



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار انسانی دهم فصل ۱ زماندار

۱) دو برابر عددی از سه برابر عددی دیگر ۳ واحد بزرگتر است، اگر اختلاف دو عدد ۹ باشد، در این صورت میانگین آن‌ها کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۱۷/۵ (۱)      ۲) ۱۹/۵ (۲)      ۳) ۲۳/۵ (۳)      ۴) ۲۵ (۴)

۲) در مستطیلی که طول آن ۳ برابر عرض آن است، طول قطر  $4\sqrt{10}$  است. در این صورت مساحت مستطیل کدام است؟

- ۱) ۲۴ (۱)      ۲) ۴۸ (۲)      ۳) ۷۲ (۳)      ۴) ۹۶ (۴)

۳) ریشه کوچکتر معادله  $2x^2 - 7x + 3 = 0$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$  (۱)      ۲)  $-\frac{1}{2}$  (۲)      ۳) ۳ (۳)      ۴) -۳ (۴)

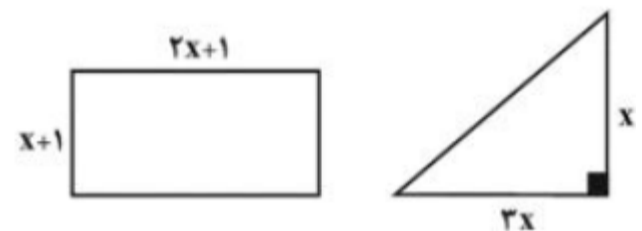
۴) جواب‌های معادله  $4x^2 = 3(x+1)^2 - 11$  کدام است؟

- ۱) ۴ و ۲ (۱)      ۲) ۴ و -۲ (۲)      ۳) ۶ و ۲ (۳)      ۴) ۶ و -۲ (۴)

۵) اگر ۲ و m ریشه‌های معادله  $x^2 - kx - 4 = 0$  باشند، مقدار m+k کدام است؟

- ۱) صفر (۱)      ۲) -۱ (۲)      ۳) -۲ (۳)      ۴) -۳ (۴)

۶) مساحت مستطیل زیر به اندازه ۹ واحد از مساحت مثلث زیر بزرگتر است. مساحت مثلث کدام است؟



- ۱) ۶ (۱)      ۲) ۹ (۲)      ۳) ۱۲ (۳)      ۴) ۱۵ (۴)

۷) در حل معادله  $2x^2 - 8x - 3 = 0$  به روش مربع کامل، معادله به شکل  $(x-a)^2 = b$  درمی‌آید. در این صورت a+b کدام است؟

- ۱) -۳/۵ (۱)      ۲) ۳/۵ (۲)      ۳) -۷/۵ (۳)      ۴) ۷/۵ (۴)

۸) در حل معادله درجه دوم  $3x^2 - 4x = -1$  به روش مربع کامل، پس از آنکه ضریب  $x^2$  برابر یک شد، از چه عددی جذر می‌گیریم؟

- ۱)  $\frac{4}{9}$  (۱)      ۲)  $\frac{1}{9}$  (۲)      ۳)  $\frac{2}{3}$  (۳)      ۴)  $\frac{1}{3}$  (۴)

۹) اگر  $x = -2$  ریشه معادله  $5x^2 - ax + 3a = 0$  باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) -۲۰ (۱)      ۲) ۲۰ (۲)      ۳) -۴ (۳)      ۴) ۴ (۴)

۱۰) اگر معادله  $2x^2 - 4x - 1 = 0$  را به روش مربع کامل حل کنیم، معادله به شکل  $(x - a)^2 = b$  درمی‌آید، در این صورت  $a - b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $-\frac{5}{2}$

۱۱) در مورد معادله  $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} = 2$  کدام گزینه درست است؟

- (۱) حاصل ضرب ریشه‌های آن  $-\frac{1}{2}$  است. (۲) مجموع ریشه‌های آن برابر ۲ است.  
(۳) دو ریشه قرینه دارد. (۴) فقط یک ریشه قابل قبول دارد.

۱۲) مجموع معکوس دو عدد فرد طبیعی متوالی برابر  $\frac{1}{18}$  است. مجموع دو عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۳) در مورد معادله  $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{17}{x^2-1}$  کدام گزینه درست است؟

- (۱) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد. (۲) دو جواب مثبت دارد.  
(۳) دو جواب منفی دارد. (۴) جواب ندارد.

۱۴) جواب معادله  $\frac{x}{2} + \frac{2x-3}{6} = 7$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۵) یک پیتزا را بین چند نفر به طور مساوی تقسیم کرده‌ایم. سپس دو نفر دیگر به جمع آن‌ها اضافه شد و دوباره پیتزا را به طور مساوی بین همه آن‌ها تقسیم کردیم. در این مرحله به اندازه  $\frac{1}{13}$  پیتزا کمتر از مرحله اول به نفرات اولیه پیتزا رسید. این جمع در ابتدا چند نفر بوده‌اند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار انسانی دهم فصل ۱ زماندار

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض می‌کنیم عدد بزرگ‌تر  $x$  و عدد کوچک‌تر  $y$  باشد، در این صورت طبق صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -2x + 2y = -18 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x(-2)} -y = -15 \Rightarrow y = 15$$

$$x - 15 = 9 \Rightarrow x = 15 + 9 = 24$$

میانگین دو عدد برابر است با:

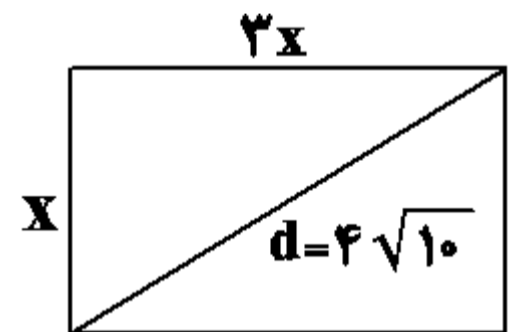
$$\frac{x+y}{2} = \frac{24+15}{2} = \frac{39}{2} = 19.5$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض می‌کنیم عرض مستطیل  $x$  باشد در این صورت طول آن برابر  $3x$  و قطر آن از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید:



$$x^2 + (3x)^2 = d^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x^2 = (4\sqrt{10})^2 \Rightarrow 10x^2 = 160$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

پس عرض مستطیل ۴ و طول آن برابر  $3 \times 4 = 12$  است، لذا مساحت آن برابر است با:

$$4 \times 12 = 48$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

معادله را به روش کلی یا  $\Delta$  حل می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times (2) \times (3) = 49 - 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7+5}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادله را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای ساده‌تر می‌کنیم:

$$4x^2 = 3(x+1)^2 - 11 \Rightarrow 4x^2 = 3(x^2 + 2x + 1) - 11$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 3x^2 + 6x + 3 - 11$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 3x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا با جایگذاری  $x = 2$  در معادله، ابتدا مقدار  $k$  را می‌یابیم:

$$2^2 - 2k - 4 = 0 \Rightarrow -2k = 0 \Rightarrow k = 0$$

در معادله قرار می‌دهیم.

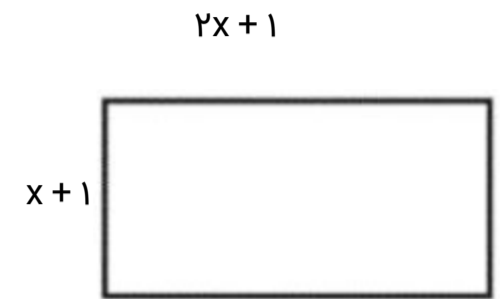
$$\xrightarrow{\text{در معادله قرار می‌دهیم.}} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow m = -2$$

$$\Rightarrow m + k = -2 + 0 = -2$$

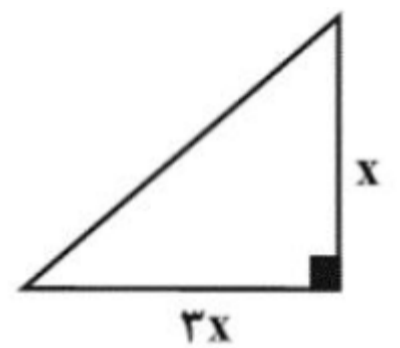
سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مساحت هر یک از شکل‌ها را می‌یابیم:



$$\begin{aligned} \text{مساحت مستطیل} &= \text{طول} \times \text{عرض} = (2x + 1)(x + 1) = 2x^2 + 2x + x + 1 \\ &= 2x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times (x) \times (3x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$9 = \text{مساحت مثلث} - \text{مساحت مستطیل} \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 - \frac{3}{2}x^2 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} + 3x + 1 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} + 3x - 8 = 0 \quad \xrightarrow{\text{طرفین معادله را در 2 ضرب می‌کنیم.}}$$

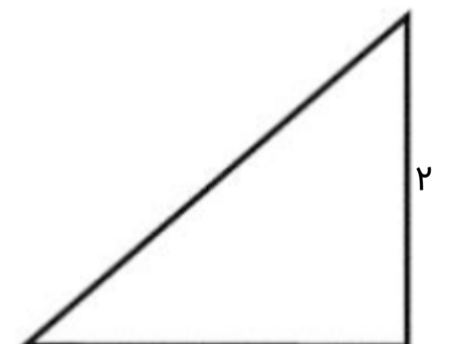
$$x^2 + 6x - 16 = 0 \quad \xrightarrow{\text{معادله را به روش اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم.}}$$

$$x^2 + (8 - 2)x + (-2) \times (8) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 8)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8 \text{ ق ق} \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

دقت کنید که طول نمی‌تواند مقداری منفی باشد، پس داریم:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times (2) \times 6 = 6$$



$$3 \times 2 = 6$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۴

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل ابتدا عدد ثابت را به طرف راست تساوی می‌بریم. سپس طرفین معادله را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم تا ضریب  $x^2$  یک شود، سپس مربع نصف ضریب  $x$  را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم و در نهایت طرف چپ معادله را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای ساده می‌کنیم.

$$2x^2 - 8x = 3 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 4x = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{اضافه می‌کنیم}} \left(\frac{1}{2} \times (-4)\right)^2 \text{ یعنی } 4 \text{ را به طرفین}$$

$$x^2 - 4x + 4 = \frac{3}{2} + 4 \Rightarrow (x - 2)^2 = \frac{11}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{11}{2} \end{cases}$$

$$a + b = 2 + \frac{11}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

چون عدد ثابت سمت راست تساوی است، کافی است طرفین معادله را به ضریب  $x^2$  تقسیم کنیم، سپس مربع نصف ضریب  $x$  را به طرفین معادله اضافه کنیم.

$$3x^2 - 4x = -1 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{3}x = -\frac{1}{3}$$

مربع نصف ضریب  $x$   $\left(\frac{1}{3} \times -\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$  را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم:

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{-3+16}{9} \Rightarrow \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}$$

باید از  $\frac{1}{9}$  جذر بگیریم.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا داریم:

$$5x^2 - ax + 3a = 0$$

$$\xrightarrow{x=-2} 5 \times (-2)^2 - a \times (-2) + 3a = 0 \Rightarrow 5 \times 4 + 2a + 3a = 0$$

$$\Rightarrow 20 + 5a = 0 \Rightarrow 5a = -20 \Rightarrow a = \frac{-20}{5} = -4$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$2x^2 - 4x - 1 = 0 \quad \xrightarrow{\text{عدد ثابت را به طرف راست تساوی می‌بریم.}}$$

$$2x^2 - 4x - 1 \quad \xrightarrow{\text{طرفین معادله را بر ضریب } x^2 \text{ تقسیم می‌کنیم تا ضریب } x^2 \text{ یک شود.}}$$

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{4x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 2x = \frac{1}{2} \quad \xrightarrow{\text{مربع نصف ضریب } x \text{ را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم. } (\frac{1}{2} \times (-2))^2 = 1}}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} + 1 \quad \xrightarrow{\text{حال طرف چپ تساوی را به صورت مربع دو جمله ای می‌نویسیم.}} (x-1)^2 = \frac{3}{2}$$

که با مقایسه با عبارت صورت سؤال  $(x-a)^2 = b$  داریم:

$$\begin{cases} (x-a)^2 = b \\ (x-1)^2 = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$a - b = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

تمام جملات معادله را در ک.م.م مخرجها یعنی  $x(x-1)$  ضرب می‌کنیم:

$$x \cdot x - (x-1)(x-1) = 2x(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x^2 - 2x \Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$$

اگر معادله را به روش  $\Delta$  حل کنیم، ۲ ریشه متمایز بدست می‌آید که هر دو قابل قبول‌اند چون هیچ کدام مخرج کسر را صفر نمی‌کنند.

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = 2$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = +\frac{1}{2}$$

نکته: با انجام محاسبات جبری می‌توان نشان داد که برای معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  که ریشه‌هایش  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  است، مجموع ریشه‌ها برابر با  $-\frac{b}{a}$  و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر با  $\frac{c}{a}$  است.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

عدد فرد کوچکتر را  $x$  و عدد فرد بعدی را  $x+2$  در نظر می‌گیریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{1}{15} \Rightarrow 15x^2 + 16x = 30x + 30$$

$$\Rightarrow 15x^2 - 14x - 30 = 0 \xrightarrow{\div 2} 4x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4 \times 4 \times (-15) = 49 + 240 = 289$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{289}}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{7+17}{8} = 3 \\ x_2 = \frac{7-17}{8} = -\frac{5}{4} \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

در نتیجه دو عدد فرد ۳ و ۵ هستند:

$$\text{مجموع دو عدد} = 3 + 5 = 8$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\frac{x+3}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{17}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+3)(x+1)+x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{17}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+4x+3+x^2-x}{x^2-1} = \frac{17}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x + 3 = 17 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 14 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 \times (2) \times (-14) = 9 + 112 = 121$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm 11}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{-4}{4} \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند، پس معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.



سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا طرف چپ معادله را مخرج مشترک می‌گیریم و ساده می‌کنیم.

$$\frac{x}{2} + \frac{2x-3}{6} = 7 \Rightarrow \frac{3x}{6} + \frac{2x-3}{6} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{3x+2x-3}{6} = 7 \Rightarrow 5x - 3 = 6 \times 7 \Rightarrow 5x - 3 = 42$$

$$\Rightarrow 5x = 42 + 3 \Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{5} = 9$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

اگر تعداد نفرات اولیه را  $x$  نفر در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{x+2-x}{x(x+2)} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x^2+2x} = \frac{1}{12} \Rightarrow x^2+2x = 24 \Rightarrow x^2+2x-24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 4 \\ \text{غ ق } x = -6 \end{cases}$$

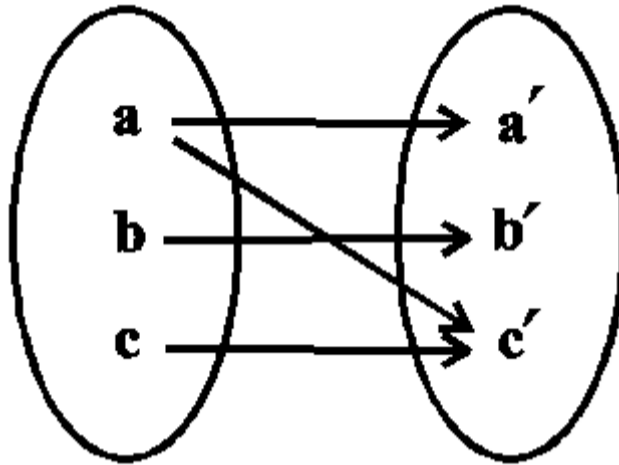


آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۲ زماندار

۱) با توجه به نمودار پیکانی زیر، با حذف کدام عضو و پیکان‌های مربوط به آن، این نمودار پیکانی، تابع می‌شود؟



b' (۲)

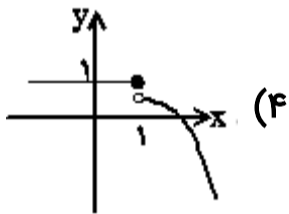
c' (۴)

b (۱)

a' (۳)

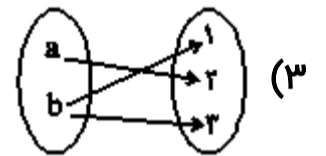
۲) کدام گزینه، بیانگر یک تابع است؟

f = {(۲, ۰), (۱, -۱), (√۴, ۱)} (۲)



x	۰	۲	۱	۴-۲²
y	۱	۴	-۱	۲

(۱)



۳) با توجه به تابع  $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x+1}$ ، حاصل  $f(9) + f(4)$  کدام است؟

$\frac{8}{5}$  (۴)

$\frac{16}{15}$  (۳)

$\frac{7}{5}$  (۲)

$\frac{4}{15}$  (۱)

۴) با توجه به تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  و  $A = \{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\}$ ، مجموع اعضای برد تابع کدام است؟

۵ (۲)

۷ (۴)

۴ (۱)

۶ (۳)

۵) اگر مجموعه برد تابع  $f(x) = x^2 - 4$  به صورت  $\{5, 2\}$  باشد، دامنه تابع حداکثر دارای چند عضو است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶) اگر  $f = \{(2, a^2 + 1), (3, 7), (2, 10), (a, 6)\}$  یک تابع باشد، مجموع مقادیر برد تابع  $g = \{(5, a+1), (3, 2a)\}$  کدام است؟

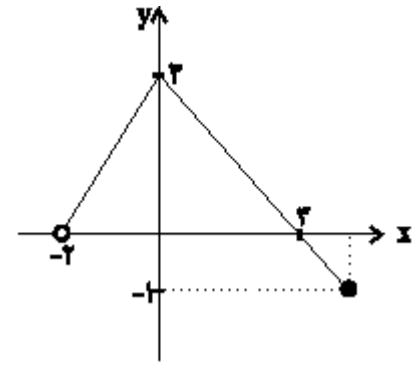
۸ (۴)

-۱۰ (۳)

۱۰ (۲)

-۸ (۱)

۷) دامنه نمودار تابع مقابل کدام است؟



$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$  (۱)

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$  (۲)

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}$  (۳)

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 4\}$  (۴)

۸) اگر  $f(x) = \frac{|x-3|}{x^2+1}$  و  $g(x) = \sqrt{x^2+3}$  باشد، مقدار  $\frac{f(-2)+g(1)}{2-f(0)}$  کدام است؟

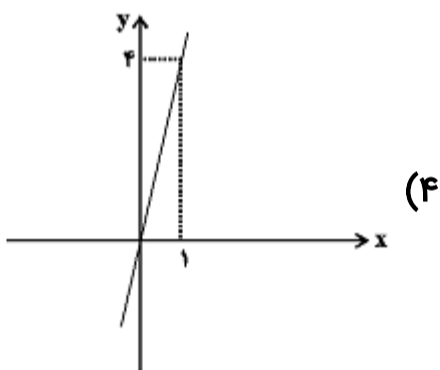
(۴) -۱

(۳) ۲

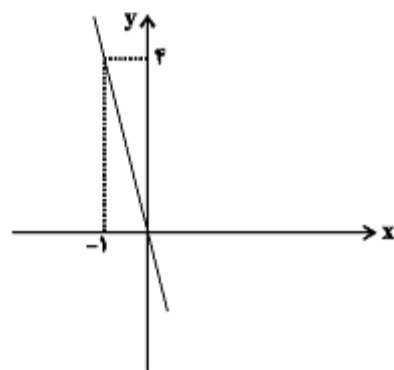
(۲) ۰۳

(۱) ۳

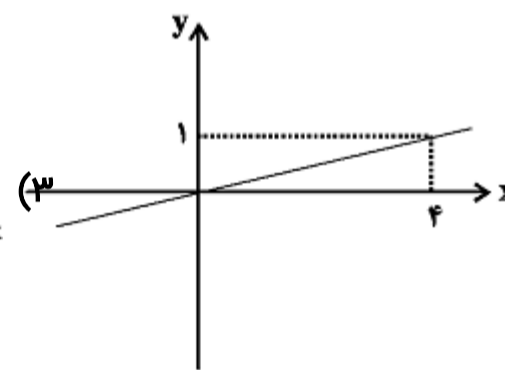
۹) نمودار تابع خطی  $f$  از مبدأ عبور کرده و  $f(-2) = -\frac{1}{2}$  است. نمودار آن مطابق با کدام گزینه است؟



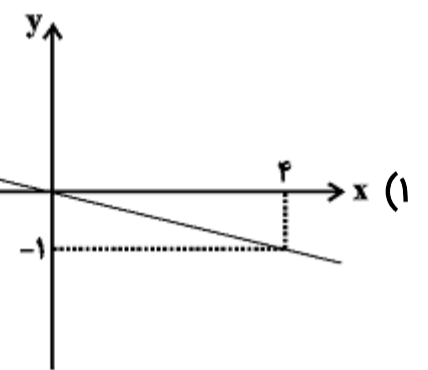
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۰) در تابع خطی  $f(x) = ax + 2b$ ،  $f(1) = 2$  و  $f(-3) = 10$ ، در این صورت مقدار  $b$  کدام است؟

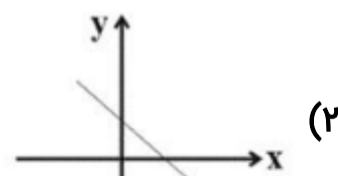
(۲) -۲

(۱) ۲

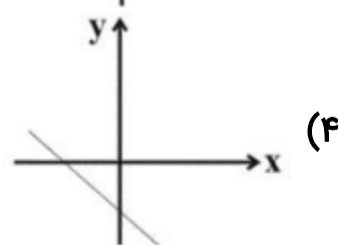
(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳) ۳

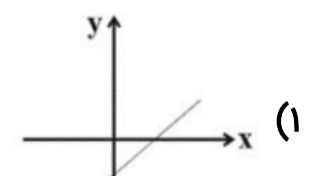
۱۱) نمودار تابع خطی که از نقاط  $(4, -1)$  و  $(3, 2)$  عبور می‌کند، شبیه کدام گزینه است؟



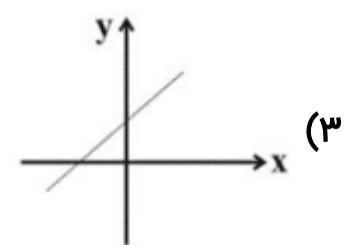
(۲)



(۴)

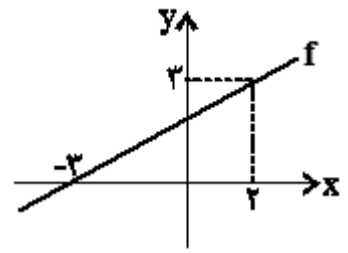


(۱)



(۳)

۱۲) اگر نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، در این صورت تابع  $f$  محور  $y$  ها را در کدام عرض قطع می‌کند؟



- (۱) ۲  
(۲)  $\frac{1}{5}$   
(۳)  $\frac{11}{5}$   
(۴)  $\frac{17}{5}$

۱۳) در تابع خطی  $f$  اگر  $f(2) = f(1) + 1$  و  $f(3) = 4$  باشند، آنگاه  $f(-1) + f(2)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۵

۱۴) در تابع خطی  $f$ ، اگر  $f(4) = -10$  و  $f(-2) = 2$  باشد، کدام نقطه روی نمودار تابع  $f$  قرار دارد؟

- (۱)  $(0, 2)$       (۲)  $(3, -4)$       (۳)  $(1, 0)$       (۴)  $(-3, 4)$

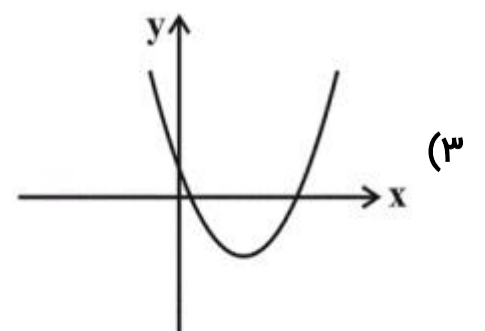
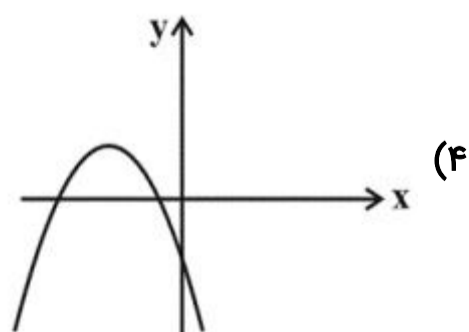
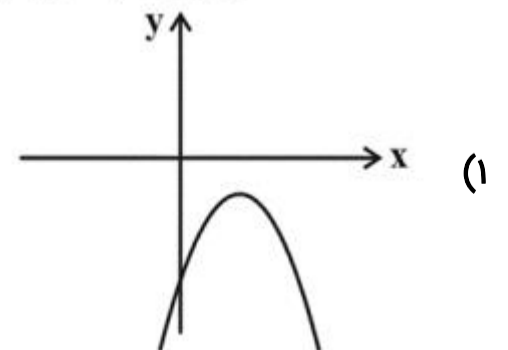
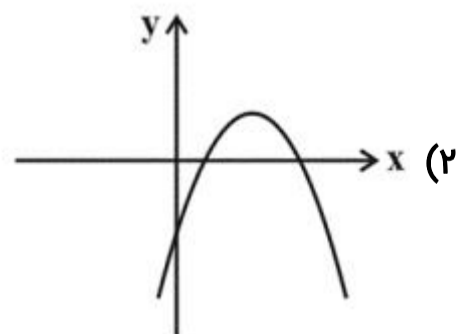
۱۵) اگر طول رأس سهمی  $y = x^2 - 4x + 3$  قرینه طول رأس سهمی  $f(x) = 2x^2 - cx - 4$  باشد، مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) -۴      (۳) ۸      (۴) -۸

۱۶) اگر  $x = -4$  محور تقارن سهمی  $y = -\frac{1}{4}x^2 + mx + 8$  باشد، در این صورت مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳) ۴      (۴) -۴

۱۷) نمودار سهمی به معادله  $y = -x^2 + 4x - 3$  شبیه کدام است؟



۱۸) معادله ی محور تقارن سهمی  $y = 4x^2 - 2x - 3$  کدام است؟

(۴)  $y = \frac{13}{4}$

(۳)  $y = -\frac{13}{4}$

(۲)  $x = \frac{1}{4}$

(۱)  $x = -\frac{1}{4}$

۱۹) محیط مستطیلی ۳۲ متر است، ماکزیمم مساحت آن کدام است؟

(۴) ۱۴۴

(۳) ۹۶

(۲) ۳۲

(۱) ۶۴

۲۰) مختصات رأس سهمی  $y = -2x^2 + 4x + 1$  کدام است؟

(۴) (۱, -۳)

(۳) (-۱, ۵)

(۲) (۱, ۳)

(۱) (-۱, ۳)



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) از بین ۴۰ بازیکن دعوت شده به اردوی تیم ملی فوتبال، ۱۸ نفر را برای مسابقات بازی‌های آسیایی در لیست نهایی انتخاب می‌کنند. در این موضوع به ترتیب جامعه آماری و اندازه جامعه کدام است؟

۲) بازیکنان انتخاب شده در لیست نهایی - ۴۰

۱) بازیکنان دعوت شده به اردوی تیم ملی - ۴۰

۴) بازیکنان انتخاب شده در لیست نهایی - ۱۸

۳) بازیکنان دعوت شده به اردوی تیم ملی - ۱۸

۲) کدام گزینه در مورد متغیرهای داده شده صحیح است؟

«تعداد شهرهای یک استان - مدت زمان انجام بازی والیبال - دمای هوای سالن ورزشی برحسب سانتی‌گراد - ورزش مورد علاقه دانش‌آموزان - درجه کیفیت میوه‌های یک فروشگاه - مساحت یک کشور - درصد مشارکت مردم در انتخابات - نوع غذای یک رستوران»

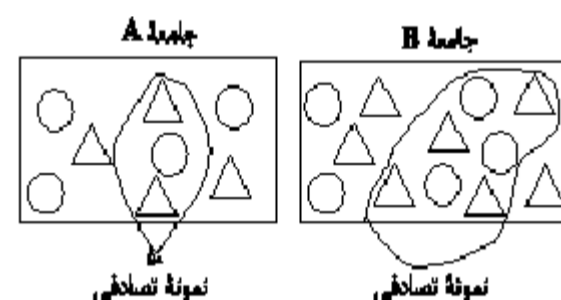
۱) تعداد متغیرهای کمی فاصله‌ای از سایر متغیرها کمتر است.

۲) نیمی از متغیرها، کمی نسبتی هستند.

۳) تعداد متغیرهای کمی و کیفی برابر است.

۴) تعداد متغیرهای کیفی ترتیبی و کیفی اسمی برابر است.

۳) پارامتر مثلث‌ها در جامعه A چند برابر آماره مثلث‌ها در جامعه B است؟



۱)  $\frac{1}{2}$

۲)  $\frac{4}{7}$

۳)  $\frac{7}{8}$

۴)  $\frac{4}{5}$

۴) یک کارخانه روزانه ۲۰۰ دستگاه خودرو تولید می‌کند. به‌طور تصادفی ۲۰ دستگاه را انتخاب می‌کنیم و متوجه می‌شویم که ۴ دستگاه، مشکل فنی دارند. در این بررسی آماری، اندازه آماره خودروهای با مشکل فنی کدام است؟

۴)  $\frac{1}{50}$

۳)  $\frac{1}{10}$

۲)  $\frac{1}{4}$

۱)  $\frac{1}{5}$

۵) مطلب ذکر شده در کدام گزینه، نادرست است؟

۱) سازمان‌ها، همیشه اطلاعات مثبتی (دادگان) را در اختیار آمارگیر قرار می‌دهند.

۲) یک روش آماری مناسب هم نمی‌تواند دقیق‌تر یا صحیح‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد.

۳) در انتخاب نمونه تصادفی، باید همه اعضای جامعه آماری، شانس یکسانی برای انتخاب شدن داشته باشند.

۴) برای بررسی کیفیت چای یک زمین کشاورزی، بهتر است نمونه تصادفی از محصول را گرفته و از روش آزمایش و مشاهده استفاده کنیم.

۶) مطلب ذکر شده در کدام گزینه، نادرست است؟

- (۱) میانگین و میانه، همواره منحصر به فرد هستند ولی مُد ممکن است منحصر به فرد نباشد.  
 (۲) تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها قبل از میانگین و ۵۰ درصد بعد از آن هستند.  
 (۳) اگر تمام داده‌ها را ۳ برابر کنیم میانگین، میانه و مد هم ۳ برابر می‌شوند.  
 (۴) میانگین و میانه، لزوماً یکی از خود داده‌ها نیستند ولی مد حتماً جزئی از خود داده‌هاست.

۷) در داده‌های آماری ۶۱۶، ۱۳، ۱۴، ۲۳، ۱۵، ۱۰، ۹ با حذف داده دور افتاده، میانگین چقدر کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۷۶ (۲) ۸۶ (۳) ۵۸ (۴) ۴۷

۸) میانگین ۵ داده برابر ۱۲ است. اگر به داده اول ۲ واحد، به داده دوم ۴ واحد، به داده سوم ۶ واحد، به داده چهارم ۸ واحد و به داده پنجم ۱۰ واحد اضافه کنیم. در این صورت میانگین داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۸

۹) با توجه به جدول زیر، اگر وزن (ضریب) داده ۲۹ را یک واحد افزایش دهیم، میانگین داده‌ها چه تغییری می‌کند؟

داده‌ها	۸	۱۰	۱۲	۱۸	۲۹
ضرایب	۳	۳	۲	۲	۱

- (۱) تقریباً ۱/۳ کاهش می‌یابد.  
 (۲) تقریباً ۱/۳ افزایش می‌یابد.  
 (۳) تقریباً ۹/۰ افزایش می‌یابد.  
 (۴) تقریباً ۹/۰ کاهش می‌یابد.

۱۰) میانگین داده‌های  $a+4$  و  $a+3$  و  $a+2$  و  $a+1$  و  $a$  از میانگین داده‌های  $2a+11$  و  $2a+9$  و  $2a+7$  و  $2a+5$  و  $2a+3$  چه قدر کمتر است؟

- (۱) ۵ (۲)  $2a+10$  (۳)  $2a$  (۴)  $a+5$

۱۱) میانه داده‌های متمایز و مرتب شده  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{81}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{x_1+x_{81}}{2}$  (۲)  $\frac{x_{40}+x_{41}}{2}$  (۳)  $x_{41}$  (۴)  $x_{39}$

۱۲) با اضافه کردن داده‌های ۱۰ و ۱۲ به داده‌های ۹، ۱۳، ۷، ۶، ۹، ۷، ۷، ۲، میانگین و میانه به ترتیب چگونه تغییر خواهند کرد؟

- (۱)  $1/75$  واحد افزایش - بدون تغییر  
 (۲)  $0/7$  واحد افزایش - بدون تغییر  
 (۳)  $1/75$  واحد افزایش - یک واحد افزایش  
 (۴)  $0/7$  واحد افزایش - یک واحد افزایش

۱۳) در داده‌های ۱۰، ۶، ۱۲، ۸، ۵، ۳، ۲، ۲، ۱، ۴، ۹ میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟

- (۱)  $5/2$  (۲)  $6/3$  (۳)  $8/4$  (۴)  $9/5$

۱۴) در یک بررسی آماری مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین برابر ۴۰ و انحراف معیار  $\sqrt{2}$  شده است. تعداد داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۱۵) در داده‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، دامنه میان چارکی و دامنه تغییرات داده‌ها کدام است؟

$87/3, 85/7, 21/4, 19/8, 55/5, 65/8, 37/2, 35/6, 71/3, 69/7, 39/5$

- (۱)  $35/7 - 67/5$  (۲)  $67/5 - 35/7$  (۳)  $34/1 - 65/9$  (۴)  $65/9 - 34/1$

۱۶) در یک سری از داده‌های آماری که منحنی آن‌ها به صورت منحنی نرمال است،  $\bar{x}$  میانگین و  $\sigma$  انحراف معیار می‌باشد. تقریباً چند درصد داده‌ها در بازه  $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + \sigma)$  قرار دارند؟

۸۲ (۴)

۸۰ (۳)

۶۸ (۲)

۹۶ (۱)

۱۷) در جدول فراوانی زیر، واریانس داده‌ها کدام است؟

داده‌ها	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱۲/۳۶ (۴)

۱۲/۲۴ (۳)

۱۱/۹۶ (۲)

۱۱/۷۲ (۱)

۱۸) در داده‌های زیر اگر داده‌های بزرگتر از میانه و کوچکتر از چارک اول حذف شود و میانگین داده‌های بزرگتر از میانه به عنوان یک داده جدید اضافه شود، میانه داده‌های جدید چقدر خواهد شد؟

۱, ۵۰, ۳, ۳۰, ۴۲, ۲۸, ۲۸, ۲۰, ۲۸, ۱۹, ۴۰, ۱۵, ۱, ۲, ۱۱

۱۶ (۴)

۱۳ (۳)

۱۷ (۲)

۱۹/۵ (۱)

۱۹) در داده‌های ۱۲, ۱۰, ۷, ۲۱, ۲۰, ۱۷, ۱۴, ۲۰, ۲۰ مقدار  $Q_3 - 2Q_1 + Q_3$  کدام است؟ (مقادیر  $Q_1, Q_2, Q_3$  به ترتیب چارک‌ها می‌باشند).

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۷ (۲)

۱۹ (۱)

۲۰) نمرات ادبیات دانش‌آموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است، با حذف داده‌های کمتر از میانه، مقدار واریانس داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

۱۴, ۱۲, ۱۵, ۹, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۱۹, ۱۱

۱/۸ (۲)

۱/۲ (۱)

۴/۲ (۴)

۲/۴ (۳)





آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۱

بازیکنان دعوت شده، جامعه آماری، و اندازه جامعه عدد ۴۰ است.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

متغیرهای داده شده به ترتیب عبارتند از:

کمی نسبتی - کمی نسبتی - کمی فاصله‌ای - کیفی اسمی - کیفی ترتیبی - کمی نسبتی - کمی نسبتی - کیفی اسمی

حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) نادرست است، زیرا تعداد متغیرهای کمی فاصله‌ای از متغیرهای کیفی ترتیبی کمتر نیست مساویند.

(۲) درست است.

(۳) نادرست است، تعداد متغیرهای کمی از متغیرهای کیفی بیش‌تر است.

(۴) نادرست است، تعداد متغیرهای کیفی ترتیبی کمتر از کیفی اسمی است.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

برای به دست آوردن پارامتر، کل جامعه آماری را بررسی می‌کنیم. ولی برای آماره، فقط نمونه تصادفی را بررسی می‌کنیم.

$$A \text{ پارامتر مثلث‌ها در جامعه } = \frac{\text{تعداد کل مثلث‌ها در جامعه}}{\text{تعداد کل اعضای جامعه}} = \frac{4}{4+4} = \frac{1}{2}$$

$$B \text{ آماره مثلث‌ها در جامعه } = \frac{\text{تعداد مثلث‌ها در نمونه تصادفی جامعه}}{\text{تعداد اعضای نمونه تصادفی جامعه}} = \frac{4}{4+3} = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{A \text{ پارامتر مثلث‌ها در جامعه}}{B \text{ آماره مثلث‌ها در جامعه}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{7}} = \frac{7}{8}$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

جامعه آماری، کل محصولات روزانه است که تعداد آنها ۲۰۰ دستگاه می‌باشد. نمونه تصادفی، زیر مجموعه‌ای از جامعه است که به طور تصادفی انتخاب شده باشد و با توجه به متن سؤال، تعداد اعضای نمونه برابر ۲۰ می‌باشد و آماره مربوط به خودروهایی با مشکل فنی برابر است با:

$$\frac{۴}{۲۰} = \frac{۱}{۵}$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

همیشه اطلاعات ثبتي در اختيار نيست. همه اعضاي جامعه بايد از شانس يکساني براي انتخاب شدن در نمونه تصادفي برخوردار باشند. براي بررسي کيفيت چاي يک زمين يک نمونه تصادفي از آن انتخاب مي‌کنيم و به روش آزمایش و مشاهده، کيفيت آن را مشخص مي‌کنيم.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» صحیح هستند.

دقت کنید که تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها قبل از میانه و ۵۰ درصد آنها بعد از میانه قرار دارند نه میانگین.

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

میانگین داده‌های اولیه را بدست می‌آوریم:

$$۹, ۱۰, ۱۵, ۲۳, ۱۴, ۱۳, ۶۱۶$$

$$\bar{X} = \frac{۹+۱۰+۱۵+۲۳+۱۴+۱۳+۶۱۶}{۷} = \frac{۷۰۰}{۷} = ۱۰۰$$

داده ۶۱۶ اختلاف زیادی با بقیه دارد. لذا داده دور افتاده محسوب می‌شود و با حذف آن داریم:

$$۹, ۱۰, ۱۵, ۲۳, ۱۴, ۱۳$$

$$\bar{X}' = \frac{۹+۱۰+۱۵+۲۳+۱۴+۱۳}{۶} = \frac{۸۴}{۶} = ۱۴$$

$$\bar{X} - \bar{X}' = ۱۰۰ - ۱۴ = ۸۶$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

مجموع ۵ داده اول برابر است با:  $۶۰ = ۱۲ \times ۵$ . بنابراین میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$\begin{aligned} & \frac{(x_1+2)+(x_2+4)+\dots+(x_5+10)}{5} \\ &= \frac{(x_1+x_2+\dots+x_5)+(2+4+\dots+10)}{5} \\ &= \frac{۶۰+۳۰}{5} = \frac{۹۰}{5} = ۱۸ \end{aligned}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا میانگین داده‌ها را قبل از تغییر ضریب ۲۹ بدست می‌آوریم:

داده‌ها	۸	۱۰	۱۲	۱۸	۲۹
ضرایب	۳	۳	۲	۲	۱

$$\text{میانگین وزن دار} = \frac{۳ \times ۸ + ۳ \times ۱۰ + ۲ \times ۱۲ + ۲ \times ۱۸ + ۱ \times ۲۹}{۳+۳+۲+۲+۱} = \frac{۱۴۳}{۱۱} = ۱۳$$

$$\text{میانگین وزن دار داده‌های جدید} = \frac{۳ \times ۸ + ۳ \times ۱۰ + ۲ \times ۱۲ + ۲ \times ۱۸ + ۲ \times ۲۹}{۳+۳+۲+۲+۲} \approx ۱۴/۳$$

مشاهده می‌شود که میانگین تقریباً به مقدار  $۱۴/۳ - ۱۳ = ۱/۳$  افزایش می‌یابد.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

داده‌های جدید از ضرب عدد ۲ در داده‌های اولیه و سپس جمع داده‌های حاصل با عدد ۳ به دست می‌آیند بنابراین:

$$\bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 + 3$$

$$\bar{x}_1 = \frac{a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4)}{5}$$

$$= \frac{5a + 10}{5} = a + 2$$

$$\bar{x}_2 - \bar{x}_1 = 2\bar{x}_1 + 3 - \bar{x}_1 = \bar{x}_1 + 3 = (a+2) + 3 = a + 5$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

تعداد داده‌ها برابر ۸۱ است لذا میانه برابر است با داده وسط یعنی داده ۴۱ ام.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

داده‌های اولیه را مرتب می‌کنیم: ۲, ۶, ۷, ۷, ۷, ۹, ۹, ۱۳

$$\text{میانه} = \frac{۷+۷}{۲} = ۷$$

تعداد داده‌ها زوج است، لذا میانه برابر میانگین دو داده چهارم و پنجم است.

$$\text{میانگین} = \frac{۲+۶+۷+۷+۷+۹+۹+۱۳}{۸} = \frac{۶۰}{۸} = ۷/۵$$

با افزودن دو داده ۱۰ و ۱۲، این داده‌ها بین داده‌های ۹ و ۱۳ قرار می‌گیرند، حال میانه و میانگین برابر است با:

$$۲, ۶, ۷, ۷, ۷, ۹, ۹, ۱۰, ۱۲, ۱۳$$

میانه برابر میانگین داده پنجم و ششم می‌شود:

$$\text{میانه} = \frac{۷+۹}{۲} = ۸$$

$$\text{میانگین} = \frac{۲+۶+۷+۷+۷+۹+۹+۱۰+۱۲+۱۳}{۱۰} = \frac{۸۲}{۱۰} = ۸/۲$$

میانه یک واحد و میانگین ۰/۷ واحد افزایش می‌یابد.

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا داده‌ها را مرتب کرده و چارک‌های آنها را به دست می‌آوریم:

$$۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۰, ۱۲$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $Q_1$                        $Q_2$                        $Q_3$

داده‌های بین چارک اول و سوم به صورت زیر می‌باشند:

$$۳, ۴, ۵, ۶, ۸ \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{۳+۴+۵+۶+۸}{۵} = \frac{۲۶}{۵} = ۵/۲$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲} = \sqrt{\frac{۴۰}{n}} \Rightarrow (\sqrt{۲})^2 = \left(\sqrt{\frac{۴۰}{n}}\right)^2 \Rightarrow ۲ = \frac{۴۰}{n}$$

$$\Rightarrow ۲n = ۴۰ \Rightarrow n = ۲۰$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، سپس چارک‌های اول، دوم و سوم را می‌یابیم و در نهایت دامنه میان چارکی که برابر اختلاف چارک سوم و اول است را به دست می‌آوریم. سپس دامنه تغییرات که برابر اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده است را می‌یابیم:

$$19/8, 21/4, \underline{35/6}^{Q_1}, 37/2, 39/5, \underline{55/5}^{Q_2}, 65/8, 69/7$$

$$, \underline{71/3}^{Q_3}, 85/7, 87/3$$

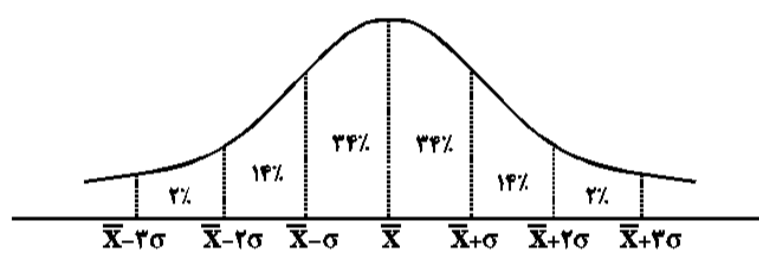
$$\text{دامنه میان چارکی: } Q_3 - Q_1 = 71/3 - 35/6 = 35/7$$

$$\text{دامنه تغییرات} = \text{کوچکترین داده} - \text{بزرگترین داده} = 87/3 - 19/8 = 67/5$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

منحنی نرمال داده‌ها به صورت زیر است:



$$\text{مجموع درصدها} = 14 + 34 + 34 = 82$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

ابتدا میانگین را حساب می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{4 \times 12 + 3 \times 15 + 9 \times 18 + 7 \times 21 + 2 \times 24}{4 + 3 + 9 + 7 + 2} = \frac{450}{25} = 18$$

$$\sigma^2 = \frac{4 \times (12-18)^2 + 3 \times (15-18)^2 + 9 \times (18-18)^2 + 7 \times (21-18)^2 + 2 \times (24-18)^2}{25}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4 \times (-6)^2 + 3 \times (-3)^2 + 9 \times 0 + 7 \times 3^2 + 2 \times 6^2}{25}$$

$$= \frac{306}{25} = 12/24$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1 \quad 1 \quad 2 \quad \boxed{3} \quad 11 \quad 15 \quad 19 \quad \boxed{20} \quad 28 \quad 28 \quad 28 \quad \boxed{30} \quad 40 \quad 42 \quad 50$$

$Q_1$   $Q_2$  میانه  $Q_3$

با حذف داده‌های بزرگتر از میانه و کوچکتر از چارک اول، داده‌های زیر باقی می‌ماند:

$$3, 11, 15, 19, 20$$

از طرفی میانگین داده‌های بزرگتر از میانه، حتماً از میانه (داده ۲۰) بزرگتر است. پس برای به‌دست آوردن میانه داده‌های جدید، نیاز به محاسبه میانگین نداریم. داده‌های مرتب شده به شکل زیر است:

$$3, 11, 15, 19, 20, \bar{X}$$

$$\downarrow$$

$$\text{میانه} = \frac{15+19}{2} = 17$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، چون تعداد داده‌ها فرد است، میانه یا همان چارک دوم، داده وسط (پنجم) است و چارک‌های اول و سوم به ترتیب میانگین دو داده دوم و سوم و دو داده هفتم و هشتم است.

$$7, \underbrace{10, 12}, 14, 17, 20, \underbrace{20, 20}, 21$$

$$Q_1 = \frac{10+12}{2} = 11 \quad Q_2 = 17 \quad Q_3 = 20$$

$$Q_2 - 2Q_1 + Q_3 = 17 - 2 \times (11) + 20 = 15$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، داریم:

$$14, 12, 15, 9, 14, 15, 16, 15, 19, 11$$

$$9, 11, 12, 14, \underbrace{14, 15}, 15, 15, 16, 19$$

$$= \frac{14+15}{2} = \frac{29}{2} = 14.5$$

حال اگر داده‌های کوچک‌تر از میانه را حذف کنیم، داریم:

$$15, 15, 15, 16, 19$$

$$\bar{x} = \frac{15+15+15+16+19}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

طبق رابطه واریانس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(15-16)^2 + (15-16)^2 + (15-16)^2 + (16-16)^2 + (19-16)^2}{5}$$

$$= \frac{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 3^2}{5}$$

$$= \frac{1+1+1+0+9}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

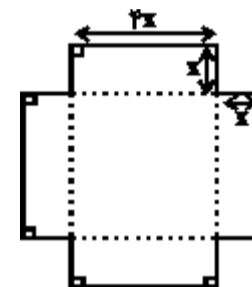
مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۴ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱ در شکل زیر، طول پاره‌خط‌های بزرگ همگی  $4x$ ، طول پاره‌خط‌های کوچک همگی  $x$  و اضلاع همگی دو به دو بر یکدیگر عمودند. اگر اندازه مساحت شکل دو برابر عدد محیط آن باشد، در این صورت  $x$  کدام است؟



(۲)  $\frac{4}{3}$   
(۴)  $\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{3}{4}$   
(۳)  $\frac{3}{4}$

۲ اگر داده‌های ۱۰، ۲۸، ۱۷، ۹، ۲۷، ۶، ۴، ۲، ۱۴، ۳ را به صورت نمودار جعبه‌ای زیر نمایش دهیم، اختلاف  $\frac{d-c}{b-a}$  با میانه چقدر است؟



(۲) ۴  
(۴) ۳/۵

(۱) ۳  
(۳) ۴/۵

۳ در داده‌های ۱، ۱۵، ۲، ۳، ۷، ۱۲، ۳، ۷، ۱۲، ۳، ۷، ۱۲ اگر اعداد قبل از چارک اول نمودار جعبه‌ای را حذف کنیم، میانگین داده‌های باقیمانده کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۸

(۲) ۸/۵

(۱) ۷/۵

۴ اگر در داده‌های ۱۳، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰ به اعداد کوچکتر از میانه ۳ واحد اضافه کنیم. چارک اول و سوم چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) چارک اول و سوم هر دو ۳ واحد افزایش می‌یابد.

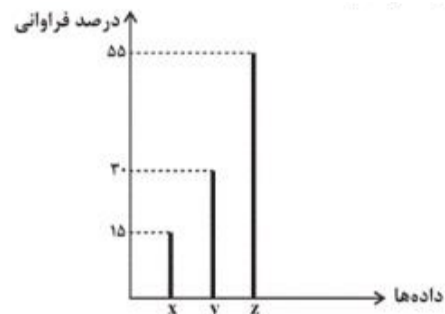
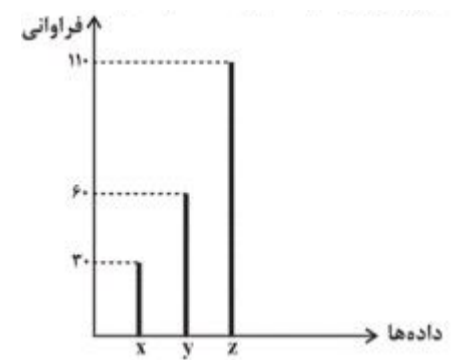
(۲) چارک اول ۳ واحد افزایش و چارک سوم یک واحد افزایش می‌یابد.

(۳) چارک اول و چارک سوم تغییر نمی‌کنند.

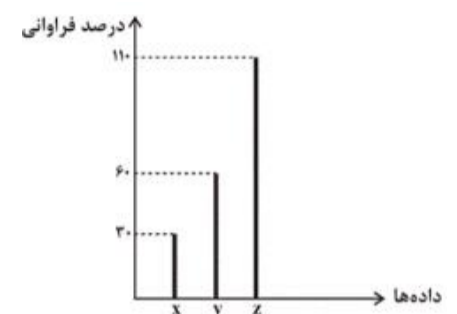
(۴) چارک اول یک واحد افزایش و چارک سوم ثابت می‌ماند.



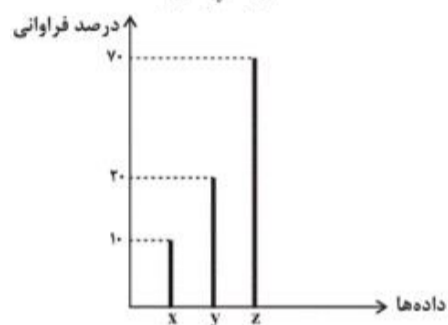
۵) اگر نمودار میله‌ای زیر را بخوایم برحسب درصد فراوانی رسم کنیم، کدام نمودار صحیح است؟



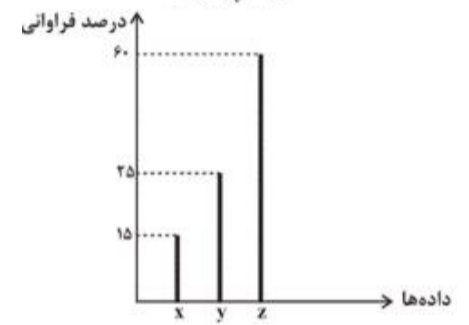
(۲)



(۱)

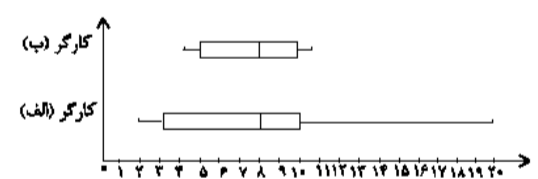


(۴)



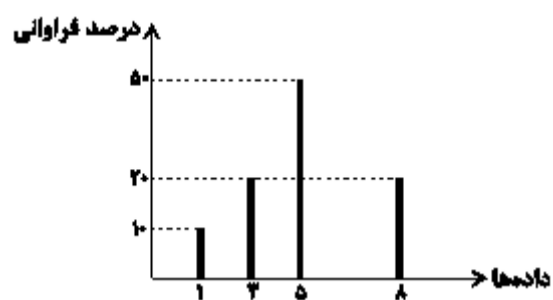
(۳)

۶) در کارخانه‌ای امتیازهای دو کارگر در روزهای مختلف مطابق نمودار جعبه‌ای زیر جمع‌آوری شده‌اند. رئیس کارخانه قصد نگهداری یک کارگر و اخراج دیگری را دارد. بهتر است که کدام کارگر در کار باقی بماند؟ چرا؟



- ۱) کارگر ب، چون دامنه کمتری دارد.
- ۲) کارگر الف، چون دامنه بیش‌تری دارد.
- ۳) تفاوتی نمی‌کند، چون میانه‌ها یکسان است.
- ۴) به اطلاعات بیش‌تری نیاز است.

۷) با توجه به نمودار میله‌ای زیر، اگر تعداد کل داده‌ها ۲۰ باشد، مجموع چارک‌های اول و سوم داده‌ها کدام است؟



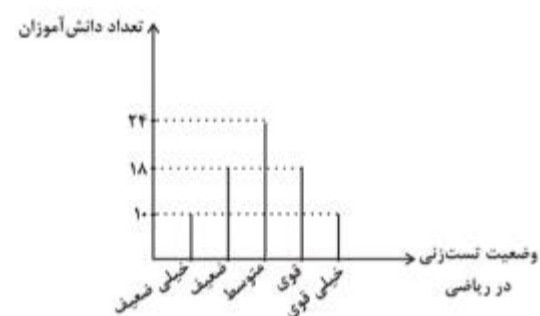
۸ (۱)

۸/۵ (۲)

۹/۵ (۳)

۱۰ (۴)

۸) با توجه به نمودار میله‌ای زیر، چند درصد دانش‌آموزان در زمینه تست‌زنی درس ریاضی، خیلی قوی هستند؟ (هر دانش‌آموز حتماً در یکی از رتبه‌های زیر قرار می‌گیرد.)



۱۱/۵ (۱)

۱۲/۵ (۲)

۱۰ (۳)

۸/۵ (۴)

۹) در نمودار حبابی رسم شده برای جدول زیر اگر نمره ورزش را متغیر سوم در نظر بگیریم، کدام گزینه درست است؟

	A	B	C
قد ( $V_1$ )	۱۷۰	۱۷۳	۱۸۰
وزن ( $V_2$ )	۷۱	۷۰	۷۵
نمره ورزش ( $V_3$ )	۱۸	۲۰	۱۹

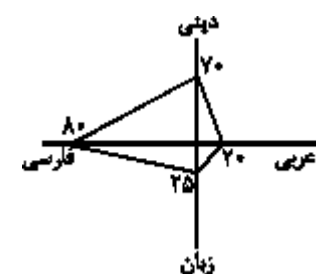
۱) بیش‌ترین مساحت را دایره‌ای به مرکز نقطه‌ای به طول ۱۷۳ و عرض ۷۰ دارد.

۲) بیش‌ترین مساحت را دایره‌ای به مرکز نقطه‌ای به طول ۷۵ و عرض ۱۹ دارد.

۳) بیش‌ترین مساحت را دایره‌ای به مرکز نقطه‌ای به طول ۱۸۰ و عرض ۱۹ دارد.

۴) بیش‌ترین مساحت را دایره‌ای به مرکز نقطه‌ای به طول ۱۸ و عرض ۱۹ دارد.

۱۰) اگر نمودار راداری زیر مربوط به نمرات دروس عربی، زبان، فارسی و دینی دانش‌آموزی از ۲۰ نمره باشد، مجموع نمرات این دانش‌آموز کدام است؟ (مقدار بیشینه در هر درس ۲۰ و هر محور نمودار به ۱۰۰ واحد تقسیم شده است.)



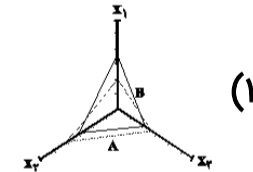
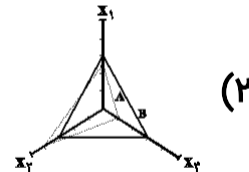
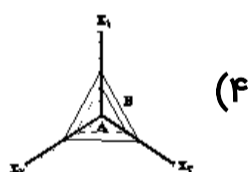
- (۱) ۳۹  
(۲) ۴۱  
(۳) ۴۴  
(۴) ۴۸

۱۱) حداکثر چه تعداد متغیر را می‌توان در نمودار راداری نمایش داد؟

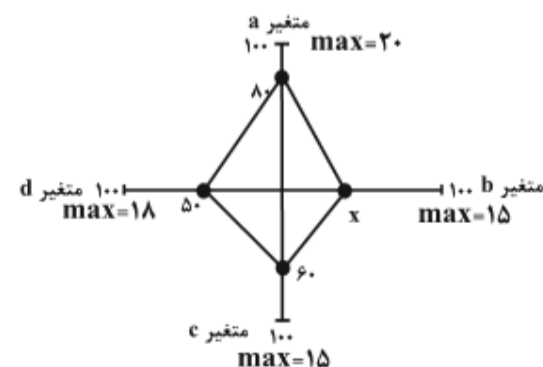
- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۳۶۰ (۴) محدودیتی ندارد.

۱۲) نمودار راداری مربوط به مشاهده A و B در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟

مشاهده	$x_1$	$x_2$	$x_3$
A	۵	۱۶	۰/۴
B	۶	۱۲	۱/۲
بیشینه	۱۰	۲۰	۲

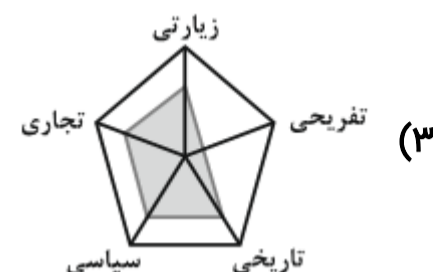
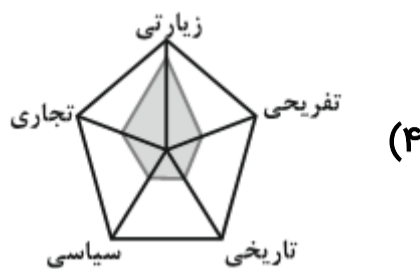
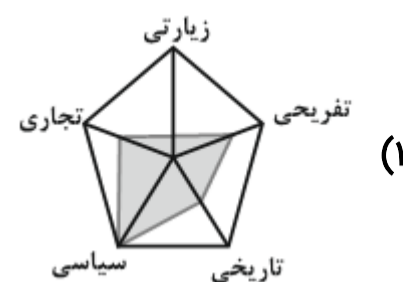
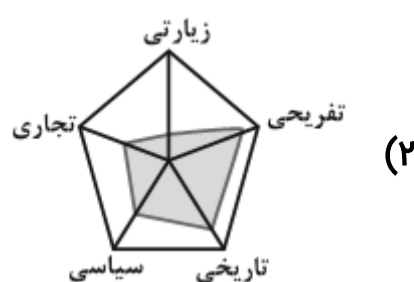


۱۳) در نمودار راداری زیر، اگر میانگین داده‌های  $a, b, c, d$  برابر با ۱۰ باشد، چه عددی به جای  $x$  قرار می‌گیرد؟ (مقدار  $\max$  یا همان بیشینه هر متغیر روی هر پره نوشته شده است.)



- (۱) ۳۰  
(۲) ۳۵  
(۳) ۴۰  
(۴) ۴۵

۱۴) کدام نمودار راداری برای یک شهر مذهبی و زیارتی صحیح‌تر است؟



۱۵) در یک نمودار راداری می‌خواهیم ۱۵ متغیر را نمایش دهیم، زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار چند درجه خواهد بود؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۱۶) اگر زاویه بین دو نیم‌خط متوالی از نمودار راداری برابر ۴۵ درجه باشد، این نمودار شامل چند متغیر کمی است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۷) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، برابر شعاع دایره‌هاست.  
 (۲) مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، برابر مساحت دایره‌هاست.  
 (۳) مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با شعاع دایره‌هاست.  
 (۴) مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با مساحت دایره‌هاست.

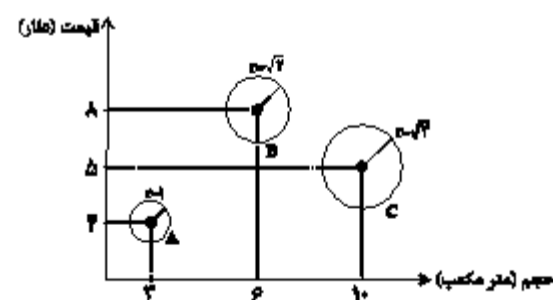
۱۸) اگر تعداد متغیرها در یک نمودار راداری  $a$  باشد، زاویه بین نیم‌خط‌ها  $3a + 6$  درجه خواهد شد. اگر تعداد متغیرها  $a + 2$  باشد، زاویه بین نیم‌خط‌ها چند درجه خواهد شد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۱۹) در یک نمودار راداری اگر تعداد متغیرها را دو برابر کنیم، زاویه بین پره‌ها ۴۵ درجه تغییر می‌کند. مجموع تعداد متغیرها در حالت اول و دوم کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۰) در نمودار حبابی زیر، متغیر سوم متناسب با وزن اشیاء می‌باشد. اگر کم‌وزن‌ترین جسم ۲۵ کیلوگرم وزن داشته باشد، در این صورت میانگین وزن اشیاء A، B و C بر حسب کیلوگرم کدام است؟



- (۱) ۳۰  
 (۲) ۴۰  
 (۳) ۵۰  
 (۴) ۶۰



آکادمی کوچینگ  
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

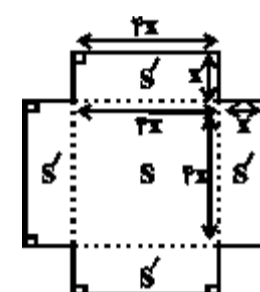
نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۴ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با توجه به شکل زیر، مساحت و محیط شکل را می‌یابیم:



$$\text{محیط شکل} = 4x + x + x + 4x + x + x + 4x + x + x + 4x + x + x = 24x$$

$$\text{مساحت شکل} = S + 4S' = (4x \times 4x) + 4 \times (4x \times x) = 16x^2 + 16x^2 = 32x^2$$

$$\text{مساحت شکل} = 2 \times (\text{محیط شکل}) \Rightarrow 32x^2 = 2 \times (24x)$$

$$\Rightarrow 32x^2 = 48x \xrightarrow{x \neq 0} 32x = 48$$

$$\Rightarrow x = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

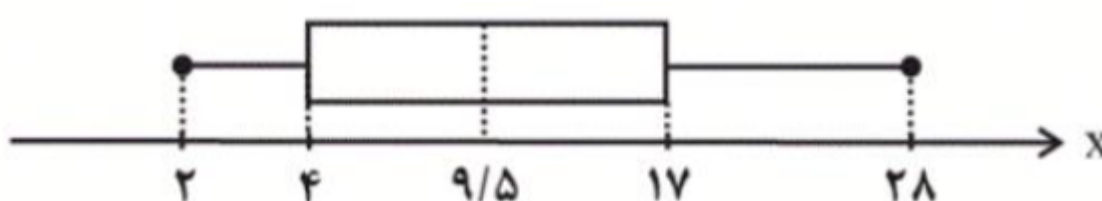
۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۰, ۱۴, ۱۷, ۲۷, ۲۸

چون تعداد داده‌ها زوج (۱۰ تا) است، میانه داده‌ها برابر است با میانگین داده پنجم و ششم، یعنی:

$$\text{میانه} = \frac{9+10}{2} = 9/5$$

چارک اول برابر با ۴ و چارک سوم برابر با ۱۷ است. پس داریم:

$$a = 2, b = 4, c = 17, d = 28$$



$$\frac{d-c}{b-a} = \frac{28-17}{4-2} = \frac{11}{2} = 5/5 \Rightarrow 9/5 - 5/5 = 4$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$1, 2, 3, 3, 7, 12, 15$$

چارک سوم میانه چارک اول

عدد قبل از چارک اول تنها عدد ۱ می‌باشد. بنابراین میانگین داده‌های

باقی‌مانده برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{2+3+3+7+12+15}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

داده‌ها به صورت زیر مرتب شده‌اند تعداد داده‌ها فرد است، پس میانه برابر داده وسط یعنی ۱۷ است.

$$13, 13, 14, 16, 16, 17, 18, 18, 18, 19, 20$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q_1 = 14 & Q_2 = 17 & Q_3 = 18 \end{array}$$

حال اگر داده‌های کوچکتر از میانه را ۳ واحد افزایش دهیم، داریم:

$$13 + 3, 13 + 3, 14 + 3, 16 + 3, 16 + 3, 17, 18, 18, 18, 19, 20$$

$$16, 16, 17, 19, 19, 17, 18, 18, 18, 19, 20$$

حال داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$16, 16, 17, 17, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q_1 = 17 & Q_2 = 18 & Q_3 = 19 \end{array}$$

پس چارک اول ۳ واحد افزایش و چارک سوم یک واحد افزایش یافته است.

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا تعداد کل داده‌ها را می‌یابیم، سپس درصد فراوانی هر داده را می‌یابیم:

$$x \text{ تعداد داده} = 30 \quad y \text{ تعداد داده} = 60 \quad z \text{ تعداد داده} = 110$$

$$\text{تعداد کل داده‌ها} = 30 + 60 + 110 = 200$$

$$x \text{ درصد فراوانی} = \frac{30}{200} \times 100 = 15\%$$

$$y \text{ درصد فراوانی} = \frac{60}{200} \times 100 = 30\%$$

$$z \text{ درصد فراوانی} = \frac{110}{200} \times 100 = 55\%$$

که با توجه به گزینه‌ها، نمودار میله‌ای مربوط به گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

میانه هر دو نمودار برابر است. کارگر «ب» دامنه نسبتاً کوچکتر دارد ولی کارگر «الف» دامنه بزرگتری دارد. گاهی این کارگر امتیاز بسیار بیشتری نسبت به کارگر «ب» می‌گیرد و گاهی امتیازات کمتری، اما کارگر «ب» ثبات بیشتری دارد و معمولاً امتیازات او از کارگر «الف» بیشتر است.

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

دقت کنید که در نمودار میله‌ای، درصد فراوانی داده‌ها را داده شده است، پس ابتدا تعداد هر یک از داده‌ها را با توجه به درصد فراوانی آن‌ها بدست می‌آوریم:

$$1 \text{ تعداد داده} = \frac{10}{100} \times 20 = 2$$

$$3, 8 \text{ تعداد داده} = \frac{20}{100} \times 20 = 4$$

$$5 \text{ تعداد داده} = \frac{50}{100} \times 20 = 10$$

پس داده‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$1, 1, 3, 3, 3, 3, \overbrace{5, 5, \dots, 5, 5}^{10}, 8, 8, 8, 8$$

تعداد داده‌ها زوج است، پس میانه یا چارک دوم همان میانگین داده‌های ۱۰ام و ۱۱ام است که در اینجا همان ۵ است و چارک اول میانگین دو داده ۵ام و ۶ام است که همان ۳ می‌شود و چارک سوم میانگین داده ۱۵ام و ۱۶ام است که همان ۵ می‌باشد، پس مجموع چارک اول و سوم برابر است با:

$$Q_1 + Q_3 = 3 + 5 = 8$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

$$N = 10 + 18 + 24 + 18 + 10 = 80$$

$$f = 10 \text{ : تعداد خیلی قویها}$$

$$\Rightarrow \text{درصد مطلوب} = \frac{f}{N} \times 100 = \frac{10}{80} \times 100 = 12.5\%$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

در نمودار حبابی  $V_1$  را روی محور افقی و  $V_2$  را روی محور عمودی و  $V_3$  را با مساحت دایره‌ای که در نقطه  $(V_1, V_2)$  رسم می‌شود نشان می‌دهیم. بنابراین دایره‌ای به مساحت ۲۰ و به مرکز نقطه  $(173, 70)$  بیشترین مساحت را دارد.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

مقدار بیشینه هر نمره ۲۰ است. ابتدا هر نمره را به دست می‌آوریم.

$$\text{عربی: } \frac{20}{100} \times 20 = 4 \qquad \text{زبان: } \frac{25}{100} \times 20 = 5$$

$$\text{فارسی: } \frac{80}{100} \times 20 = 16 \qquad \text{دینی: } \frac{70}{100} \times 20 = 14$$

$$\text{مجموع نمرات} = 4 + 5 + 14 + 16 = 39$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

نمودار راداری، روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در قالب نمودار ۲ بعدی است، که در آن سه متغیر کمی یا بیشتر بر روی محورهایی نشان داده می‌شوند که نقطه شروع همه آن‌ها یکی است.



سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

تعداد متغیرها ۳ تا است، پس برای رسم نمودار ۳ نیم‌خط در نظر می‌گیریم که زاویه بین آن‌ها  $120^\circ = \frac{360^\circ}{3}$  است. با استفاده از جدول زیر ابتدا مقدار متغیر هر مشاهده را به بیشینه مقدار آن می‌یابیم:

با توجه به مقادیر به دست آمده در می‌یابیم که نمودار گزینه «۲» پاسخ صحیح سؤال است.

مشاهده	$x_1$	$x_2$	$x_3$
مشاهده A	۵	۱۶	۰/۴
مشاهده B	۶	۱۲	۱/۲
بیشینه C	۱۰	۲۰	۲
A/C	$\frac{5}{10} = 0/5$	$\frac{16}{20} = 0/8$	$\frac{0/4}{2} = 0/2$
B/C	$\frac{6}{10} = 0/6$	$\frac{12}{20} = 0/6$	$\frac{1/2}{2} = 0/6$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مقدار هر یک از داده‌های  $a$ ،  $c$  و  $d$  را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{100}{100} \times \max(a) = \frac{100}{100} \times 20 = 16$$

$$c = \frac{60}{100} \times \max(c) = \frac{60}{100} \times 15 = 9$$

$$d = \frac{50}{100} \times \max(d) = \frac{50}{100} \times 18 = 9$$

طبق رابطه میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{a+b+c+d}{4} \Rightarrow 10 = \frac{16+b+9+9}{4} \Rightarrow b = 6$$

طبق نمودار داریم:

$$b = \frac{x}{100} \times \max(b) \Rightarrow 6 = \frac{x}{100} \times 15 \Rightarrow x = 40$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۴

باید مقدار متغیر زیارتی بودن نسبت به سایر متغیرها بیشتر باشد که تنها در گزینه «۴» این‌طور است.

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

چون اندازه بین هر دو شعاع مجاور برابر است، پس:

$$\text{زاویه بین دو شعاع مجاور} = \frac{36^\circ}{15} = 2.4^\circ$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{زاویه بین شعاع‌ها (نیم‌خط)} = \frac{36^\circ}{\text{تعداد متغیر}} \Rightarrow \frac{36^\circ}{\text{تعداد متغیر}} = 45^\circ$$

$$\text{تعداد متغیرها} = \frac{36^\circ}{45^\circ} = 8$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی متناسب با مساحت دایره‌هاست و نه برابر آن‌ها و یا متناسب با مجذور شعاع دایره‌هاست.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

زاویه بین نیم‌خط‌ها در نمودار راداری برابر است با  $\frac{36^\circ}{\text{تعداد متغیرها}}$ .

$$\frac{36^\circ}{a} = 3a + 6 \Rightarrow 3a^2 + 6a = 360 \Rightarrow a^2 + 2a = 120$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a - 120 = 0 \Rightarrow (a + 12)(a - 10) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 10 & \text{قابل قبول} \\ a = -12 & \text{(منفی است)} \end{cases}$$

حال اگر تعداد متغیرها  $a + 2 = 12$  باشد، زاویه بین نیم‌خط‌ها برابر با  $\frac{36^\circ}{12} = 3^\circ$  درجه خواهد شد.

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر تعداد متغیرها را در حالت اول  $x$  در نظر بگیریم، تعداد متغیرها در حالت دوم  $2x$  خواهد شد. زاویه بین پره‌ها در نمودار راداری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{زاویه بین پره‌ها} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}}$$

$$\Rightarrow \text{زاویه بین متغیرها در حالت اول} = \frac{360^\circ}{x}$$

$$\text{زاویه بین متغیرها در حالت دوم} = \frac{360^\circ}{2x} = \frac{180^\circ}{x}$$

$$\frac{360^\circ}{x} - \frac{180^\circ}{x} = \frac{180^\circ}{x}$$

$$\frac{180^\circ}{x} = 45^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{45^\circ} = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد متغیرها در حالت اول} = 4 \\ \text{تعداد متغیرها در حالت دوم} = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 8 + 4 = 12$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

کمترین مساحت، مربوط به جسم  $A$  می‌باشد. پس با توجه به آن وزن اجسام  $B$  و  $C$  را بدست می‌آوریم. دقت کنید که وزن اجسام متناسب با مساحت دایره‌هاست:

$$\frac{S_B}{S_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{S_A=25\text{kg}} \frac{S_B}{25} = \left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_B = 50\text{kg}$$

$$\frac{S_C}{S_A} = \left(\frac{r_C}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{S_A=25\text{kg}} \frac{S_C}{25} = \left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_C = 75\text{kg}$$

پس میانگین وزن اجسام برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{25+50+75}{3} = \frac{150}{3} = 50\text{kg}$$