{3}$ ،  $P(B) = \frac{1}{4}$  و  $P(C) = \frac{1}{3}$ ، حاصل  $P(\{a, b, c\})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{24}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{7}{12}$  (۴)  $\frac{5}{24}$

۵ در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با معکوس آن عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال آن که عددی اول رو شود کدام است؟

- (۱)  $\frac{60}{147}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{30}{31}$  (۴)  $\frac{62}{147}$

۶ اگر  $S = \{a, b, c, d\}$  و  $P(a) = 4P(b) = 8P(c) = 2P(d)$  باشد، حاصل  $P(b)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{15}$  (۲)  $\frac{2}{15}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{4}{15}$

۷ یک تاس ناهمگن طوری ساخته شده که احتمال رخداد اعداد اول با هم برابر و ۲ برابر احتمال رخداد اعداد دیگر است. اگر آن تاس را پرتاب کنیم، احتمال این که برآمد تاس، عددی زوج باشد یا از ۲ بیشتر نباشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{7}{12}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۸ تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است. احتمال این که لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۳ باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{23}{54}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{15}{36}$

۹ فضای نمونه یک آزمایش تصادفی از سه پیشامد ساده  $a$ ،  $b$  و  $c$  تشکیل شده است. اگر  $P(a) = 2P(b)$  و  $P(a, b) = \frac{1}{3}P(c)$  باشد، احتمال وقوع پیشامد  $\{a, c\}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{12}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{7}{9}$  (۴)  $\frac{5}{9}$

۱۰) در یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه  $S = \{a, b, c, d\}$  است. اگر  $P(a)$ ،  $P(b)$ ،  $P(c)$  و  $P(d)$  به ترتیب از راست به چپ، یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{1}{3}$  تشکیل دهند، مقدار  $P(\{a, d\})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{6}{7}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{8}{7}$

۱۱) دو ظرف داریم. در ظرف اول ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. مهره‌ای به تصادف از ظرف اول انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس به تصادف و بدون جای‌گذاری دو مهره از ظرف دوم خارج می‌کنیم. احتمال این‌که دو مهره خارج شده از ظرف دوم هم‌رنگ بوده و رنگ آنها با مهره خارج شده از ظرف اول متفاوت باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{11}{56}$  (۲)  $\frac{5}{28}$  (۳)  $\frac{3}{14}$  (۴)  $\frac{1}{7}$

۱۲) یک دسته کارت، شامل ۶ کارت سفید و ۵ کارت سیاه و دسته دیگر شامل ۹ کارت سفید است. یکی از دسته‌ها را به تصادف انتخاب و از آن دو کارت خارج می‌کنیم. اگر دو کارت سفید باشند، احتمال آن که از دسته اول انتخاب شده باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$   
(۲)  $\frac{3}{14}$   
(۳)  $\frac{5}{16}$   
(۴)  $\frac{4}{11}$

۱۳) در یک خانواده چهار فرزندی، تعداد پسرها و دخترها برابر نیست. احتمال آنکه جنسیت دو فرزند اول خانواده یکسان باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{10}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۴) در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع هر عدد زوج دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. این تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید، دو سکه و اگر فرد بیاید سه سکه پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال در پرتاب سکه‌ها، تعداد «رو» از تعداد «پشت» بیشتر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{5}{13}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۵) یک فضای نمونه ای متشکل از ۵ برآمد  $\{e, b, c, b, a\}$  است. به شرط آن که  $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{4}$  و  $P(a) = \frac{1}{4}$  مطلوب است محاسبه  $P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\})$ .

۱۶) دو ظرف داریم، اولی شامل ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و دومی شامل ۷ مهره سفید و ۳ مهره سیاه می‌باشد. یکی از دو ظرف را به دلخواه انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن، خارج می‌کنیم. احتمال این که دو مهره انتخابی، هم‌رنگ نیاشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{8}{15}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۷) از میان جایگشت‌های حروف  $a, b, c, d, e$ ، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم این جایگشت با حرف  $a$  آغاز نمی‌شود، احتمال این‌که حرف دوم آن  $b$  باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{16}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

۱۸) در جعبه‌ای ۳ مهره سبز و ۷ مهره آبی وجود دارد. اگر ۳ مهره به صورت متوالی و بدون جای‌گذاری از این جعبه خارج کنیم، با کدام احتمال هیچ دو مهره هم‌رنگی به طور متوالی خارج نمی‌شوند؟

- (۱)  $\frac{7}{30}$  (۲)  $\frac{11}{30}$  (۳)  $\frac{17}{60}$  (۴)  $\frac{23}{60}$

۱۹) می‌دانیم یک خانواده سه فرزندی هم دارای فرزند پسر و هم دارای فرزند دختر هستند. احتمال آن‌که جنسیت دو فرزند اول این خانواده یکسان باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۰ تیم فوتبال یک کلاس، ۸ بازیکن با قدهای مختلف دارد. دو بازیکن از این تیم به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد، احتمال اینکه بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{16}$  (۴)  $\frac{1}{32}$

۲۱ احتمال قبولی علی و کیارش در امتحان ریاضی به ترتیب  $\frac{6}{10}$  و  $\frac{7}{10}$  است. احتمال این‌که دقیقاً یکی از این دو نفر در امتحان ریاضی قبول شوند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{46}$  (۲)  $\frac{1}{44}$   
(۳)  $\frac{1}{42}$  (۴)  $\frac{1}{40}$

۲۲ بر روی تاسی اعداد ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳ حک شده است. این تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع دو عدد رو شده برابر ۴ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{18}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{2}{7}$  (۴)  $\frac{1}{9}$

۲۳ در یک کیسه، ۴ مهره سیاه و ۶ مهره سبز وجود دارد. دو مهره به‌طور متوالی و با جای‌گذاری از این کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که حداقل یک بار مهره سیاه از کیسه خارج شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{44}$  (۲)  $\frac{6}{48}$  (۳)  $\frac{6}{40}$  (۴)  $\frac{6}{16}$

۲۴ اگر A و B دو پیشامد ناتهی و ناسازگار باشند، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) پیشامدهای A و B ناسازگارند.

(ب) پیشامدهای A و B مستقل‌اند.

(پ) پیشامدهای A و B ممکن است مستقل باشند.

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۵ اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر،  $P(A|B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$  باشد، آنگاه  $P(B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{20}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{7}{15}$  (۴)  $\frac{1}{4}$



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آمار و احتمال یازدهم ریاضی زماندار

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا اعضای پیشامدهای A، B و C و سپس پیشامدهای A - B، C - A و B - C را می‌نویسیم:

$$A = \{(د، پ، د)، (د، پ، پ)، (د، د، پ)، (پ، د، پ)\}$$

$$B = \{(د، د، پ)، (د، پ، د)، (د، د، د)، (پ، د، د)\}$$

$$C = \{(د، د، پ)، (د، پ، پ)، (پ، د، پ)، (پ، پ، پ)\}$$

$$A - B = \{(پ، د، پ)، (د، پ، پ)\}$$

$$C - A = \{(د، پ، پ)، (پ، پ، پ)\}$$

$$B - C = \{(د، پ، د)، (د، د، د)\}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود اشتراک پیشامدهای A - B و C و نیز اشتراک پیشامدهای B - C و A ناتهی است ولی اشتراک پیشامدهای C - A و B تهی بوده و این دو پیشامد ناسازگار هستند.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

اگر پیشامدهای مرد بودن و بستری شده برای جراحی را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{۳۲}{۵۰} + \frac{۲۰}{۵۰} - \frac{۱۳}{۵۰} = \frac{۳۹}{۵۰} = ۰/۷۸$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = ۰/۲۲$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم  $P(A \cap B) \leq P(A)$  و  $P(A \cap B) \leq P(B)$ ، پس در صورتی که  $P(A) = 0/25$  و  $P(B) = 0/8$  باشد، حداکثر مقدار  $P(A \cap B)$  برابر با  $0/25$  است (حالتی که  $A \subseteq B$  باشد)

برای محاسبه حداقل  $P(A \cap B)$  داریم:

$$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow 0/25 + 0/8 - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \geq 0/05$$

بنابراین اختلاف حداقل و حداکثر  $P(A \cap B)$  برابر است با:

$$0/25 - 0/05 = 0/2$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

$$P(A) + P(B) + P(C) = P(S) + 2P(b)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = 1 + 2P(b) \Rightarrow \frac{13}{12} = 1 + 2P(b) \Rightarrow P(b) = \frac{1}{24}$$

$$P(\{a, b, c\}) = P(A) + P(B) - P(b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{17}{24}$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\begin{cases} P(1) = \frac{x}{1}, & P(2) = \frac{x}{2}, & P(3) = \frac{x}{3} \\ P(4) = \frac{x}{4}, & P(5) = \frac{x}{5}, & P(6) = \frac{x}{6} \end{cases}$$

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \dots + \frac{x}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6 \cdot x + 3 \cdot x + 2 \cdot x + 15x + 12x + 10x}{60} = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{147} = \frac{20}{49}$$

$$P(\text{اول آمدن}) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{20}{49} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{20}{49} \times \frac{31}{30} = \frac{62}{147}$$



سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

اگر  $P(b) = x$  فرض شود، آن گاه  $P(a) = 4x$ ،  $P(c) = \frac{x}{4}$  و  $P(d) = 2x$  است. در این صورت داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow 4x + x + \frac{x}{4} + 2x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{15x}{4} = 1 \Rightarrow P(b) = x = \frac{4}{15}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + 2x + 2x + x + 2x + x = 1$$

$$\Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

پیشامد آن که برآمد تاس، عددی زوج باشد یا از ۲ بیش تر نباشد، به صورت  $A = \{1, 2, 4, 6\}$  است. بنابراین داریم:

$$P(A) = P(1) + P(2) + P(4) + P(6)$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۲»

در پرتاب ۳ تاس، فضای نمونه دارای  $6^3 = 216$  حالت است که در نیمی از حالت‌ها، مجموع اعداد رو شده ۳ تاس عددی فرد است. حالت‌های ممکن برای آن که حداقل یکی از تاس‌ها ۳ آمده باشد عبارت اند از:

(۱) دو تاس دیگر عدد زوج باشند:  $2 \times 3 \times 3 = 18$  = تعداد حالت‌ها

(۲) دو تاس دیگر ۱ یا ۵ باشند:  $2 \times 2 \times 3 = 12$  = تعداد حالت‌ها

(۳) یکی از دو تاس دیگر ۳ و دیگری ۱ یا ۵ باشند:  $2 \times \frac{3!}{2!} = 6$  = تعداد حالت‌ها

(۴) دو تاس دیگر هر دو ۳ بیایند.  $1$  = تعداد حالت‌ها

اگر پیشامد مورد نظر را با  $A$  نمایش دهیم. آنگاه در این فضای نمونه جدید داریم:

$$P(A) = \frac{18+12+6+1}{216} = \frac{37}{216} = \frac{37}{216}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$P(c) = \frac{1}{3}P(\{a, b\}) = \frac{1}{3}(1 - P(c)) \Rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow P(a) + \frac{1}{3}P(a) + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{4}{9}$$

$$P(\{a, c\}) = P(a) + P(c) = \frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

اگر فرض  $P(a) = x$  کنیم باشد، آنگاه داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} = 1 \Rightarrow \frac{40x}{27} = 1 \Rightarrow x = \frac{27}{40}$$

$$P(\{a, d\}) = P(a) + P(d) = \frac{27}{40} + \frac{1}{40} = \frac{28}{40} = 7/10$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

اگر مهره خارج شده از ظرف اول سفید باشد، آنگاه باید دو مهره خارج شده از ظرف دوم سیاه باشند و برعکس اگر مهره خارج شده از ظرف اول سیاه باشد، آنگاه دو مهره خارج شده از ظرف دوم سفید هستند. بنابراین اگر پیشامد مورد نظر را  $A$  بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{2}{6} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{60}{8 \times 7 \times 6} = \frac{5}{28}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

اگر  $A_1$  پیشامد انتخاب دسته اول و  $A_2$  پیشامد انتخاب دسته دوم و  $W$  پیشامد انتخاب دو کارت سفید باشد، آنگاه:

$$P(A_1 | W) = \frac{P(A_1)P(W|A_1)}{P(A_1)P(W|A_1) + P(A_2)P(W|A_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2}}{\binom{11}{2}}}{\frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2}}{\binom{11}{2}} + \frac{1}{3} \times 1} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{15}{55}}{\frac{1}{3} \times \frac{15}{55} + \frac{1}{3}} = \frac{3}{14}$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

تعداد حالت‌های فضای نمونه برای ۴ فرزند، برابر  $2^4 = 16$  است. از طرفی تعداد حالت‌هایی که این خانواده دارای ۲ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر باشد، برابر  $\binom{4}{2} = 6$  است، بنابراین اگر  $A$  پیشامد برابر نبودن تعداد فرزندان پسر و دختر در این خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$n(A) = 16 - 6 = 10$$

اگر  $B$  پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$A \cap B = \{(د, د, د, د), (پ, د, پ, پ), (د, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, پ), (د, د, پ, د), (پ, د, د, پ)\}$$

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} P(۱) = P(۳) = P(۵) = x \\ P(۲) = P(۴) = P(۶) = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow P(\{۲, ۴, ۶\}) = 2P(\{۱, ۳, ۵\})$$

بنابراین احتمال آمدن اعداد زوج و فرد در پرتاب این تاس به ترتیب  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{3}$  است.

اگر تاس زوج بیاید، سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم. در این صورت فضای نمونه دارای ۴ حالت بوده و پیشامد آنکه تعداد رو بیشتر باشد، به صورت  $\{(ر, ر)\}$  و احتمال آن برابر  $\frac{1}{4}$  است. اگر تاس فرد بیاید، سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم. در این صورت فضای نمونه دارای ۸ حالت بوده و پیشامد آنکه تعداد رو بیشتر باشد، به صورت  $\{(ر, ر, پ), (پ, ر, پ), (پ, پ, ر)\}$  و  $\{(ر, ر, ر), (پ, ر, ر)\}$  و احتمال آن برابر  $\frac{4}{8}$  است. اگر پیشامد مورد نظر را  $A$  بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

بارم

۱

سوال ۱۵

برآمد: منظور از برآمد یعنی پیشامدهایی که دو به دو ناسازگارند و مجموع احتمال های آن عدد یک می شود.

$$\{a, b, c, d, e\} \Rightarrow P\{a, b, c, d, e\} =$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1$$

$$P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{b, c, d\} \cap \{a, b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{P(\{a, b, c\}) - P(a)}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر A را پیشامد انتخاب دو مهره غیرهمرنگ و  $B_1$  و  $B_2$  را به ترتیب پیشامد انتخاب طرف‌های اول و دوم، در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{7}{1}\binom{3}{1}}{\binom{10}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{8}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{21}{45} = \frac{1}{2} \left( \frac{8}{15} + \frac{7}{15} \right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم تعداد جایگشت‌های یک مجموعه n عضوی برابر با n! است. فضای نمونه اولیه شامل جایگشت‌های حروف a, b, c, d, e است، اما چون می‌دانیم که جایگشت انتخاب شده با حرف a آغاز نمی‌شود، تعداد حالت‌های فضای نمونه از ۵! به ۴ × ۴! کاهش می‌یابد. فرض کنید در این فضای نمونه، A پیشامد آن باشد که حرف دوم در جایگشت این حروف، حرف b باشد. با توجه به این که حرف اول جایگشت نمی‌تواند a باشد، داریم:

$$\begin{aligned} & \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ n(A) &= 3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 3! \\ P(A) &= \frac{3 \times 3!}{4 \times 4!} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \end{aligned}$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

اگر پیشامد این که هیچ دو مهره هم‌رنگی به‌طور متوالی از این جعبه خارج نشود را A بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} + \frac{2}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{1}{8} \\ & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ & \text{آبی} \quad \text{سبز} \quad \text{آبی} \quad \text{سبز} \quad \text{آبی} \quad \text{سبز} \\ & = \frac{3 \times 2 \times (2+6)}{10 \times 9 \times 8} = \frac{3 \times 7 \times 8}{10 \times 9 \times 8} = \frac{7}{30} \end{aligned}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

چون این خانواده هم دارای فرزند پسر و هم دارای فرزند دختر است، پس جنسیت هر سه فرزند این خانواده نمی‌تواند یکسان باشد. در این صورت فضای نمونه کاهش یافته به صورت زیر است:

$$S = \{(د، د، پ)، (پ، د، پ)، (د، پ، پ)، (پ، پ، پ)\}$$

اگر A پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول این خانواده باشد، آن‌گاه در این فضای نمونه کاهش یافته داریم:

$$A = \{(پ، د، د)، (د، پ، پ)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید پیشامدهای A و B به ترتیب به صورت «بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد.» و «بازیکن اول بلندترین بازیکن تیم باشد.» تعریف شوند. در این صورت داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

تذکر:  $P(A) = \frac{1}{4}$  است، چون بین دو بازیکن اول و دوم، احتمال بلندتر بودن یک بازیکن برابر دیگری است. همچنین پیشامد B، زیرمجموعه پیشامد A است، بنابراین  $A \cap B = B$  است.

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۱

چون قبولی علی و کيارش در امتحان ریاضی دو پیشامد مستقل هستند، پس در صورتی که پیشامدهای قبولی علی و کيارش را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، پیشامدهای A و B' و همچنین پیشامدهای B و A' نیز مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A) = 0/6 \Rightarrow P(A') = 0/4$$

$$P(B) = 0/7 \Rightarrow P(B') = 0/3$$

$$P(A \cap B') + P(A' \cap B) = P(A)P(B') + P(A')P(B)$$

$$= 0/6 \times 0/3 + 0/4 \times 0/7 = 0/46$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۱

در یک بار پرتاب این تاس، احتمال رو شدن اعداد ۱، ۲ و ۳ به ترتیب  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  است. دو بار پرتاب تاس مستقل از یکدیگر است، بنابراین اگر پیشامد آن که مجموع دو عدد رو شده برابر ۴ باشد را با A نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = P((1, 3)) + P((3, 1)) + P((2, 2)) \\ = 2P(1) \times P(3) + P(2) \times P(2)$$

$$= 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5}{18}$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

اگر پیشامد خارج شدن حداقل یک مهره سیاه را A بنامیم، آنگاه می‌توان به یکی از دو روش زیر، P(A) را محاسبه کرد:  
روش اول:

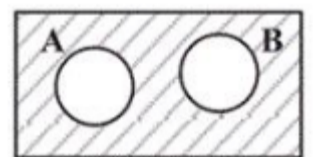
$$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} \\ = 0/16 + 0/24 + 0/24 = 0/64$$

روش دوم: متمم پیشامد A آن است که هر دو مهره خارج شده از کیسه، سبز باشند. در این صورت داریم:

$$P(A') = \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = 0/36 \Rightarrow P(A) = 1 - 0/36 = 0/64$$

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۱



A و B سازگار می‌باشند.  $A \cap B' = A$ ,  $A \neq \emptyset \Rightarrow$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

از طرفی  $P(A) \times P(B) \neq 0$ ، پس A و B مستقل نیستند و در نتیجه A' و B' نیز مستقل نمی‌باشند.

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل از یکدیگرند، پس  $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{4}$  است. از طرفی برای دو پیشامد مستقل  $A$  و  $B$ ، رابطه  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  برقرار است، بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4}P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}P(B) = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20} \Rightarrow P(B) = \frac{7}{20} \times \frac{4}{3} = \frac{7}{15}$$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال یازده ریاضی فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) در جدول فراوانی زیر، حاصل  $\frac{x-y}{z}$  کدام است؟

فراوانی نسبی	فراوانی	قد دانش‌آموزان
۰/۱	y	$140 \leq H < 150$
z	۱۵	$150 \leq H < 160$
۰/۴	x	$160 \leq H < 170$

۱۲ (۲)

۲۴ (۴)

۹ (۱)

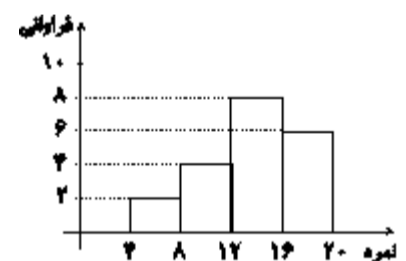
۱۸ (۳)

۲)

برای داده های زیر نمودار میله ای رسم کنید.

نام کلاس	۱۰۱	۱۰۲	۲۰۱	۲۰۲
فراوانی	۱۷	۱۸	۱۶	۲۰

۳) نمودار بافت‌نگاشت مربوط به نمرات دانش‌آموزان یک کلاس به شکل زیر است. نمره چند درصد از دانش‌آموزان در بازه  $[۱۶, ۸)$  قرار دارد؟  
(دسته بین a و b روی نمودار شامل بازه  $[a, b)$  است.)



۴۰ (۱)

۵۰ (۲)

۶۰ (۳)

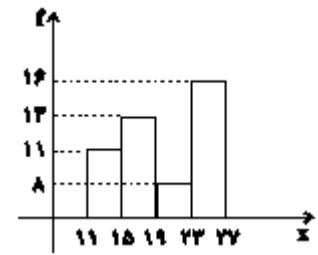
۷۰ (۴)

بارم

۱

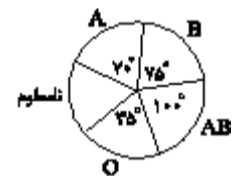


۴) از داده‌های آماری با نمودار بافت‌نگاشت شکل زیر، سه داده ۱۸، ۲۵ و ۲۵ را حذف می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویه مرکزی نظیر دسته‌ها چند درجه است؟



- (۱) ۱۰۸  
(۲) ۱۱۰  
(۳) ۱۱۲  
(۴) ۱۱۴

۵) نمودار دایره‌ای زیر، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است که گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. حداقل چند نفر از کارکنان این سازمان، دارای گروه خونی B هستند؟



- (۱) ۲۵  
(۲) ۳۰  
(۳) ۳۶  
(۴) ۴۰

۶) نمرات درس ریاضیات گسسته دانش‌آموزان یک کلاس مطابق جدول زیر است. اختلاف بین میانگین وزنی و میانه این نمرات کدام است؟

$x_i$	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
$f_i$	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

- (۱) ۰/۲  
(۲) ۰/۳  
(۳) ۰/۸  
(۴) صفر

۷) در جدول داده‌های مقابل، میانه و مد به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$x_i$	۷	۸	۱۲	۱۴	۱۷	۲۰
$f_i$	۵	۱	۵	۲	۷	۳

(۴) ۱۷, ۱۴

(۳) ۷, ۱۴

(۲) ۷, ۱۳

(۱) ۱۷, ۱۳

۸) مشاهده‌ای که تفاوت بسیار زیادی با سایر مشاهدات مجموعه داده‌ها داشته باشد، کدامیک از معیارهای گرایش به مرکز را تحت تأثیر قرار می‌دهد؟

(۱) میانگین (۲) میانه (۳) مد (۴) هر سه معیار

۹) کدام نمونه برای اندازه‌گیری میانگین قد افراد یک کلاس مناسب نیست؟

(۱) افرادی که معدل آن‌ها بالای ۱۸ است.  
(۲) افرادی که طرفدار تیم پرسپولیس هستند.  
(۳) تیم بسکتبال کلاس  
(۴) افرادی که در درس تاریخ زیر ۱۵ گرفته‌اند.

۱۰) معدل موزون درصد دروس عمومی یک داوطلب، مطابق جدول زیر، ۵۸ درصد است. نمره آزمون زبان انگلیسی او چند درصد است؟

زبان انگلیسی	معارف اسلامی	عربی	ادبیات فارسی	درس
؟	۷۰	۵۲	۶۵	درصد
۲	۳	۲	۴	ضریب درس

زبان انگلیسی	معارف اسلامی	عربی	ادبیات فارسی	درس
؟	۷۰	۵۲	۶۵	درصد
۲	۳	۲	۴	ضریب درس

(۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

۱۱) نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین و میانه نمرات کدام است؟

نمره	۷	۱۰	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹
فراوانی	۱	۲	۲	۱	۳	۴	۲

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

بارم

۱

۱۲) هر گاه واریانس داده‌های  $\frac{a+b}{p}$ ،  $a$ ،  $b$  و  $4$  برابر صفر باشد. حاصل  $2a+4b$  را به دست آورید.

۱۳) در نمودار جعبه‌ای ۳۵ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه به ترتیب ۱۵ و ۱۸ است. اگر میانگین تمام داده‌ها ۱۶ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل و روی جعبه تقریباً کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۵/۵۷ (۳) ۱۵/۴۷ (۴) ۱۴/۶۱

۱۴) ۲۰ داده آماری با واریانس ۶ داریم. چند داده مساوی با میانگین باید به آنها اضافه کنیم تا واریانس کل داده‌ها برابر ۴ شود؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۵) ضریب تغییرات داده‌های  $Z$ ،  $Y$  و  $X$ ، چند برابر ضریب تغییرات داده‌های  $Z+1/5Z$ ،  $Y+1/5Y$  و  $X+1/5X$  است؟

(۱) ۱ (۲) ۱/۵

(۳) ۰/۴ (۴) ۲/۵

۱۶) در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۹، ۲، ۱، ۱۰، ۷، ۳ و ۵، حاصل  $\frac{Q_3+Q_1}{IQR}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷) اگر انحراف معیار داده‌های مثبت  $3x$ ،  $3x$ ،  $x$  و  $x$  برابر ۲ باشد، آنگاه ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{2}{5}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۸) ۲۰ داده آماری با واریانس ۶ مفروض‌اند. اگر ۴ داده جدید به داده‌های اولیه اضافه کنیم به گونه‌ای که انحراف آن‌ها از میانگین داده‌های اولیه به ترتیب ۴، ۰، -۲ و -۲ باشد، واریانس این ۲۴ داده کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۶      (۳) ۸      (۴) قابل محاسبه نیست.

۱۹) اگر نمودار جعبه‌ای داده‌های مرتب شده ۳۰، ۲۷، ۲۶، ۲۴، ۲۲، ۲۰، ۱۸، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۷، ۵ را رسم کنیم، آنگاه اختلاف طول دو بخش داخل جعبه که توسط میانه از هم جدا می‌شوند، کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $\frac{1}{5}$   
(۳) ۱      (۴) ۲

۲۰) فرض کنید سن افرادی که در یک روز سوار اتوبوس شده‌اند به صورت ۳۲، ۵۹، ۲۶، ۵۳، ۷۴، ۱۷، ۴۵، ۲۳، ۶۴، ۵۱، ۶۱ باشد. اگر سن این افراد را به وسیله یک نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

- (۱) ۴۷      (۲)  $\frac{47}{6}$       (۳) ۴۸      (۴)  $\frac{48}{4}$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال یازده ریاضی فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

مجموع فراوانی‌های نسبی در یک جدول فراوانی برابر یک است، بنابراین:

$$0/1 + z + 0/4 = 1 \Rightarrow z = 0/5$$

از طرفی با توجه به رابطه بین فراوانی و فراوانی نسبی دسته‌ها داریم:

$$\frac{0/1}{y} = \frac{0/5}{15} = \frac{0/4}{x} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{15 \times 0/1}{0/5} = 3 \\ x = \frac{15 \times 0/4}{0/5} = 12 \end{cases}$$

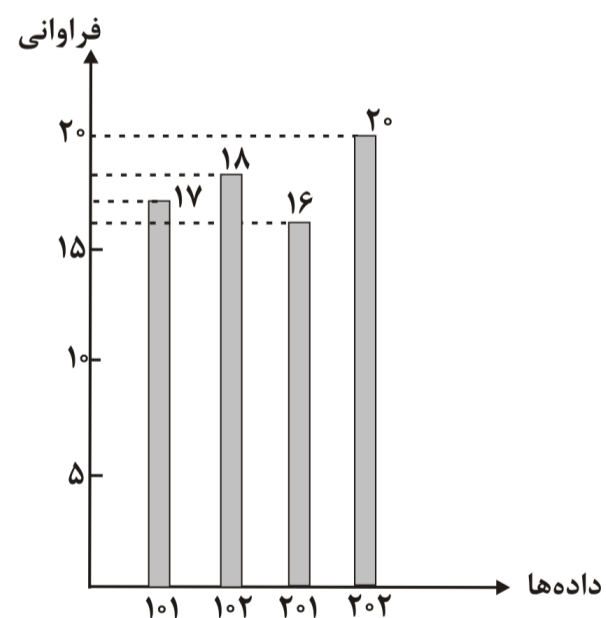
$$\Rightarrow \frac{x-y}{z} = \frac{12-3}{0/5} = 18$$

بارم

۱

سوال ۲

برای رسم نمودار میله ای، داده‌ها را روی محور افقی نشان داده و روی آن‌ها میله ای متناسب با فراوانی آن داده‌ها رسم می‌کنیم:



سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{تعداد کل دانش‌آموزان کلاس} = 2 + 4 + 8 + 6 = 20$$

$$\text{تعداد دانش‌آموزان با نمره بین ۸ تا ۱۶} = 4 + 8 = 12$$

$$\text{درصد دانش‌آموزان با نمره بین ۸ تا ۱۶} = \frac{12}{20} \times 100 = 0/6 \times 100 = 60$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

با حذف داده‌های ۱۸، ۲۵ و ۲۵، از دسته دوم، یک داده و از دسته چهارم، دو داده کم می‌شود و فراوانی این دو دسته به ترتیب برابر با ۱۲ و ۱۴ خواهد شد. با توجه به این‌که فراوانی دسته‌های اول و سوم به ترتیب همان مقادیر ۱۱ و ۸ است، داریم:

$$\text{بزرگ‌ترین زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای} = \frac{14}{45} \times 360^\circ = 112^\circ$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

گروه نامعلوم را X می‌نامیم. می‌دانیم که مجموع تمام زاویه‌ها در نمودار دایره‌ای  $360^\circ$  است، پس:

$$\alpha_X + \alpha_O + \alpha_{AB} + \alpha_B + \alpha_A = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_X + 35^\circ + 100^\circ + 75^\circ + 70^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha_X = 80^\circ$$

اگر فراوانی دسته‌ها را با f و تعداد کل داده‌ها را با n نمایش دهیم، داریم:

$$\alpha_X = \frac{f_X}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 80^\circ = \frac{32}{n} \times 360^\circ \Rightarrow n = 144$$

$$\alpha_B = \frac{f_B}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 75^\circ = \frac{f_B}{144} \times 360^\circ \Rightarrow f_B = 30$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{5 \times 10 + 8 \times 12 + 7 \times 14 + 10 \times 15 + 6 \times 17 + 4 \times 18}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = \frac{568}{40} = 14.2$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، داده بیستم برابر ۱۴ و داده بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانه داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های وسط) است:

$$Q_2 = \frac{14+15}{2} = 14.5$$

$$Q_2 - \bar{X} = 14.5 - 14.2 = 0.3$$

در نتیجه داریم:

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۴

تعداد داده‌های ۱۷ از سایر داده‌ها بیشتر است، پس مد داده‌ها برابر ۱۷ می‌باشد. تعداد کل داده‌ها برابر ۲۳ است، پس اگر داده‌ها از کوچک به بزرگ، مرتب شوند، دوازدهمین داده، میانه داده‌هاست که این داده برابر ۱۴ می‌باشد.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

مشاهده‌ای که تفاوت بسیار زیادی با سایر مشاهدات مجموعه داده‌ها داشته باشد، داده دور افتاده نامیده می‌شود. داده دور افتاده میانگین داده‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد در حالی که تأثیری بر میانه و مُد داده‌ها ندارد.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

تیم بسکتبال شامل افراد قد بلند کلاس است و میانگین قد آن‌ها بیشتر از میانگین قد کلاس است. در نتیجه میانگین به دست آمده نمی‌تواند قابل استناد باشد.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید درصد درس زبان انگلیسی این داوطلب برابر  $x$  باشد. در این صورت داریم:

$$58 = \frac{65 \times 4 + 52 \times 2 + 70 \times 3 + x \times 2}{4 + 2 + 3 + 2}$$

$$\Rightarrow 58 \times 11 = 65 \times 4 + 52 \times 2 + 70 \times 3 + 2 \times x$$

$$638 = 574 + 2x \Rightarrow 2x = 64 \Rightarrow x = 32$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

میانگین نمرات دانش‌آموزان این کلاس برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1 \times 7 + 2 \times 10 + 2 \times 11 + 1 \times 13 + 3 \times 14 + 4 \times 17 + 2 \times 19}{1 + 2 + 2 + 1 + 3 + 4 + 2}$$

$$= \frac{210}{15} = 14$$

با توجه به اینکه تعداد داده‌ها برابر ۱۵ است، پس داده هشتم میانه داده‌هاست که مطابق جدول این داده برابر ۱۴ است (اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، داده‌های هفتم، هشتم و نهم برابر ۱۴ هستند.) در نتیجه داریم

$$\bar{x} - Q_7 = 14 - 14 = 0$$

بارم

۱

سوال ۱۲

از آن جایی که واریانس داده ها صفر است، پس تمام داده ها با هم برابرند در نتیجه:

$$a = ۴, b = ۴, \frac{a+b}{۲} = ۴$$

خواسته سوال برابر است با:

$$۲a + ۲b = ۲ \times ۴ + ۲ \times ۴ = ۲۴$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

توزیع فراوانی در نمودار جعبه‌ای به صورت ۸ - ۱۹ - ۸ است که در آن ۱۹ داده داخل و روی جعبه قرار می‌گیرند.

$$\sum f_i \bar{x}_i = n\bar{x} = ۳۵ \times ۱۶ \Rightarrow ۱۵ \times ۸ + ۱۸ \times ۸ + ۱۹ \times \bar{x}_۲ = ۳۵ \times ۱۶$$

$$\Rightarrow \bar{x}_۲ = \frac{۱۵}{۵۷} \approx \text{میانگین داده‌های داخل و روی جعبه}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{اولیه: } \sigma^۲ = ۶ = \frac{\sum_{i=1}^{۲۰} (x_i - \bar{x})^۲}{۲۰} \Rightarrow \sum_{i=1}^{۲۰} (x_i - \bar{x})^۲ = ۱۲۰$$

$$\text{ثانویه: } \sigma^۲ = ۴ = \frac{\sum_{i=1}^{۲۰+n} (x_i - \bar{x})^۲}{۲۰+n} \Rightarrow \frac{۱۲۰}{۲۰+n} = ۴ \Rightarrow n = ۱۰$$

دقت کنید که برای داده‌های مساوی با میانگین،  $x_i - \bar{x} = ۰$  است و حاصل  $\sum (x_i - \bar{x})^۲$  تغییری نمی‌کند.

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

داده‌های دسته دوم را می‌توان به صورت  $۲/۵x$ ,  $۲/۵y$ ,  $۲/۵z$  نوشت. اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های  $z$ ,  $y$  و  $x$  را با  $\bar{x}$  و  $\sigma$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{CV_۱}{CV_۲} = \frac{\frac{\sigma}{x}}{\frac{۲/۵\sigma}{۲/۵x}} = ۱$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به فعالیت صفحات ۹۷ و ۹۸ کتاب درسی، مقدار IQR به معنای دامنه میان چارکی  $Q_3 - Q_1$  می‌باشد.

۱، ۲، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۰

$Q_1 = 2$  ، میانه  $Q_2 = 5$  ،  $Q_3 = 9$

$Q_2$  میانه کل داده‌ها و  $Q_1$  چارک اول و  $Q_3$  چارک سوم است.

$$\frac{Q_3 + Q_1}{IQR} = \frac{9 + 2}{9 - 2} = 2$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{x + x + 3x + 3x}{4} \Rightarrow \bar{x} = \frac{8x}{4} \Rightarrow \bar{x} = 2x$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \times f_i}{n} \Rightarrow 4 = \frac{(x - 2x)^2 \times 2 + (3x - 2x)^2 \times 2}{4}$$

$$\Rightarrow 16 = 2x^2 + 2x^2 \Rightarrow 4x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x > 0} x = 2$$

$$\bar{x} = 2x \Rightarrow \bar{x} = 4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

$$\sigma^2 \text{ اولیه} = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20} \Rightarrow \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 6 \times 20 = 120$$

با توجه به آن که مجموع انحراف از میانگین برای این ۴ داده صفر است، میانگین داده‌ها با افزودن داده‌های جدید تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^2 \text{ جدید} = \frac{120 + 4^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-2)^2}{24} = \frac{144}{24} = 6$$



سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ی «۳»

تعداد داده‌ها برابر ۱۵ و در نتیجه عددی فرد است، پس داده هشتم میانه داده‌ها است. میانه هفت داده اول، یعنی داده چهارم، چارک اول و میانه هفت داده آخر، یعنی داده دوازدهم، چارک سوم است، یعنی داریم:

$$Q_1 = 9, \quad Q_2 = 17, \quad Q_3 = 24$$

بنابراین طول‌های دو بخش داخل جعبه که توسط میانه از هم جدا می‌شوند، برابرند با:

$$\text{طول بخش سمت چپ جعبه} = Q_2 - Q_1 = 17 - 9 = 8$$

$$\text{طول بخش سمت راست جعبه} = Q_3 - Q_2 = 24 - 17 = 7$$

بنابراین اختلاف طول دو بخش داخل جعبه برابر  $8 - 7 = 1$  است.

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$$17, 23, 26, 32, 45, 51, 53, 59, 61, 64, 74$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس داده ششم میانه داده‌هاست و در نتیجه میانه ۵ داده اول برابر  $Q_1$  و میانه ۵ داده آخر برابر  $Q_3$  است:

$$Q_1 = 26, Q_3 = 61$$

پس داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از ۳۲، ۴۵، ۵۱، ۵۳، ۵۹ و میانگین این داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{32+45+51+53+59}{5} = \frac{240}{5} = 48$$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال ریاضی یازدهم فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱ در جدول زیر درصد داده‌ها داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به بازه (۲۵, ۲۸) چند درجه است؟

بازه داده	۱۶ - ۱۹	۱۹ - ۲۲	۲۲ - ۲۵	۲۵ - ۲۸	۲۸ - ۳۱
درصد	۱۷	۲۰/۵	۲۲	x	۱۸

(۱) ۷۲

(۲) ۸۱

(۳) ۸۴

(۴) ۹۰

بارم

(۲)

در یک نمودار دایره ای فراوانی دسته های A و B به ترتیب  $\frac{5}{8}$  و  $\frac{3}{4}$  برابر فراوانی دسته D و فراوانی دسته C با D برابر است. اندازه زاویه دسته B را در نمودار دایره ای به دست آورید.

۳ نمودار میله‌ای، بافت‌نگاشت و دایره‌ای، به ترتیب برای کدام یک از انواع داده‌ها مناسب‌اند؟

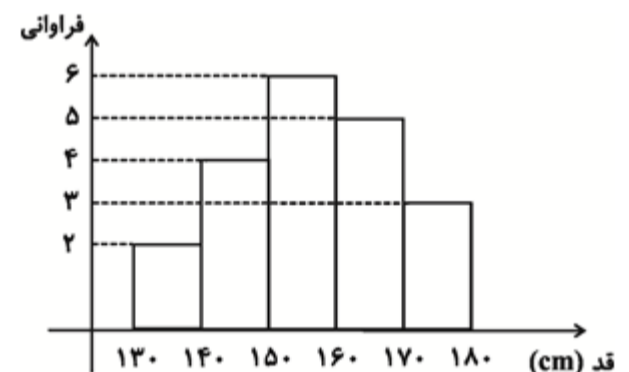
(۲) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی گسسته و کیفی

(۱) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی پیوسته

(۴) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی گسسته و کیفی

(۳) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی پیوسته

۴ نمودار بافت‌نگاشت زیر، مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس است. اگر دانش‌آموز جدیدی با قد ۱۶۴ سانتی‌متر به کلاس اضافه شود، فراوانی نسبی دسته وسط چگونه تغییر می‌کند؟



(۱)  $\frac{1}{28}$  کم می‌شود.

(۲)  $\frac{1}{30}$  زیاد می‌شود.

(۳)  $\frac{1}{70}$  کم می‌شود.

(۴) تغییر نمی‌کند.

بارم

(۵)

۵ اگر فراوانی نسبی دسته ای برابر  $\frac{12}{100}$  و فراوانی این دسته ۱۲ باشد، تعداد کل داده ها را بیابید.

۶ پایه یازدهم مدرسه‌ای دارای ۳ کلاس ۳۰ نفره است. میانگین معدل این دانش‌آموزان  $\frac{16}{8}$  بوده است. اگر دبیران یک کلاس به همه دانش‌آموزان آن کلاس در تمام درس‌ها  $\frac{4}{100}$  نمره و دبیران یک کلاس دیگر به تمام دانش‌آموزان آن کلاس در تمام درس‌ها  $\frac{2}{100}$  نمره اضافه کنند، میانگین معدل کل دانش‌آموزان پایه یازدهم این مدرسه کدام خواهد شد؟

(۴) ۱۷

(۳) ۱۷/۰۵

(۲) ۱۷/۱

(۱) ۱۶/۹۵

۷) اگر هر یک از داده‌های آماری  $8, 11, 7, 7, a^2 - 7, 4, 7, 5, 9, a + 5$  را سه برابر کرده و با ۲ جمع کنیم، مد داده‌ها برابر ۲۹ می‌شود. مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 3$  (۲)  $\pm 4$  (۳) ۳ (۴) ۴

بارم

۱

۸

اگر میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۱۵ و مجموع ۹ تای اول آن‌ها ۱۳۲ باشد، دهمین داده را به دست آورید.

۹) میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۱۸ است. کدام داده زیر را به این ۱۰ داده اضافه کنیم تا میانگین داده‌های جدید، ۲ واحد بیشتر از میانگین ۱۰ داده اولیه باشد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۵ (۴) ۳۰

بارم

۱

۱۰

میانگین وزن دار نمرات زیر را به دست آورید.

تربیت بدنی	زبان فارسی	ریاضی	زبان خارجه	آمار و احتمال	نام درس
۱	۳	۲	۳	۱	واحد (ضریب)
۲۰	۱۴	۱۶	۱۵	۱۸	نمره

۱۱) در ۲۷ داده آماری میانگین ۱۲۳ محاسبه شده است. در بررسی دوباره داده‌ها متوجه شده‌ایم که به جای داده ۱۶۵، داده ۱۱۱ محاسبه گردیده است. با رفع این اشتباه میانگین واقعی کدام است؟

- (۱)  $123/5$  (۲)  $124/5$  (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۲۴

۱۲) میانگین داده‌های  $3a + 4, 17, 15, 11, 3, 2$ ، سه واحد بیشتر از میانگین داده‌های  $a, 17, 15, 11, 3, 2$  است. میانگین داده‌های دسته دوم کدام است؟

- (۱)  $8/5$  (۲) ۹ (۳)  $9/5$  (۴) ۱۰

۱۳) به ۲۰ داده آماری با انحراف معیار ۵، حداقل چند داده مساوی با میانگین باید اضافه شود تا انحراف معیار به کمتر از ۴ برسد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۴) مجموع ۱۵ داده آماری برابر ۱۲۰ است. اگر واریانس این داده‌ها برابر ۳۶ باشد، ضریب تغییرات آن‌ها کدام است؟

- (۱)  $0/5$  (۲)  $0/75$  (۳)  $1/5$  (۴)  $4/5$

بارم

۱

۱۵

ضریب تغییرات داده‌های ۱۳، ۱۵، ۱۲، ۱۱ و ۹ کدام است؟

۱۶) میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ (داده‌ها برحسب سانتی‌متر هستند.)

۵۹, ۳۹, ۵۶, ۴۶, ۵۰, ۵۴, ۳۷, ۴۲, ۵۷, ۳۲

- (۱)  $0/07$  (۲)  $0/09$  (۳)  $0/12$  (۴)  $0/15$

۱۷) واریانس داده‌های  $a, b, c, d, e, f, 5$  برابر ۱۴ است. اگر دو داده ۵ و  $f$  را از میان آن‌ها حذف کنیم، میانگین داده‌ها تغییری نمی‌کند. اما واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر صفر می‌شود. مقدار  $f$  کدام است؟ ( $f > 5$ )

۲۰ (۲)

۱۹ (۱)

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸) در داده‌های آماری روبه‌رو، واریانس داده‌های مابین چارک اول و چارک سوم کدام است؟  $1, 9, 2, 4, 1, 4, 2, 5, 7, 8, 1, 8$

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

بارم

۱

۱۹)

واریانس داده‌های  $17, 9, 14$  و  $13$  را به دست آورید.

۲۰) کدام شاخص‌های آماری برای داده‌های  $8, 9, 5, 7$  و  $1$  با هم برابرند؟

۲) دامنه تغییرات و میانگین

۱) میانگین و واریانس

۴) واریانس و دامنه تغییرات

۳) میانگین و انحراف معیار



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال ریاضی یازدهم فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که همیشه مجموع درصد داده‌ها برابر ۱۰۰ است. پس:

$$17 + 20/5 + 22 + x + 18 = 100 \Rightarrow x = 100 - 77/5 \Rightarrow x = 22/5$$

$$\theta_F = F_F \times 36^\circ = \frac{22/5}{100} \times 36^\circ = 81^\circ$$

بارم

۱

سوال ۲

در نمودار دایره ای زاویه مرکزی هر دسته متناسب با فراوانی آن دسته است. یعنی همان نسبت های که بین فراوانی دسته های A، B، C و D وجود دارد بین زاویه های مرکزی آن ها نیز وجود دارد.

طبق صورت سؤال:

$$\begin{cases} f_A = \frac{5}{7} f_D \\ f_B = \frac{3}{7} f_D \\ f_C = f_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_A = \frac{5}{7} \alpha_D \\ \alpha_B = \frac{3}{7} \alpha_D \\ \alpha_C = \alpha_D \end{cases}$$

از طرفی مجموع زاویه های مرکزی تمام دسته ها در نمودار دایره ای برابر با  $360^\circ$  است پس:

$$\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5}{7} \alpha_D + \frac{3}{7} \alpha_D + \alpha_D + \alpha_D = 360^\circ \Rightarrow 6 \alpha_D = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_D = 60^\circ \xrightarrow{\alpha_B = \frac{3}{7} \alpha_D} \alpha_B = \frac{3}{7} \times 60^\circ = 90^\circ$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی و نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب‌اند.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{تعداد دانش‌آموزان} = ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = ۲۰$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته وسط قبل از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

دانش‌آموز جدید یک واحد به فراوانی دسته چهارم و کل داده‌ها اضافه می‌کند و در فراوانی دسته وسط تاثیری ندارد.

$$\text{فراوانی نسبی دسته وسط بعد از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$$

$$\text{تفاضل فراوانی‌های نسبی} = \frac{۲}{۷} - \frac{۳}{۱۰} = \frac{۲۰-۲۱}{۷۰} = -\frac{۱}{۷۰}$$

یعنی فراوانی نسبی دسته وسط،  $\frac{۱}{۷۰}$  کم می‌شود.

بارم

۱

سوال ۵

رابطه فراوانی نسبی را می‌نویسیم:

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = ۰/۱۲ = \frac{۱۲}{n} \Rightarrow n = ۱۰۰$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

مجموع معدل دانش‌آموزان قبل از اضافه کردن نمره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$۱۶/۸ = \frac{\text{مجموع معدل دانش‌آموزان}}{۳ \times ۳۰} \Rightarrow ۱۵۱۲ = \text{مجموع معدل دانش‌آموزان}$$

مجموع معدل دانش‌آموزان در حالت دوم

$$= ۱۵۱۲ + ۳۰ \times ۰/۴ + ۳۰ \times ۰/۲ = ۱۵۱۲ + ۱۲ + ۶ = ۱۵۳۰$$

$$\text{میانگین معدل دانش‌آموزان در حالت دوم} = \frac{۱۵۳۰}{۳۰ \times ۳} = ۱۷$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۴

فرض کنید مد داده‌ها برابر  $M$  باشد. اگر تمامی داده‌ها را سه برابر کرده و با ۲ جمع کنیم، مد داده‌ها برابر  $۳M + ۲$  خواهد بود. داریم:

$$۳M + ۲ = ۲۹ \Rightarrow M = ۹$$

مد داده‌ای است که بیشترین تکرار را دارد. چون داده‌های ۵ و ۷ هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند، پس داده ۹ باید بیشتر از ۲ بار تکرار شده باشد و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} a + ۵ = ۹ \Rightarrow a = ۴ \\ a^2 - ۷ = ۹ \Rightarrow a^2 = ۱۶ \Rightarrow a = \pm ۴ \end{cases}$$

چون هر دو داده  $a + ۵$  و  $a^2 - ۷$  باید برابر ۹ باشند، پس تنها جواب مشترک یعنی  $a = ۴$  قابل قبول است.

بارم

۱

سوال ۸

رابطه میانگین را برای ۱۰ داده می نویسیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \xrightarrow[\bar{x}=15]{n=10} 15 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 150 \quad (1)$$

طبق صورت سؤال مجموع ۹ داده اول برابر با ۱۳۲ است. دهمین داده را به دست می آوریم:

$$(1) \xrightarrow{\text{داده اول}} x_1 + x_2 + \dots + x_9 + x_{10} = 150 \Rightarrow 132 + x_{10} = 150 \Rightarrow x_{10} = 18$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از رابطه میانگین داریم:

$$\frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} = 18 \Rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 180$$

اگر داده جدید را برابر با a فرض کنیم، آنگاه داریم:

$$\frac{x_1 + \dots + x_{10} + a}{11} = 18 + 2 \Rightarrow \frac{180 + a}{11} = 20$$

$$\Rightarrow 180 + a = 220 \Rightarrow a = 40$$

بارم

۱

سوال ۱۰

رابطه میانگین وزن دار را می نویسیم، داده ها و ضریب (وزن) هر یک را در آن جایگذاری می کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \Rightarrow \bar{x}_w = \frac{1 \times 18 + 3 \times 15 + 2 \times 16 + 3 \times 14 + 1 \times 20}{1 + 3 + 2 + 3 + 1} \Rightarrow \bar{x}_w = \frac{157}{10} = 15.7$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

$$123 = \frac{\sum x_i}{27} \Rightarrow \sum x_i = 3321$$

واضح است که  $165 - 111 = 54$  واحد جمع داده ها را کم محاسبه کرده ایم. لذا جمع واقعی داده ها  $3321 + 54 = 3375$  است. در نتیجه میانگین واقعی  $\bar{x} = 123 + \frac{165-111}{27}$  یا همان ۱۲۵ است.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض کنید مجموع داده‌های ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳، ۲، برابر  $x$  باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{x+3a+4}{6} = \frac{x+a}{6} + 3 \xrightarrow{\times 6} x+3a+4 = x+a+18$$

$$\Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

بنابراین دسته دوم داده‌ها به صورت ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۷، ۳، ۲ هستند و میانه این داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط است، یعنی داریم:

$$Q_2 = \frac{7+11}{2} = 9$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

برای داده اولیه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2}{20} = 25$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 = 500$$

فرض کنید  $k$  داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کنیم. اگر انحراف معیار داده‌های جدید را با  $\sigma'$  نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 + k(\bar{x} - \bar{x})^2}{20+k}$$

$$= \frac{500}{20+k}$$

$$\sigma' < 4 \Rightarrow \sigma'^2 < 16 \Rightarrow \frac{500}{20+k} < 16 \Rightarrow 20+k > \frac{500}{16} = 31.25$$

$$\Rightarrow k > 11.25$$

بنابراین حداقل باید ۱۲ داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کرد تا انحراف معیار کمتر از ۴ شود.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

اگر  $\bar{x}$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار این داده‌ها باشد، داریم:

$$\bar{x} = \frac{120}{15} = 8$$

$$\sigma^2 = 36 \Rightarrow \sigma = 6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6}{8} = 0.75$$



بارم

۱

سوال ۱۵

ابتدا میانگین داده ها را حساب می کنیم.

$$\bar{x} = \frac{9+11+12+15+13}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

رابطه انحراف معیار را می نویسیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{(9-12)^2 + (11-12)^2 + (12-12)^2 + (15-12)^2 + (13-12)^2}{5}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{9+1+0+9+1}{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$$

در نتیجه ضرب تغییرات برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ی «۲»

اگر داده ها را به صورت صعودی مرتب کنیم، داریم:

$$32, 37, 39, 42, 46, 50, 54, 56, 57, 59$$

تعداد داده ها زوج است، پس میانه برابر میانگین دو داده وسط است:

$$Q_2 = \frac{46+50}{2} = 48$$

همچنین چارک های اول و سوم به ترتیب میانه ۵ داده اول و ۵ داده آخر هستند، پس  $Q_1 = 39$  و  $Q_3 = 56$  بوده و در نتیجه داده های ۵۰، ۵۴، ۴۶، ۴۲ داخل جعبه قرار می گیرند. برای داده های داخل جعبه داریم:

$$\bar{x} = \frac{42+46+50+54}{4} = 48$$

$$\sigma^2 = \frac{(-6)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 6^2}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} \approx 0.09$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با حذف داده‌های ۵ و f، میانگین داده‌ها تغییری نمی‌کند، پس میانگین این دو عدد با میانگین داده‌های باقی‌مانده برابر است. همچنین با حذف داده‌های ۵ و f، واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر صفر است که در نتیجه داده‌های a, b, c, d, e برابر یکدیگرند. اگر هر کدام از این داده‌ها را مساوی a در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{5+f}{2} = \frac{a+b+c+d+e}{5} = \frac{5a}{5} = a \Rightarrow 5+f = 2a$$

$$\Rightarrow 5-a = a-f \Rightarrow (5-a)^2 = (a-f)^2 = (f-a)^2 \quad (1)$$

واریانس داده‌های اولیه برابر ۱۴ است. با توجه به این‌که میانگین داده‌ها برابر a است، داریم:

$$14 = \frac{(5-a)^2 + 5(a-a)^2 + (f-a)^2}{2} \xrightarrow{(1)} 2(5-a)^2 = 98$$

$$\Rightarrow (5-a)^2 = 49 \Rightarrow |5-a| = 7 \xrightarrow{5 < a} a-5 = 7 \Rightarrow a = 12$$

$$5+f = 2a = 24 \Rightarrow f = 19$$

توجه: از  $f > 5$  نتیجه می‌شود که میانگین ۵ و f از ۵ بزرگ‌تر است پس  $a > 5$ .

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۴, ۴, ۵, ۷, ۸, ۸, ۹ → مرتب‌سازی داده‌ها

۲, ۲, ۴, ۴, ۵, ۷ ⇒ داده‌های ما بین چارک اول و سوم

$$\bar{x} = \frac{2+2+4+4+5+7}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

$$s^2 = \frac{4+4+0+0+1+9}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

بار

۱

سوال ۱۹

ابتدا میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{12+14+9+17}{4} = \frac{52}{4} = 13$$

رابطه واریانس را می‌نویسیم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{(12-13)^2 + (14-13)^2 + (9-13)^2 + (17-13)^2}{4} = \frac{1^2 + 1^2 + 4^2 + 4^2}{4} = 8/4 = 2$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+7+5+9+8}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

کمترین داده - بیشترین داده = دامنه تغییرات =  $9 - 1 = 8$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(1-6)^2 + (7-6)^2 + (5-6)^2 + (9-6)^2 + (8-6)^2}{5}$$

$$= \frac{25+1+1+9+4}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\sigma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال یازده ریاضی فصل ۴ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) فرض کنید جامعه‌ای از ۱۰۰ عضو تشکیل شده است و می‌خواهیم نمونه‌ای با اندازه ۲۰ از آن انتخاب کنیم. برای این کار جامعه را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم. روش نمونه‌گیری و احتمال انتخاب هر نمونه کدام است؟

- (۱) طبقه‌ای،  $\frac{1}{10}$   
(۲) طبقه‌ای،  $\frac{1}{5}$   
(۳) خوشه‌ای،  $\frac{1}{5}$   
(۴) خوشه‌ای،  $\frac{1}{10}$

۲) برای بررسی شیوع بیماری کرونا در کشور، استان را به صورت تصادفی انتخاب کرده و تست کرونا را روی تمام ساکنین آن استان‌ها انجام می‌دهیم. در این بررسی از کدام روش نمونه‌گیری استفاده شده است؟

- (۱) تصادفی ساده (۲) طبقه‌ای (۳) خوشه‌ای (۴) سیستماتیک

۳) کدام یک از تعاریف زیر نا درست است؟

- (۱) خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه  
(۲) آماره مشخصه‌ای عددی است که از داده‌های نمونه به دست می‌آید.  
(۳) پارامتر مشخصه‌ای عددی است که در صورت داشتن داده‌های کل جامعه قابل محاسبه است.  
(۴) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب، ارزش بالایی دارد.

۴) مهم‌ترین مزیت نمونه‌گیری خوشه‌ای در مقایسه با نمونه‌گیری تصادفی ساده کدام است؟

- (۱) از بین بردن اریبی (۲) افزایش دقت نمونه‌گیری  
(۳) صرفه‌جویی در هزینه و زمان (۴) یکسان شدن احتمال انتخاب همه واحدهای آماری در نمونه

بارم

۱

۵)

انواع نمونه‌گیری را نام ببرید. (۴ مورد)

۶) کدام گزینه نا درست است؟

- (۱) پارامتر جامعه مقدار ثابتی دارد. (۲) از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌شود.  
(۳) ممکن است آماره به ازای دو نمونه یکسان باشد. (۴) پارامتر جامعه هیچ‌گاه قابل محاسبه نیست.

۷) کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد روش‌های نمونه‌گیری نا درست است؟

- (۱) در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر است.  
(۲) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، در هر طبقه احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر است.  
(۳) در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر است.  
(۴) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر است.

۸) روش گردآوری داده‌ها در کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) وضعیت آلودگی هوا (۲) تعداد دستگاه‌های عابر بانک موجود در یک خیابان  
(۳) رضایت مردم تهران از وسایل نقلیه عمومی (۴) وضعیت آب گرفتگی معابر

۹) یک نمونه تصادفی شامل ۱۴۴ دانش آموز از میان دانش آموزان پایه یازدهم ریاضی استان تهران انتخاب کرده ایم. اگر میانگین نمرات درس آمار و احتمال این گروه برابر  $15/5$  و انحراف معیار نمرات این درس در سطح استان برابر  $1/5$  باشد، آنگاه بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین نمرات این درس در سطح استان کدام است؟

(۲)  $[15/3, 15/7]$

(۱)  $[15/4, 15/6]$

(۴)  $[15, 16]$

(۳)  $[15/25, 15/75]$

۱۰) در نمونه گیری تصادفی ساده به اندازه  $n = 3$  از جامعه  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، احتمال انتخاب نمونه ای که میانگین را ۴ برآورد کند، کدام است؟

(۴)  $0/05$

(۳)  $0/1$

(۲)  $0/15$

(۱)  $0/2$

۱۱) اگر دو فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه ای با واریانس معلوم با استفاده از دو نمونه به صورت  $[10, 12]$  و  $[9, 13]$  به دست آمده باشند، نسبت اندازه نمونه اول به نمونه دوم کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۲) ۴

(۱)  $\frac{1}{4}$

۱۲) فرض کنید می خواهیم میانگین اعداد جامعه ای را با شش داده به صورت ۲۰، ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۱۶ و ۱۵ برآورد نماییم. چقدر احتمال دارد آماره میانگین جامعه برای یک نمونه دوتایی برابر ۱۸ باشد؟

(۴)  $\frac{2}{15}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{15}$

(۱)  $\frac{1}{5}$

۱۳) از جامعه ای با انحراف معیار  $5/1$ ، نمونه ای به صورت ۱، ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۴، ۵ انتخاب شده است. طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴) در جامعه ای با انحراف معیار  $\sigma$ ، کران بالای فاصله اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای یک نمونه از آن جامعه برابر ۵۱ است. اگر میانگین نمونه ۴۳ باشد، مقدار انحراف معیار برآورد میانگین کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

۱۵) اگر برآورد بازه ای با اطمینان بیش از ۹۵٪ از میانگین جامعه با نمونه ای ۲۵ تایی از آن جامعه، به صورت  $(2/31, 1/37)$  باشد، برآورد نقطه ای از میانگین جامعه با استفاده از این نمونه کدام است؟

(۴)  $4/04$

(۳)  $2/02$

(۲)  $1/45$

(۱)  $0/29$

۱۶) در بررسی میانگین سن افراد شرکت کننده در یک آزمون سراسری، ۸۱ نفر به طور تصادفی از آن انتخاب شده اند. اگر میانگین نمونه و انحراف معیار جامعه به ترتیب برابر ۳۰ و ۴ باشد، حداکثر اختلاف بین میانگین جامعه و میانگین نمونه با اطمینان بیش از ۹۵ درصد کدام است؟

(۴)  $\frac{4}{81}$

(۳)  $\frac{4}{9}$

(۲)  $\frac{4}{9}$

(۱) ۱

۱۷) اگر انحراف معیار برآورد میانگین توسط یک نمونه ۶۲۵ تایی از یک جامعه برابر  $0/4$  باشد، واریانس جامعه کدام است؟

(۲) ۱۰۰

(۱) ۱۰

(۴) ۲۲۵

(۳) ۲۵

۱۸) از میان اعداد صحیح ۰ تا  $N$ ، شش عدد ۲۰، ۱۸، ۱۴، ۱۱، ۵، ۴ به طور تصادفی انتخاب شده اند. برآورد نقطه ای از  $N$  به کمک پارامتر میانگین کدام است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۲۲

(۲) ۲۳

(۱) ۲۴

۱۹) اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۲۵ تایی از یک جامعه برابر  $1/8$  باشد، انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۲۲۵ تایی از این جامعه کدام است؟

(۴)  $0/6$

(۳)  $0/5$

(۲)  $0/3$

(۱)  $0/2$

۲۰) اگر انحراف معیار جامعه‌ای برابر  $1/63$  باشد و نمونه‌ای به صورت ۰,۱,۲,۵ از این جامعه انتخاب کرده باشیم، آنگاه بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین این جامعه کدام است؟

(۲)  $[0/37, 2/63]$

(۱)  $[1/63, 2/37]$

(۴)  $[1/37, 2/63]$

(۳)  $[0/37, 3/63]$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال یازده ریاضی فصل ۴ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

چون دو قسمت از ده قسمت به طور کامل انتخاب شده است، پس نمونه‌گیری خوشه‌ای صورت گرفته است. اگر اندازه نمونه را با  $n$  و اندازه جامعه را با  $N$  نمایش دهیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵}$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

در اینجا استان‌ها به عنوان واحدهای نمونه‌گیری اولیه در نظر گرفته شده و ۵ استان از بین آن‌ها انتخاب شده است. سپس همه واحدهای آماری (افراد) استان‌ها به عنوان نمونه در نظر گرفته شده است، بنابراین روش نمونه‌گیری، نمونه‌گیری خوشه‌ای می‌باشد.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری اریب است. بنابراین آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که می‌توانند ناریب کنند و در واقع نمونه‌گیری ناریب، ارزش بالایی برای بررسی یک جامعه دارد.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

مزیت استفاده از نمونه‌گیری خوشه‌ای به جای نمونه‌گیری تصادفی ساده، کاهش هزینه نمونه‌گیری است.

بارم

۱

سوال ۵

تصادفی ساده - خوشه ای - طبقه ای - سیستماتیک (سامانمند)

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

پارامتر یک مشخصه عددی است که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند قابل محاسبه است. همچنین پارامتر جامعه همیشه ثابت است. از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌شود که از نمونه‌ای به نمونه دیگر تغییر می‌کنند ولی می‌توان نمونه‌هایی یافت که مقدار آماره برای آن‌ها یکسان باشد، مثلاً میانگین دو نمونه  $\{2, 4\}$  و  $\{1, 5\}$  یکسان است.

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۴

در نمونه‌گیری طبقه‌ای تنها زمانی احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر یکدیگر است که از هر طبقه متناسب با تعداد اعضای آن طبقه، نمونه‌ای انتخاب شود و در سایر حالت‌ها، احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر نیست.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

برای بررسی رضایت مردم تهران از وسایل نقلیه عمومی از روش مصاحبه استفاده می‌کنیم اما گردآوری داده‌ها در سایر گزینه‌ها با روش مشاهده امکان‌پذیر است.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت  $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$  است که  $\bar{x}$  میانگین نمونه،  $\sigma$  انحراف معیار جامعه و  $n$  تعداد اعضای نمونه است. بنابراین بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد به صورت زیر است:

$$[15/5 - \frac{2 \times 1/5}{\sqrt{144}}, 15/5 + \frac{2 \times 1/5}{\sqrt{144}}] = [15/5 - \frac{3}{12}, 15/5 + \frac{3}{12}]$$

$$= [15/25, 15/25]$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

تعداد حالت‌هایی که می‌توان نمونه‌ای ۳ عضوی از یک جامعه ۶ عضوی انتخاب کرد، برابر است با:

$$\binom{6}{3} = 20$$

نمونه‌هایی ۳ عضوی که میانگین اعضای آن‌ها برابر ۴ باشد، عبارتند از:

$\{3, 4, 5\}$ ،  $\{2, 4, 6\}$ ،  $\{1, 5, 6\}$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر  $\frac{3}{20} = 0/15$  خواهد بود.



سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

اگر فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه به صورت  $[L, U]$  باشد. آن گاه:

$$U - L = \frac{F\sigma}{\sqrt{n}}$$

بنابراین برای بازه  $[10, 12]$  با نمونه  $n_1$  تایی خواهیم داشت:

$$12 - 10 = \frac{F\sigma}{\sqrt{n_1}} \Rightarrow \frac{F\sigma}{\sqrt{n_1}} = 2$$

و برای بازه  $[9, 13]$  با نمونه  $n_2$  تایی داریم:

$$13 - 9 = \frac{F\sigma}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow \frac{F\sigma}{\sqrt{n_2}} = 4$$

$$\frac{\frac{F\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{F\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = 2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = 4$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

مقدار آماره میانگین برای نمونه‌های دوتایی  $\{16, 20\}$  و  $\{17, 19\}$  برابر ۱۸ می‌باشد. در صورتی که پیشامد آنکه آماره میانگین جامعه برای نمونه دوتایی برابر ۱۸ باشد را  $A$  بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{2}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

میانگین این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+2+3+3+4+4+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

اگر  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار جامعه و  $n$  اندازه نمونه باشد، آن گاه داریم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3 - \frac{2 \times 1.5}{3} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1.5}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \leq \mu \leq 4 \Rightarrow \mu \in [2, 4]$$

بنابراین طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه، برابر ۲ است.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

فاصله اطمینان بیش از ۹۵ درصد به صورت  $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$  است که میانگین نمونه و  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  انحراف معیار برآورد میانگین جامعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 51 - 43 = 8 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه برآورد بازه‌ای با اطمینان بیش از ۹۵% به صورت  $(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$  می‌باشد و برآورد نقطه‌ای برابر  $\bar{x}$  است، با میانگین گرفتن از دو سر بازه می‌توان  $\bar{x}$  را محاسبه کرد. پس داریم:

$$\bar{x} = \frac{(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) + (\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})}{2} = \frac{1/13 + 2/31}{2} = \frac{4/94}{2} = 2/23$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

$$n = 81, \quad \bar{x} = 30, \quad \sigma = 4$$

$$|\mu - \bar{x}| \leq \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow |\mu - \bar{x}| \leq \frac{2 \times 4}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه‌ی «۲»

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/4 = \frac{\sigma}{\sqrt{625}} \Rightarrow 0/4 = \frac{\sigma}{25}$$

$$\Rightarrow \sigma = 25 \times 0/4 = 10 \Rightarrow \sigma^2 = 100$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی میانگین اعداد انتخاب شده برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{4+5+11+14+18+20}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

بنابراین برآورد نقطه‌ای N به کمک پارامتر میانگین به صورت زیر است:

$$\frac{N}{2} = 12 \Rightarrow N = 24$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۴

انحراف معیار برآورد میانگین یک نمونه برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است. بنابراین اگر  $n_1 = 25$  و  $n_2 = 225$  فرض شود، آنگاه داریم:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} \Rightarrow \frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{1/8} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{225}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}_2} = 0/6$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم:

$$\bar{X} = \frac{0+1+2+5}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 - \frac{2 \times 1/63}{\sqrt{4}} \leq \mu \leq 2 + \frac{2 \times 1/63}{\sqrt{4}}$$

$$\Rightarrow 0/37 \leq \mu \leq 3/63$$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال یازده ریاضی فصل ۴ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری را ..... می‌نامند.

(۱) اریب (۲) ناریب (۳) سامانمند (۴) تصادفی

۲) چه تعداد از متغیرهای زیر کمی گسسته هستند؟

(الف) گروه خونی افراد

(ب) باقیمانده تقسیم اعداد طبیعی در تقسیم بر ۱۰۰ (بدون رقم اعشار در خارج قسمت)

(پ) سرعت اتومبیل

(ت) معدل دانش‌آموزان دبیرستان

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳) در کدامیک از موضوعات زیر، از دادگان‌ها برای جمع‌آوری داده‌ها نمی‌توان استفاده کرد؟

(۱) تیراژ روزنامه‌های کشور (۲) تعداد مجروحان در تصادفات رانندگی سال ۹۷ در کل کشور

(۳) تعداد پروازهای خروجی فرودگاه مهرآباد در یک روز خاص (۴) تعداد عابرانی که در یک روز خاص از یک پل عابر استفاده می‌کنند.

بارم

۱

۴

در موارد زیر کدام روش نمونه‌گیری مناسب تر است؟

(الف) بررسی در آمد ساکنان شهر تهران

(ب) میزان رضایت بیماران از یک بیمارستان هنگام ترخیص

۵) برای بررسی «میزان آلاینده‌گی خودروهای در حال تردد در شهر تهران» کدامیک از نمونه‌گیری‌های زیر اریب نیست؟

(۱) نمونه‌گیری از خودروهای موجود در یک تعمیرگاه

(۲) نمونه‌گیری از خودروهای عبوری از یکی از خیابانهای شهر

(۳) نمونه‌گیری از خودروهای تولیدی یکی از کارخانه‌های داخلی

(۴) نمونه‌گیری از خودروهایی که شماره سمت راست پلاک آنها عدد ۹ است (از طریق تماس تلفنی با مالک اتومبیل)

بارم

۱

۶

می‌خواهیم متوسط درآمد کارکنان یک دانشگاه را که شامل ۱۰ دانشکده است بررسی کنیم، ابتدا ۳ دانشکده را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم و سپس همه کارکنان هر سه دانشکده را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این بررسی از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده ایم؟ چرا؟

۷) اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری را....

(۱) اریب (۲) ناریب (۳) سانانمند (۴) تصادفی

۸) کدام یک از تعاریف زیر نادرست است؟

- ۱) مشخصه‌ای عددی که توصیف کننده جنبه خاصی از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید، آماره نامیده می‌شود.
- ۲) فرآیند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه بر اساس نمونه را آمار استنباطی می‌نامیم.
- ۳) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب، ارزش بالایی دارد.
- ۴) هر زیرمجموعه از یک جامعه آماری را که با روش مشخصی انتخاب شده باشد، نمونه می‌گوییم.

۹) زمانی از روش نمونه‌گیری طبقه‌ای استفاده می‌کنیم که بخواهیم ...

- ۱) احتمال انتخاب شدن تمام اعضای نمونه برابر باشد.
- ۲) به سرعت نمونه‌گیری را انجام دهیم.
- ۳) تمام اعضای یک گروه را بررسی کنیم.
- ۴) از تمامی گروه‌ها عضوی در نمونه باشد.

۱۰) کدام نمونه‌گیری ناریب است؟

- ۱) نمونه‌گیری از ماهی‌های سطح یک دریاچه به منظور بررسی وزن ماهی‌های دریاچه
- ۲) نمونه‌گیری از دانش‌آموزان شهر تهران به منظور بررسی میانگین نمره ریاضی دانش‌آموزان کشور
- ۳) نمونه‌گیری از دانشجویان برای بررسی تأثیر هوش هیجانی بر پیشرفت تحصیلی دانشجویان
- ۴) نمونه‌گیری از تاکسی‌های تهران برای بررسی میانگین عمر وسایل نقلیه شهری

۱۱) در انتخاب یک نمونه دوتایی از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 49\}$ ، با کدام احتمال میانگین نمونه و جامعه یکسان است؟

- ۱)  $\frac{1}{24}$       ۲)  $\frac{1}{25}$       ۳)  $\frac{1}{49}$       ۴)  $\frac{1}{50}$

۱۲) درآمد ماهیانه یک جامعه شامل ۶ خانواده برحسب میلیون تومان به صورت  $\{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$  است. اگر برای برآورد میانگین درآمد ماهیانه در این جامعه، نمونه  $\{2, 6\}$  انتخاب شود، کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱) آماره نمونه برابر ۴ است.
- ۲) برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه برابر ۴ است.
- ۳) پارامتر جامعه برابر ۴ است.
- ۴) نمونه انتخاب شده، میانگین جامعه را به طور دقیق برآورد نمی‌کند.

۱۳) اگر اندازه یک نمونه ۴ برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین جامعه چند برابر می‌شود؟

- ۱) ۴      ۲)  $\frac{1}{4}$       ۳) ۲      ۴)  $\frac{1}{4}$

۱۴) در جامعه‌ای شامل ۱۰ خانواده، تعداد فرزندان خانواده‌ها به صورت ۱, ۳, ۴, ۲, ۴, ۵, ۱, ۲, ۳, ۲ است. اختلاف بین کمترین و بیشترین مقدار برآورد نقطه‌ای میانگین بر اساس نمونه‌هایی با اندازه ۴ کدام است؟

در جامعه‌ای شامل ۱۰ خانواده، تعداد فرزندان خانواده‌ها به صورت ۱, ۳, ۴, ۲, ۴, ۵, ۱, ۲, ۳, ۲ است. اختلاف بین کمترین و بیشترین مقدار برآورد نقطه‌ای میانگین بر اساس نمونه‌هایی با اندازه ۴ کدام است؟

- ۱) ۳      ۲)  $\frac{2}{5}$       ۳) ۲      ۴)  $\frac{1}{5}$

۱۵) از یک جامعه با واریانس ۸۱، نمونه‌ای انتخاب کرده‌ایم. حداقل اندازه نمونه چقدر باید باشد تا انحراف معیار برآورد میانگین جامعه بیشتر از ۶ نشود؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶

بارم

۱۶

۱

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص و عبارت های نادرست را تصحیح کنید.

الف) هر چه فاصله دو عدد بازه بیشتر و ضریب اطمینان بیشتر باشد، برآورد بازه ای دقیق تر است.

ب) با افزایش اندازه نمونه، برآوردها به پارامتر جامعه نزدیک می شوند.

۱۷) از میان اعداد صحیح ۰ تا  $N$ ، چهار عدد ۱، ۳، ۵ و ۷ به طور تصادفی انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای از  $N$  به کمک پارامتر میانگین کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۱۸) برآورد ما با اطمینان بیش از ۹۵ درصد از میانگین جامعه با استفاده از یک نمونه ۱۰۰ عضوی در بازه  $[۶/۸۸, ۵/۷۶]$  قرار گرفته است. انحراف معیار جامعه چقدر است؟

۲/۸ (۲)

۱/۴ (۱)

۱/۱۲ (۴)

۵/۶ (۳)

۱۹) میانگین نمره حسابان ۲۵ دانش‌آموز که به تصادف از کل کشور انتخاب شده‌اند برابر ۱۵ است. اگر انحراف معیار نمره حسابان دانش‌آموزان کل کشور برابر ۶ باشد، بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین نمره حسابان دانش‌آموزان کل کشور براساس این نمونه کدام است؟

[۱۲/۴, ۱۷/۶] (۴)

[۱۳/۲, ۱۶/۸] (۳)

[۱۲, ۱۸] (۲)

[۱۲/۶, ۱۷/۴] (۱)

۲۰) در یک نمونه با اندازه ۱۹۶، حد بالا و پایین فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه برابر ۴۳ و ۳۷ است. انحراف معیار برآورد میانگین این جامعه چقدر است؟

۱/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۱/۷۵ (۲)

۰/۸۵ (۱)



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون آماراحتمال یازده ریاضی فصل ۴ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۱

روش نمونه‌گیری‌ای که از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله گرفته و به سمتی خاص انحراف پیدا کرده است، روش نمونه‌گیری اریب نامیده می‌شود.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

باقیمانده تقسیم اعداد طبیعی در تقسیم بر ۱۰۰ (بدون رقم اعشار در خارج قسمت) یکی از اعداد ۰، ۱، ۲، ...، ۹۹ است. بنابراین متغیر کمی گسسته می‌باشد. معدل دانش‌آموزان دبیرستان و سرعت اتومبیل متغیرهای کمی پیوسته هستند. گروه خونی افراد نیز متغیر کیفی اسمی است.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

در مورد تعداد عابران پیاده‌ای که در یک روز خاص از یک پل عابر استفاده می‌کنند، اطلاعات ثبتي در اختیار نیست و بهترین روش جمع‌آوری داده‌ها در این مورد، مشاهده است.

بارم

۱

سوال ۴

الف) نمونه‌گیری طبقه‌ای

ب) نمونه‌گیری سامانمند

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

در نمونه‌گیری از خودروهای موجود در یک تعمیرگاه، درصد خودروهای آلاینده بیشتر از واقعیت نشان داده خواهد شد و همچنین سایر خودروها امکان حضور در نمونه را ندارند. در نمونه‌گیری از خودروهای عبوری از یک خیابان، خودروهایی که از آنها بیشتر استفاده می‌شود، احتمال بیشتری دارد که به عنوان نمونه انتخاب شوند. همچنین در نمونه‌گیری از خودروهای تولیدی یکی از کارخانه‌های داخلی، انواع دیگر خودروهای موجود در سطح شهر امکان انتخاب در نمونه را ندارند. بنابراین نمونه‌گیری‌های گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» همگی اریب هستند.

بارم

۱

سوال ۶

از روش نمونه گیری خوشه ای استفاده کرده ایم. چون جامعه را به چندین گروه تقسیم و سپس همه اعضای گروه های انتخاب شده به عنوان نمونه در نظر گرفته شده اند.

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

روش نمونه گیری ای که از نمونه گیری ایده آل فاصله گرفته و به سمتی خاص انحراف پیدا کرده است، روش نمونه گیری اریب نامیده می شود.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

برای بررسی یک جامعه، نمونه گیری نارایب ارزش بالایی دارد، بنابراین گزینه «۳» نادرست است.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه ی «۴»

نمونه گیری طبقه ای به ما این امکان را می دهد که جامعه را به چند گروه افراز کنیم و از تمام گروه ها عضوی در نمونه انتخاب کنیم.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

در گزینه «۱» ماهی های سطح دریاچه نمونه مناسبی برای کل ماهی ها نمی باشند.

در گزینه «۲» دانش آموزان شهر تهران معرف کل ایران به منظور بررسی میانگین نمره ریاضی نیستند.

در گزینه «۴» تاکسی های شهر تهران معرف کل وسایل نقلیه شهری نیستند.

در گزینه «۳» به دنبال تأثیر هوش هیجانی بر پیشرفت تحصیلی دانشجویان هستیم و نمونه گیری از دانشجویان به خوبی معرف جامعه است.



سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{1+2+3+\dots+49}{49} = \frac{49 \times 50}{2 \times 49} = 25$$

نمونه‌های دوتایی که میانگین را برابر ۲۵ برآورد می‌کنند، عبارت‌اند از:

$$\{1, 49\}, \{2, 48\}, \{3, 47\}, \dots, \{24, 26\}$$

تعداد این نمونه‌ها برابر ۲۴ است. در نتیجه احتمال آن که میانگین جامعه و نمونه برابر باشد، برابر است با:

$$P = \frac{24}{\binom{49}{2}} = \frac{24}{\frac{49 \times 48}{2}} = \frac{24}{49 \times 24} = \frac{1}{49}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

پارامتر جامعه، میانگین درآمد ماهیانه ۶ خانواده است. داریم:

$$\bar{X} = \frac{2+3+4+6+7+8}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

بنابراین پارامتر جامعه برابر ۵ است. اما آماره نمونه (میانگین نمونه دو عضوی) برابر  $\frac{2+6}{2} = 4$  است، یعنی برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه برابر ۴ است و در نتیجه نمونه انتخاب شده، میانگین جامعه را به‌طور دقیق برآورد نمی‌کند.

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

اگر اندازه نمونه ۴ برابر شود، داریم:

$$\sigma_{\bar{X}}(\text{جدید}) = \frac{\sigma}{\sqrt{4n}} = \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

پس انحراف معیار برآورد میانگین نصف می‌شود.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

اگر داده‌ها را به صورت مرتب شده درآوریم، داریم:

$$۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵$$

$$\text{کمترین برآورد نقطه‌ای میانگین} = \frac{۱+۲+۲}{۴} = ۱/۵$$

$$\text{بیشترین برآورد نقطه‌ای میانگین} = \frac{۳+۴+۴+۵}{۴} = ۴$$

بنابراین اختلاف بین کمترین و بیشترین مقدار برآورد نقطه‌ای میانگین در نمونه‌هایی با اندازه ۴، برابر  $۴ - ۱/۵ = ۲/۵$  است.

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\sigma^2 = ۸۱ \Rightarrow \sigma = ۹$$

$$\sigma_{\bar{x}} \leq ۶ \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq ۶ \Rightarrow \frac{۹}{\sqrt{n}} \leq ۶ \Rightarrow \sqrt{n} \geq ۱/۵$$

$$\Rightarrow n \geq ۲/۲۵$$

بنابراین حداقل اندازه نمونه باید برابر ۳ باشد.

بارم

۱

سوال ۱۶

(الف) نادرست است. هر چه فاصله دو عدد بازه کمتر و ضریب اطمینان بیشتر باشد، برآورد دقیق تر است.

(ب) درست است.

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{۰+۱+۲+\dots+N}{N+۱} = \frac{N(N+۱)}{۲(N+۱)} = \frac{N}{۲}$$

میانگین اعداد صحیح انتخاب شده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۱+۳+۵+۷}{۴} = \frac{۱۶}{۴} = ۴$$

بنابراین به کمک پارامتر میانگین، برآورد نقطه‌ای N به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{N}{۲} = ۴ \Rightarrow N = ۸$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

می‌دانیم برآورد میانگین جامعه با اطمینان بیش از ۹۵ درصد در بازه  $[\bar{x} - \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}}]$  قرار دارد. حال می‌خواهیم این بازه برابر  $[۵/۷۶, ۶/۸۸]$  باشد. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} - \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} &= ۵/۷۶ \\ \bar{x} + \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} &= ۶/۸۸ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} = ۶/۸۸ - ۵/۷۶ = ۱/۱۲$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = ۰/۲۸ \xrightarrow{n=۱۰۰} \frac{\sigma}{\sqrt{۱۰۰}} = ۰/۲۸ \Rightarrow \sigma = ۲/۸$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\begin{aligned} [\bar{x} - \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}}] &= [۱۵ - \frac{۲ \times ۶}{\sqrt{۳۵}}, ۱۵ + \frac{۲ \times ۶}{\sqrt{۳۵}}] \\ &= [۱۵ - ۲/۴, ۱۵ + ۲/۴] = [۱۲/۴, ۱۷/۴] \end{aligned}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه  $n$  در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\mu \text{ میانگین و } \sigma \text{ انحراف معیار جامعه است})$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} - \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} &= ۳۷ \\ \bar{x} + \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} &= ۴۳ \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\gamma\sigma}{\sqrt{n}} = ۶$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵$$