



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۱ آموزشی

۱) در یک کارخانه، حقوق یک مهندس از دو برابر حقوق یک تکنسین یک میلیون تومان بیشتر است و حقوق مدیر بخش $\frac{4}{3}$ حقوق یک مهندس است. قسمت تولید این کارخانه ۲۰ تکنسین، ۶ مهندس و ۳ مدیر بخش دارد. اگر مجموع حقوق تکنسین‌ها از مجموع حقوق مهندس‌ها ۲۶ میلیون بیشتر باشد، در این صورت مدیرعامل کارخانه برای این قسمت ماهیانه چند میلیون تومان حقوق باید پرداخت کند؟

۱۷۰ (۲)

۱۴۰ (۱)

۲۲۰ (۴)

۱۸۵ (۳)

۲) مجموع سه عدد زوج متوالی برابر با 1530 می‌باشد، یکان عدد کوچکتر کدام است؟

صفر (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۳) به ازای چند مقدار صحیح m ، هر دو معادله درجه دوم $\frac{m}{F}x^2 + (m-2)x + m + 8 = 0$ و $2x^2 + 5x + 4 - m = 0$ فاقد جواب حقیقی هستند؟

۲ (۲)

۱ (۱)

هیچ مقدار صحیحی برای m وجود ندارد. (۴)

۳ (۳)

۴) جواب بزرگتر معادله $(2-x)^2 = (3x-1)^2$ را با نصف جواب کوچکتر آن جمع می‌کنیم. حاصل کدام است؟

$0/8$ (۴)

$0/7$ (۳)

$0/6$ (۲)

$0/5$ (۱)

۵) جواب معادله $(x-1)^2 - (2x+3)^2 = -3x^2 + 8$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$-\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{7}$ (۲)

$-\frac{1}{7}$ (۱)

۶) ریشه‌های معادله $(x-8)(x+6) = 2x - 16$ کدام است؟

۴ و -۸ (۴)

فقط ۸ (۳)

۴ و ۸ (۲)

فقط -۴ (۱)

۷) اگر معادله $(x+2)^2 = k - 3$ ریشه مضاعف داشته باشد، دلتای معادله $(x-1)^2 = k + 1$ کدام است؟

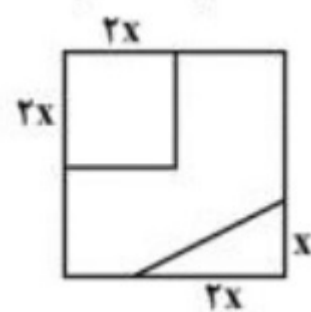
۵ (۴)

۲۵ (۳)

۴ (۲)

۱۶ (۱)

۸) از مربعی به ضلع ۷ سانتی‌متر، مربع و مثلث زیر بریده شده‌اند. اگر مساحت باقی‌مانده ۲۴ سانتی‌متر مربع باشد، مقدار x کدام است؟



(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{7}$

(۳) $\sqrt{4/8}$

(۴) $\sqrt{9/8}$

۹) ریشه بزرگ تر معادله $9(x-2)^2 - 16 = 0$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{10}{3}$

(۴) ۶

۱۰) جواب بزرگتر معادله $x^2 + 4x - 8 = 0$ کدام است؟

(۱) $2 - 2\sqrt{3}$

(۲) $-2 - 2\sqrt{3}$

(۳) $2 + 2\sqrt{3}$

(۴) $-2 + 2\sqrt{3}$

۱۱)

جواب معادله $2x - 1 + \frac{1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) -۲

۱۲) دو چاپگر A و B برای چاپ فیش‌های حقوقی یک شرکت کار می‌کنند. اگر چاپگر A به تنهایی کار کند، مدت زمانی که طول می‌کشد تا فیش‌ها را چاپ کند ۳ برابر مدت زمانی است که چاپگر B به تنهایی کار می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، فیش‌ها را در مدت زمان ۳ ساعت چاپ می‌کنند. چاپگر A در چند ساعت به تنهایی فیش‌ها را چاپ می‌کند؟

(۱) ۶

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

۱۳) دو شیر آب A و B به یک استخر متصل هستند. شیر A به تنهایی استخر را ۵ ساعت زودتر از شیر B به تنهایی پر می‌کند. اگر هر دو شیر باز باشند، آن‌گاه استخر در ۶ ساعت پر می‌شود. شیر B به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می‌کند؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۷

۱۴) اگر معادله گویای $\frac{x+a}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$ دارای ریشه $x = 6$ باشد، در این صورت مقدار a کدام است؟

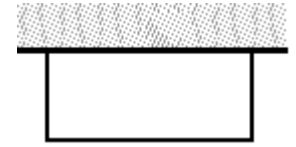
(۱) ۹

(۳) ۲۷

(۲) ۱۸

(۴) ۳۶

۱۵) می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟



۳۶۴ (۱)

۳۷۸ (۲)

۳۹۲ (۳)

۴۰۶ (۴)



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۱ آموزشی

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض می‌کنیم حقوق تکنسین x میلیون تومان باشد، در این صورت حقوق یک مهندس $2x + 1$ و حقوق مدیر بخش برابر است با:

$$\text{حقوق یک مهندس} = \frac{4}{3}(2x + 1) = \text{حقوق مدیر بخش}$$

$$26 = \text{مجموع حقوق مهندس ها} - \text{مجموع حقوق تکنسین ها}$$

$$20x - 6(2x + 1) = 26$$

$$\Rightarrow 20x - 12x - 6 = 26$$

$$\Rightarrow 8x = 32 \Rightarrow x = 4 \text{ میلیون تومان}$$

مجموع حقوق کل بخش برابر است با:

$$20x + 6(2x + 1) + 3 \times \frac{4}{3}(2x + 1)$$

$$= 20x + 12x + 6 + 8x + 4 = 40x + 10$$

$$\xrightarrow{x=4} 40 \times 4 + 10 = 160 + 10 = 170$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

این سه عدد را می‌توانیم به صورت $x, x+2, x+4$ فرض کنیم و طبق اطلاعات مساله، چنین بنویسیم:

$$x + x + 2 + x + 4 = 1530 \Rightarrow 3x + 6 = 1530$$

$$3x = 1530 - 6 \Rightarrow 3x = 1524 \Rightarrow x = \frac{1524}{3} = 508$$

سه عدد زوج مطلوب $\xrightarrow{\quad}$ 508 , 510 , 512
یکان عدد کوچکتر ۸ است

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

هر دو معادله فاقد جواب حقیقی هستند، یعنی دلتای هر دو معادله عددی منفی است.

$$\frac{m}{3}x^2 + (m-2)x + m + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta_1 < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4\left(\frac{m}{3}\right)(m+8) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m + 4 - m^2 - 8m < 0 \Rightarrow -12m + 4 < 0 \Rightarrow 12m > 4$$

$$\Rightarrow m > \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$2x^2 + 5x + 4 - m = 0$$

$$\Rightarrow \Delta_2 < 0 \Rightarrow 25 - 4(2)(4-m) < 0$$

$$\Rightarrow 25 - 32 + 8m < 0 \Rightarrow 8m < 7 \Rightarrow m < \frac{7}{8} \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow \frac{1}{3} < m < \frac{7}{8}$$

هیچ عدد صحیحی برای m وجود ندارد.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

برای حل معادله از روش ریشه‌گیری استفاده می‌کنیم، داریم:

از دو طرف ریشه می‌گیریم.

$$(2-x)^2 = (3x-1)^2 \rightarrow 2-x = \pm(3x-1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2-x = 3x-1 \Rightarrow -x-3x = -1-2 \Rightarrow -4x = -3 \\ \Rightarrow x = \frac{3}{4} \quad \text{ریشه بزرگتر} \\ 2-x = -3x+1 \Rightarrow -x+3x = 1-2 \Rightarrow 2x = -1 \\ \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ریشه کوچکتر} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت مطلوب} = \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای، طرفین معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$(x-1)^2 - 2(x+3)^2 = -3x^2 + 8$$

$$x^2 - 2x + 1 - (4x^2 + 12x + 9) = 3x^2 + 8$$

$$x^2 - 2x + 1 - 4x^2 - 12x - 9 = 3x^2 + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 4x^2 - 12x - 9 + 3x^2 - 8 = 0$$

$$\Rightarrow -14x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow -14x = 16 \Rightarrow x = \frac{-16}{14} = -\frac{8}{7}$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

معادله را به روش فاکتورگیری ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (x-8)(x+6) &= 2x-16 \Rightarrow (x-8)(x+6) = 2(x-8) \\ \Rightarrow (x-8)(x+6) - 2(x-8) &= 0 \\ \Rightarrow (x-8)(x+6-2) &= 0 \Rightarrow (x-8)(x+4) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x-8=0 \Rightarrow x=8 \\ x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{cases} \end{aligned}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

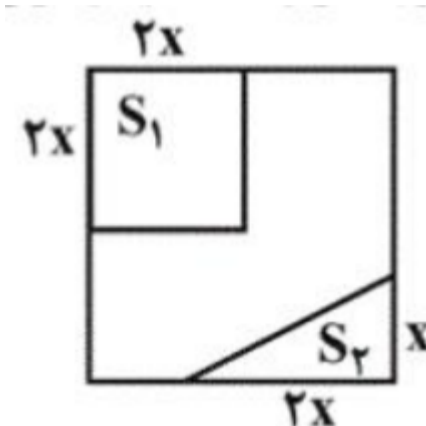
برای داشتن ریشه مضاعف، معادله داده شده، باید به صورت $(x+2)^2 = 0$ باشد. پس:

$$\begin{aligned} k-3=0 \Rightarrow k=3 \Rightarrow (x-1)^2 &= k+1 \xrightarrow{k=3} (x-1)^2 = 4 \\ \Rightarrow x^2 - 2x + 1 &= 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac &= (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16 \end{aligned}$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل، مساحت مربع کوچکتر و مثلث را از مربع بزرگ کم می‌کنیم، پس داریم:



$$\text{مساحت مربع کوچکتر: } S_1 = (2x)^2 = 4x^2$$

$$\text{مساحت مثلث: } S_2 = \frac{1}{2} \times x \times (2x) = x^2$$

مساحت مربع کوچکتر و مثلث - مساحت مربع بزرگتر = مساحت باقیمانده

$$\Rightarrow 24 = 7 \times 7 - (4x^2 + x^2)$$

$$\Rightarrow 24 = 49 - 5x^2 \Rightarrow 5x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ی «۳»

با استفاده از روش ریشه گیری داریم:

$$9(x-2)^2 - 16 = 0 \Rightarrow 9(x-2)^2 = 16 \Rightarrow (x-2)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2) = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} + 2 = \frac{4}{3} + \frac{6}{3} = \frac{10}{3} & \text{ریشه بزرگتر} \\ (x-2) = -\frac{4}{3} \Rightarrow x = 2 - \frac{4}{3} = \frac{6}{3} - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} & \text{ریشه کوچکتر} \end{cases}$$

پس ریشه بزرگتر معادله $\frac{10}{3}$ می باشد.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

معادله را با استفاده از روش کلی حل می‌کنیم:

$$x^2 + 4x - 8 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \\ c = -8 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \times (1) \times (-8) = 16 + 32 = 48$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-4 + \sqrt{48}}{2 \times (1)} = \frac{-4 + \sqrt{16 \times 3}}{2}$$

$$= \frac{-4 + 4\sqrt{3}}{2} = -2 + 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-4 - \sqrt{48}}{2 \times 1} = \frac{-4 - \sqrt{16 \times 3}}{2}$$

$$= \frac{-4 - 4\sqrt{3}}{2} = -2 - 2\sqrt{3}$$

پس ریشه بزرگتر معادله فوق برابر $-2 + 2\sqrt{3}$ است.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{2x-1}{1} + \frac{1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(2x-1)(2x+1)+1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{4x^2-1+1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4x^2}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2 = (2x+1)(2x - \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 4x^2 - x + 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

فرض می‌کنیم چاپگر B در مدت زمان x ساعت فیش‌ها را چاپ کند، پس در یک ساعت $\frac{1}{x}$ فیش‌ها را و چاپگر A در مدت زمان یک ساعت $\frac{1}{3x}$ فیش‌ها را چاپ می‌کند و اگر هر دو با هم کار کنند در مدت زمان یک ساعت $\frac{1}{3}$ فیش‌ها را چاپ می‌کنند، پس در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{3x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 4$$

پس چاپگر A در مدت زمان $3 \times 4 = 12$ ساعت فیش‌ها را چاپ می‌کند.

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

فرض می‌کنیم شیر A به تنهایی در x ساعت استخر را پر کند. بنابراین شیر B به تنهایی در $x+5$ ساعت استخر را پر می‌کند. حال در یک ساعت، شیر A به تنهایی $\frac{1}{x}$ حجم استخر و شیر B به تنهایی $\frac{1}{x+5}$ حجم استخر را پر می‌کند. از طرفی اگر شیر A و B با هم باز باشد، در یک ساعت $\frac{1}{6}$ حجم استخر پر می‌شود. بنابراین می‌توان مجموع حجم پر شده از استخر در یک ساعت توسط شیر A و B را برابر وقتی قرار داد که شیر A و B در یک ساعت هم‌زمان باز هستند. داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{6} = 0$$

$$\frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{میگیریم}} \rightarrow \frac{6(x+5)}{6x(x+5)} + \frac{6x}{6x(x+5)} - \frac{x(x+5)}{6x(x+5)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{6x+30+6x-x^2-5x}{6x(x+5)} = 0$$

صورت کسر را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$-x^2 + 7x + 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x-10)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ ق ق} \\ x = 10 \text{ ق ق} \end{cases}$$

شیر A به تنهایی در ۱۰ ساعت استخر را پر می‌کند و شیر B به تنهایی در $10+5=15$ ساعت استخر را پر می‌کند.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند. حال با جایگذاری $x=6$ در معادله مقدار a را می‌یابیم:

$$\frac{x+a}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9} \xrightarrow{x=6}$$

$$\frac{6+a}{6+3} - \frac{6}{6-3} = \frac{18}{(6)^2-9} \Rightarrow \frac{a+6}{9} - \frac{6}{3} = \frac{18}{36-9}$$

$$\Rightarrow \frac{a+6}{9} - 2 = \frac{18}{27} \Rightarrow \frac{a+6}{9} = 2 + \frac{2}{3}$$

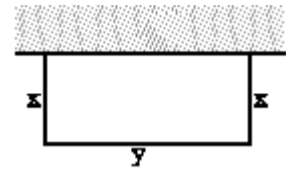
$$\Rightarrow \frac{a+6}{9} = \frac{8}{3} \Rightarrow a+6 = 9 \times \frac{8}{3} \Rightarrow a+6 = 24$$

$$\Rightarrow a = 24 - 6 = 18$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳



$$2x + y = 56 \Rightarrow y = 56 - 2x$$

$$\text{مساحت زمین } S = xy \Rightarrow S = x(56 - 2x) \Rightarrow S = -2x^2 + 56x$$

در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به شرط $a < 0$ بیشترین مقدار تابع به ازای $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$x_{\max} = \frac{-56}{2 \times (-2)} = \frac{56}{4} = 14$$

$$\Rightarrow S_{\max} = -2 \times (14)^2 + 56 \times 14 = 392$$

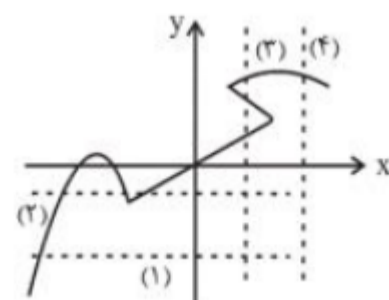


آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار انسانی دهم فصل ۲ آموزشی

۱) با رسم کدام خط چین زیر، می‌توان گفت که نمودار مقابل، مربوط به یک تابع نیست؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

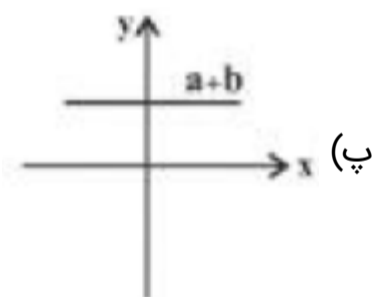
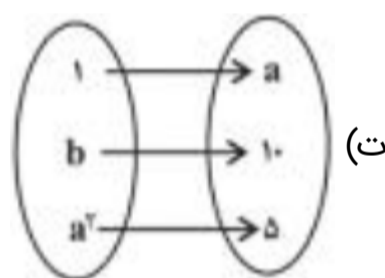
۴ (۴)

۲) اگر رابطه $f = \{(1, 2a), (5, b-1), (1, 6), (5, 8)\}$ تابع باشد، چند مورد از روابط زیر تابع محسوب می‌شوند؟

x	a+1	۴	۵
y	۷	۷	۷

(ب)

(الف) $\{(a, 7), (b, 3), (9, 10)\}$



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۳) چه تعداد از روابط زیر تابع است؟

(الف) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، مستطیلی با مساحت برابر آن عدد را نسبت دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر عدد اول شمارنده طبیعی آن را نسبت دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی دو رقمی، مثلثی متساوی‌الاضلاع با محیط برابر آن عدد را نسبت دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، جذر آن را نسبت می‌دهد.

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۴) اگر $f = \{(3, 6), (2k-3, 4m), (m^2, 10k)\}$ و دامنه تابع f برابر با $D_f = \{3, 9, 7\}$ باشد، برد f کدام است؟ (m و k اعداد طبیعی هستند.)

{۶, ۸, ۶۴} (۴)

{۶, ۸, ۴۸} (۳)

{۶, ۸, ۴۸} (۲)

{۶, ۱۲, ۵۰} (۱)

۵) در تابع $f(x) = mx^2 - 2x + 1$ ، با فرض آن که $f(-1) = 0$ باشد، حاصل $\frac{5f(1)}{f(2)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{7}$

۶) در تابع $f = \{(1, -1), (2, -3), (3, -5), (4, -7)\}$ اعضای برد تابع کدام است؟

- (۱) $R_f = \{1, 2, 3, 4\}$ (۲) $R_f = \{-1, -3, -5, -7\}$
 (۳) مجموعه اعداد صحیح منفی (۴) مجموعه اعداد حقیقی R

۷) اگر $f(x) = |x^2 - 1|$ و $g(x) = \sqrt{2 + \frac{x}{2}}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{f(\frac{\sqrt{2}}{2}) - g(\frac{1}{2})}{1 + 2f(0)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸) یک شرکت تولیدی برای تولید x کالا مقدار $C(x) = 2000 + 10x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۰۰ تومان می‌فروشد. تابع سود این شرکت برای تولید x کالا کدام است؟

- (۱) $P(x) = 90x + 2000$ (۲) $P(x) = 90x - 2000$
 (۳) $P(x) = 100x - 200$ (۴) $P(x) = 100x + 200$

۹) تابع f به هر عدد حقیقی، دو واحد کمتر از نصف جذر مکعب آن عدد را نسبت می‌دهد. در مورد تابع f کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) این تابع به عدد یک، -۱ را نسبت می‌دهد.
 (۲) ضابطه‌ی جبری این تابع به صورت $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 2}}{2}$ است.
 (۳) اگر دامنه تابع به صورت $D = \{0, 1\}$ باشد، مجموع اعضای برد برابر با -۴ می‌شود.
 (۴) $-f(0) = f(4)$

۱۰) در تابعی با ضابطه $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = ax + 4 \end{cases}$ اگر $A = \{0, 2, 4\}$ و $f(2) = 2$ باشد، کوچک‌ترین عضو برد این تابع کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۱۱) رابطه بین درجه دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم چند درجه سانتی‌گراد بالاتر برود تا دمای آن برحسب فارنهایت ۷۲ درجه افزایش یابد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۲ (۳) ۴۰ (۴) ۷۲

۱۲) اگر f یک تابع خطی باشد و جدول تعدادی از نقاط آن به صورت زیر باشد، کدام است $\frac{f(10)}{f(9)}$ ؟

$T(x)$
۰

- (۱) $1/1$ (۲) $1/2$ (۳) $0/9$ (۴) $0/8$

۱۳) در تابع خطی f اگر $f(1) = -4$ و $f(-2) = 3$ باشد، در این صورت $f(-3) - f(6)$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) $-\frac{31}{3}$ (۳) -۲۱ (۴) $\frac{31}{3}$

۱۴) اگر نمودار تابع خطی $f(x) = (2n+1)x + 4 + 2n$ از مبدأ مختصات بگذرد، در این صورت نمودار این تابع از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱) $(-2, -10)$ (۲) $(2, -10)$ (۳) $(-1, 3)$ (۴) $(1, 5)$

۱۵) یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 2000 + ax$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۲۰ تومان می‌فروشد. اگر به‌ازای تولید ۱۰۰ کالا ۶۰۰۰ تومان سود نصیب شرکت شود، مقدار a کدام است؟

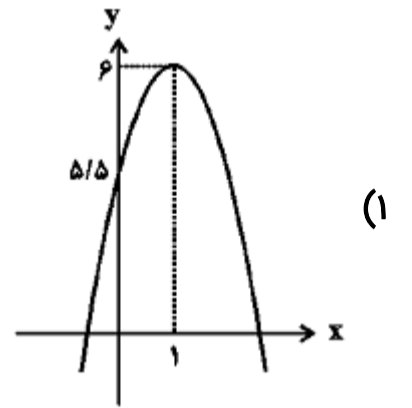
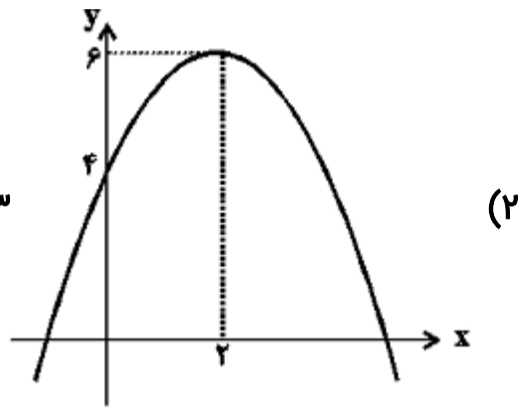
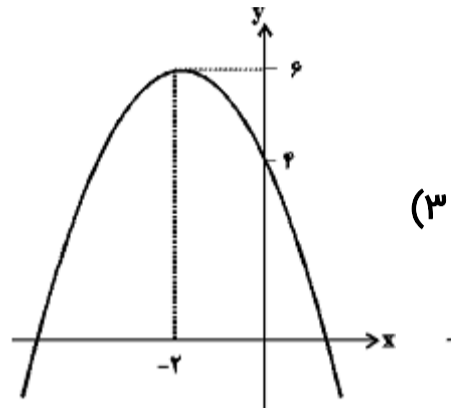
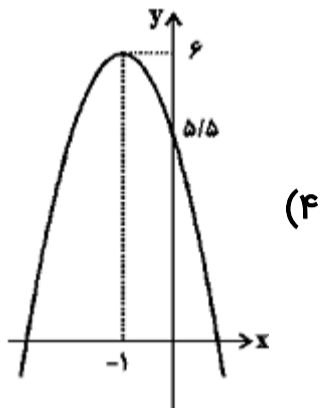
۱۰۰ (۴)

۸۰ (۳)

۶۰ (۲)

۴۰ (۱)

۱۶) نمودار سهمی به معادله $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 6$ کدام است؟



۱۷) اگر مختصات رأس سهمی $y = -x^2 + 4x + 5$ نقطه (a, b) باشد، در این صورت $a + b$ کدام است؟

-۱۱ (۴)

۱۱ (۳)

-۷ (۲)

۷ (۱)

۱۸) کمترین مقدار تابع $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$ کدام است؟

 $\frac{7}{16}$ (۴) $\frac{2}{11}$ (۳) $\frac{4}{19}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۱)

۱۹) اگر محور تقارن سهمی $y = 4x^2 - (k+1)x - c$ خط $x = -1$ باشد و سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -3 قطع کند، کمترین مقدار سهمی کدام است؟

-۱۵ (۲)

-۱ (۱)

۲۰) در مورد سهمی‌هایی به معادلات $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = (x-1)^2$ چه تعداد از جملات زیر، صحیح است؟

(الف) هیچ‌یک از سهمی‌ها محور عرض‌ها را قطع نمی‌کنند.

(ب) هر دو سهمی، مینیمم دارند.

(پ) هر دو سهمی از نقطه $(1, 0)$ می‌گذرند.

(ت) هر دو سهمی دارای دامنه و برد یکسان هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی و آمار انسانی دهم فصل ۲ آموزشی

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

خط چین (۳) نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند، یعنی به ازای یک x دو مقدار y وجود دارد، بنابراین طبق این خط چین می‌توان گفت که نمودار داده شده مربوط به یک تابع نیست.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

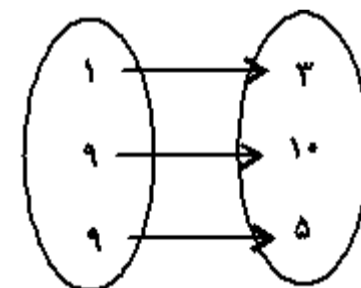
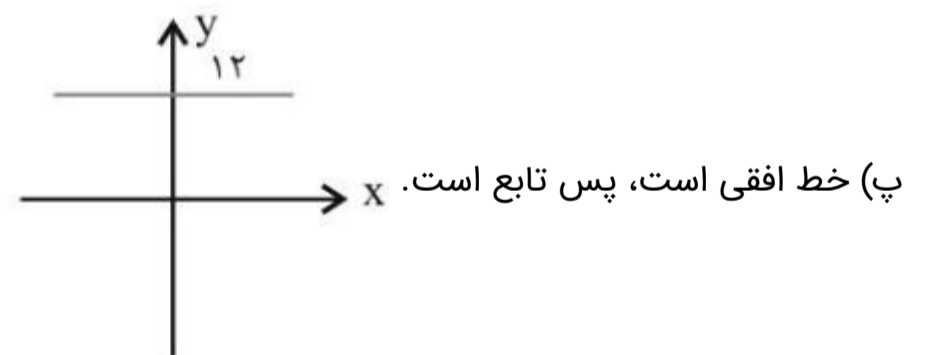
چون f تابع است، زوج مرتب‌هایی از آن که مؤلفه اول یکسان دارند، باید مؤلفه دومشان نیز برابر باشند، پس:

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3, b - 1 = 8 \Rightarrow b = 9$$

تابع نیست $\Rightarrow \{(3, 7), (9, 3), (9, 10)\}$ (الف)

تابع است. (ب)

x	۴	۴	۵
y	۷	۷	۷



(ت) تابع نیست.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

الف) تابع نیست. زیرا به هر عدد طبیعی می‌توان مستطیل‌هایی با آن مساحت نسبت داد. مثلاً به عدد ۱۲ می‌توان مستطیل با اضلاع ۳ و ۴ یا ۲ و ۶ یا ۱ و ۱۲ نسبت داد.

ب) هر عدد اول ۲ شمارنده دارد، پس این رابطه تابع نیست.

پ) تابع است زیرا به هر عدد طبیعی فقط یک مثلث متساوی‌الاضلاع با ضلع ثلث آن عدد را نسبت می‌دهد.

ت) تابع است، زیرا هر عدد طبیعی فقط یک جذر دارد.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

اگر $m^2 = 7$ باشد، جواب‌های به دست آمده برای m طبیعی نیست، پس:

$$2k - 3 = 7 \Rightarrow 2k = 10 \Rightarrow k = 5$$

$$m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3 \xrightarrow{\text{طبیعی است}} m = 3$$

$$\Rightarrow f = \{(3, 6), (7, 12), (9, 50)\} \Rightarrow f \text{ برد} = \{6, 12, 50\}$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$f(-1) = 0 \Rightarrow m(-1)^2 - 2(-1) + 1 = 0 \Rightarrow m = -3$$

$$\Rightarrow f(x) = -3x^2 - 2x + 1$$

$$f(1) = -3(1)^2 - 2(1) + 1 = -4, f(2) = -3(2)^2 - 2(2) + 1 = -15$$

$$\Rightarrow \frac{5f(1)}{f(2)} = \frac{5(-4)}{-15} = \frac{4}{3}$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

در نمایش تابع به صورت زوج مرتبی، مجموعه همة مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌ها دامنة تابع و مجموعه همة مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌ها برد تابع می‌باشد، بنابراین داریم:

$$f = \{(1, -1), (2, -3), (3, -5), (4, -7)\} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \{1, 2, 3, 4\} \\ R_f = \{-1, -3, -5, -7\} \end{cases}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = |x^2 - 1| \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left|\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2} - 1\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = |0^2 - 1| = |-1| = 1$$

$$g(x) = \sqrt{2 + \frac{x}{2}} \Rightarrow g\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{1 + 2f(0)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{1 + 2 \times 1} = \frac{-1}{3}$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

$$C(x) = 2000 + 10x \text{ : تابع هزینه}$$

$$R(x) = x \times 100 = 100x \text{ : تابع درآمد}$$

$$P(x) = R(x) - C(x) = 100x - 2000 - 10x = 90x - 2000 \text{ : تابع سود}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

 $f: A \rightarrow B$ ضابطه تابع f به صورت مقابل است: $f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{2} - 2$

بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

همچنین گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا: $f(1) = \frac{\sqrt{1^3}}{2} - 2 = \frac{1}{2} - 2 = \frac{-3}{2}$

$$f(0) = \frac{\sqrt{0^3}}{2} - 2 = -2 \Rightarrow f(0) + f(1) = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا مجموع اعضای برد برابر با $\frac{-7}{2}$ می‌شود.

$$f(4) = \frac{\sqrt{4^3}}{2} - 2 = \frac{\sqrt{64}}{2} - 2 = \frac{8}{2} - 2 = 2 \Rightarrow -f(0) = f(4)$$

بنابراین گزینه «۴» درست است.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$f(2) = 2 \Rightarrow 2a + 4 = 2 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f: \{0, 2, 4\} \Rightarrow B \\ f(x) = -x + 4 \end{cases}$$

با قرار دادن اعضای دامنه در ضابطه تابع، اعضای برد را به دست می‌آوریم:

$$f(0) = 4, \quad f(2) = 2, \quad f(4) = 0$$

$$R_f = \{4, 2, 0\}$$

بنابراین کوچک‌ترین عضو برد این تابع برابر صفر است.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

$$F_2 - F_1 = 72 \Rightarrow \left(\frac{9}{5}C_2 + 32\right) - \left(\frac{9}{5}C_1 + 32\right) = 72$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}(C_2 - C_1) = 72 \Rightarrow C_2 - C_1 = 72 \times \frac{5}{9} = 40$$

بنابراین دمای جسم باید ۴۰ درجه سانتی‌گراد بالاتر برود.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

چون f تابع خطی است، پس ۲ نقطه از آن را به دلخواه در نظر می‌گیریم و معادله خط آن را می‌نویسیم.

$$(0, 2), (1, 4)$$

$$\text{شیب: } a = \frac{4-2}{1-0} = \frac{2}{1} = 2$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(1, 4)} 4 = 2(1) + b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + 2$$

$$\begin{cases} f(10) = 2(10) + 2 = 22 \\ f(9) = 2(9) + 2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \frac{f(10)}{f(9)} = \frac{22}{20} = \frac{11}{10} = 1/1$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

اگر ضابطه تابع را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر بگیریم، داریم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -4 \Rightarrow a \times (1) + b = -4 \Rightarrow a + b = -4 & (1) \\ f(-2) = 3 \Rightarrow a \times (-2) + b = 3 \Rightarrow -2a + b = 3 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} \begin{cases} a + b = -4 \\ -2a + b = 3 \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} a + b = -4 \\ 2a - b = -3 \end{cases}$$

$$3a = -7 \Rightarrow a = -\frac{7}{3}$$

$$\xrightarrow{(1)} -\frac{7}{3} + b = -4 \Rightarrow b = -4 + \frac{7}{3} = -\frac{5}{3}$$

پس ضابطه تابع، $f(x) = -\frac{7}{3}x - \frac{5}{3}$ است. حال مقادیر $f(-3)$ و $f(6)$ را می‌یابیم:

$$f(-3) = -\frac{7}{3} \times (-3) - \frac{5}{3} = \frac{21}{3} - \frac{5}{3} = \frac{16}{3}$$

$$f(6) = -\frac{7}{3} \times (6) - \frac{5}{3} = -\frac{42}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{47}{3}$$

$$f(-3) - f(6) = \frac{16}{3} - \left(-\frac{47}{3}\right) = \frac{16}{3} + \frac{47}{3} = \frac{63}{3} = 21$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

ضابطه نمودار تابع خطی که از مبدأ می‌گذرد به صورت $y = ax$ می‌باشد که با مقایسه با ضابطه تابع صورت سؤال نتیجه می‌گیریم که $4 + 2n = 0$ می‌باشد، لذا داریم:

$$f(x) = (2n + 1)x + 4 + 2n \xrightarrow{4+2n=0 \Rightarrow n=-2}$$

$$f(x) = (2 \times (-2) + 1)x = -3x$$

پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = -3x$ می‌باشد، حال تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$۱) f(-2) = -3 \times (-2) = 6 \quad \times$$

$$۲) f(2) = -3 \times (2) = -6 \quad \times$$

$$۳) f(-1) = -3 \times (-1) = 3 \quad \checkmark$$

$$۴) f(1) = -3 \times (1) = -3 \quad \times$$

پس گزینه «۳» صحیح است.

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا رابطه تابع درآمد شرکت را می‌یابیم:

تعداد کالا \times قیمت فروش کالا = تابع درآمد

$$R(x) = 120 \times x = 120x$$

حال تابع سود شرکت را می‌یابیم:

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 120x - (2000 + ax) = 120x - 2000 - ax = (120 - a)x - 2000$$

حال به‌ازای تولید $x = 100$ کالا سود شرکت را می‌یابیم:

$$P(100) = (120 - a) \times 100 - 2000 \xrightarrow{P(100)=6000}$$

$$6000 = (120 - a) \times 100 - 2000 \Rightarrow (120 - a) \times 100 = 8000$$

$$120 - a = 80 \Rightarrow a = 120 - 80 = 40$$

سوال ۱۶

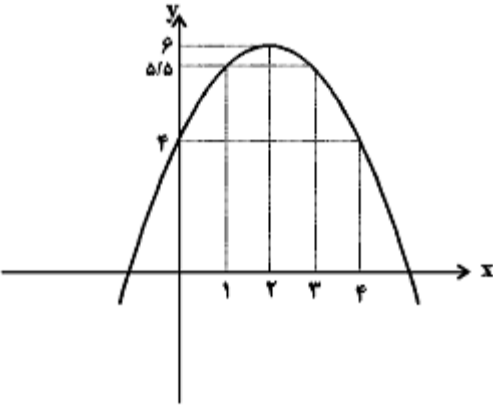
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 6 \Rightarrow \text{مختصات رأس سهمی} = (2, 6)$$

با توجه به جدول زیر و داشتن مختصات رأس سهمی داریم:

x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۴	۵/۵	۶	۵/۵	۴



سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $x = -\frac{b}{2a}$ است. ابتدا رأس سهمی $y = -x^2 + 4x + 5$ را به دست می‌آوریم:

$$x_v = -\frac{4}{-2} = 2$$

$$x_v = 2 \Rightarrow y_v = -2^2 + 4(2) + 5 = -4 + 8 + 5 \Rightarrow y = 9$$

پس مختصات رأس سهمی (۲, ۹) می‌باشد، لذا داریم:

$$a + b = 2 + 9 = 11$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

ضریب x^2 عددی مثبت است، پس کمترین مقدار تابع درجه دوم، همان عرض رأس سهمی است، بنابراین ابتدا طول رأس را حساب کرده، آن را به جای x می‌گذاریم تا عرض رأس هم به دست آید:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2(4)} = \frac{3}{8}$$

$$y_s = 4\left(\frac{3}{8}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{8}\right) + 1 = 4\left(\frac{9}{64}\right) - \frac{9}{8} + 1$$

$$= \frac{9}{16} - \frac{9}{8} + 1 = \frac{9-18+16}{16} = \frac{7}{16}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = \frac{-b}{2a}$ است. در نتیجه:

$$-\frac{-(k+1)}{2 \times 4} = -1 \Rightarrow k+1 = -8 \Rightarrow k = -9$$

$$y = 4x^2 + 8x - c$$

$$\xrightarrow{(0, -3)} -3 = 4 \times 0 + 0 - c \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow y = 4x^2 + 8x - 3$$

چون دهانه سهمی رو به بالا باز می‌شود، کم‌ترین مقدار سهمی روی محور تقارن سهمی (رأس سهمی) قرار دارد. بنابراین:

$$\xrightarrow{x=-1} y = 4 \times (-1)^2 + 8(-1) - 3 = 4 - 8 - 3 = -7$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

بررسی (الف): هر دو سهمی محور y ها را قطع می‌کنند.

$$\begin{cases} y = f(x) = x^2 - 1 \xrightarrow{x=0} y = -1 \\ y = g(x) = (x-1)^2 \xrightarrow{x=0} y = 1 \end{cases}$$

پس (الف) نادرست است.

بررسی (ب): هر دو سهمی، مینیمم دارند چون ضریب x^2 در آنها مثبت است.

پس (ب) درست است.

بررسی (پ): هر دو سهمی از نقطه $(1, 0)$ می‌گذرند.

$$f(x) = y = x^2 - 1 \xrightarrow{A \begin{matrix} 1 \rightarrow x \\ 0 \rightarrow y \end{matrix}} 0 = 1^2 - 1 \Rightarrow 0 = 0$$

$$g(x) = y = (x-1)^2 \xrightarrow{A \begin{matrix} 1 \rightarrow x \\ 0 \rightarrow y \end{matrix}} 0 = (1-1)^2 \Rightarrow 0 = 0$$

پس (پ) درست است.

بررسی (ت): دامنه هر دو تابع برابر R است، اما برد f برابر $y \geq -1$ و برد g برابر با $y \geq 0$ می‌باشد.

پس (ت) نادرست است.



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) برای بررسی «میزان بنزین مصرف شده در کل کشور در ماه گذشته»، «میانگین سن ازدواج در یک استان در سال قبل» و «میزان استفاده ی دانش آموزان یک کلاس از شبکه های اجتماعی» به ترتیب کدام روش گردآوری داده ها مناسب است؟

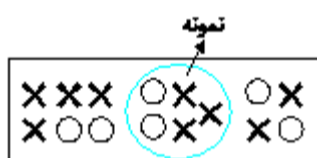
- (۱) دادگان ها - پرسش نامه - پرسش نامه
(۲) مشاهده - پرسش نامه - پرسش نامه
(۳) مشاهده - دادگان ها - دادگان ها
(۴) دادگان ها - دادگان ها - پرسش نامه

۲) در یک جامعه با میانگین ۴۰ تقریباً ۶۸ درصد داده ها بین ۳۵ و ۴۵ قرار می گیرند. واریانس داده ها، کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۵
(۳) ۲۵
(۴) ۴۰

۳) در یک کلاس ۱۵ نفره، در درس ریاضی، ۹ نفر نمره ۲۰ و ۶ نفر نمره کمتر از ۲۰ گرفته اند. مطابق شکل زیر یک نمونه تصادفی ۵ نفره انتخاب کرده ایم. مقدار آماره دانش آموزان نمره ۲۰ و پارامتر دانش آموزان نمره کمتر از ۲۰ به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟ (علامت ضربدر دانش آموزان

نمره ۲۰ و علامت دایره دانش آموزان با نمره کمتر از ۲۰ می باشند.)



- (۱) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$
(۲) $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}, \frac{2}{5}$
(۴) $\frac{1}{5}, \frac{1}{5}$

۴) در کدام یک از موارد زیر، نمونه انتخاب شده نمونه تصادفی است؟

- (۱) برای بررسی میانگین قد دانش آموزان یک مدرسه، از هر کلاس، دو نفر را که در ردیف اول می نشینند انتخاب می کنیم.
(۲) برای بررسی میزان رضایت مشتریان یک فروشگاه، از بین افرادی که بیش از صد هزار تومان خرید کرده اند، ۱۰ نفر را انتخاب می کنیم.
(۳) برای بررسی میزان مطالعه غیر درسی دانش آموزان یک شهر، از هر مدرسه ۵ دانش آموز را انتخاب می کنیم.
(۴) برای بررسی وزن میوه های یک باغ، سنگین ترین میوه هر درخت را انتخاب می کنیم.

۵) چند مورد از متغیرهای زیر کیفی هستند؟

«مقدار مقاومت یک لامپ، تعداد ماشین های یک نمایشگاه، رتبه کنکور دانش آموزان یک کلاس، جنسیت افراد یک گروه، اندازه مساحت یک سری از شکل های هندسی، مزه غذا (خوب، بد، متوسط)»

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۶) مجموع هفت عدد متوالی ۷۷ می باشد. اگر عدد دوم و پنجم را از این اعداد مرتب شده از کوچک به بزرگ حذف کنیم، میانگین ۵ عدد باقی مانده کدام است؟

- (۱) $10/8$
(۲) $10/2$
(۳) $11/2$
(۴) $11/4$

۷) اختلاف میانه و میانگین داده های ۷، ۱۱، ۲۵، ۱۴، ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $2/5$
(۴) $3/5$

۸) میانۀ داده‌های ۱۱، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۱۷ چقدر از میانۀ داده‌های ۱۷، ۳۳، ۱۹، ۱۸، ۲۰، ۴۴ کمتر است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۱۱ (۴) ۸

۹) در تعدادی داده آماری مرتب شده، میانۀ برابر با میانگین داده‌های پنجم و ششم است. اگر مجموع داده‌ها برابر با ۱۲۰ باشد، میانگین آنها کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۰) اگر میانگین داده‌های $\{x, y, z\}$ مساوی ۱۵ و میانگین داده‌های $\{2x, 2y, 2z, u, v\}$ مساوی ۳۱ باشد، آنگاه میانگین داده‌های $\{u, v\}$ کدام است؟

- (۱) ۳۲/۵ (۲) ۳۱/۵
(۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۱۱) اگر در داده‌های ۱۱، ۱۶، ۱۰، $a - b$ ، $5a - b$ ، $2a + 3b$ ، ۱۳، ۱۷، ۱۹ و ۱۱ مد فقط برابر ۱۷ باشد، در این صورت میانۀ داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۴/۵ (۲) ۱۶/۵
(۳) ۱۷ (۴) ۱۸/۵

۱۲) با افزودن کدام داده‌ها به داده‌های ۹، ۱۷، ۱۳، ۵، ۱۶ میانگین ۸ داده جدید، دو برابر میانگین داده‌های اولیه خواهد شد؟

- (۱) ۱۰۰، ۱۱، ۲۲ (۲) ۴۳، ۵۲، ۳۷ (۳) ۱۶، ۳۱، ۸۳ (۴) ۴۶، ۴۶، ۴۶

۱۳) میانگین داده‌های ۱۲، ۱۰، ۸، ۵، ۷، ۸، ۳، ۱۱ چند برابر انحراف معیار همان داده‌ها است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۴) در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۳۹، ۹، ۶، ۳، ۹، ۱۲، ۱۸، ۱۷، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۳ با حذف مد، انحراف معیار بقیه داده‌ها تقریباً کدام است؟

- (۱) ۲۱، ۳۹ (۲) ۲۰، ۳۹ (۳) ۲۱، ۳۶ (۴) ۲۰، ۳۶

۱۵) انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر است. واریانس داده‌های $\frac{x_1}{9}, \frac{x_2}{9}, \dots, \frac{x_n}{9}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) $\frac{2}{36}$ (۴) $\frac{4}{36}$

۱۶) در داده‌های آماری ۱۸، ۱۷، ۱۲، ۱۳، ۱۹، ۱۴، ۱۳ با حذف مد، انحراف معیار بقیه داده‌ها تقریباً کدام است؟

- (۱) ۲/۲ (۲) ۲/۴ (۳) ۲/۶ (۴) ۲/۸

۱۷) نوع متغیر رتبه‌های شرکت کنندگان، در آزمون سراسری، کدام است؟

- (۱) کمی - نسبتی (۲) کمی - فاصله‌ای (۳) کمی - ترتیبی (۴) کیفی - ترتیبی

۱۸) در یک جامعه آماری نرمال، تقریباً چند درصد داده‌ها بین $\bar{x} - 3\sigma$ و $\bar{x} + \sigma$ قرار دارند؟ (\bar{x} نماد میانگین و σ نماد انحراف معیار است.)

- (۱) ۹۹/۹ (۲) ۹۶ (۳) ۶۸ (۴) ۸۴

۱۹) اختلاف انحراف معیار داده‌های ۴، ۴، ۴، ۴ و انحراف معیار داده‌های ۳، ۳، ۳، ۳ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۰) انحراف معیار ۷ عدد طبیعی اول متوالی کدام است؟

(۱) صفر

(۳) ۴

(۲) ۳

(۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

- میزان بنزین مصرف شده در کل کشور، جزء اطلاعات موجود است و می توان با مراجعه به آن، اطلاعات مورد نیاز را به دست آورد. پس بهترین روش گردآوری در این مورد، دادگان ها است.

- میانگین سن ازدواج در یک استان نیز تنها با استفاده از دادگان ها قابل بررسی است زیرا این اطلاعات از قبل موجود است.

- برای بررسی میزان استفاده ی دانش آموزان یک کلاس از شبکه های اجتماعی، از آنجا که داده هایی از قبل وجود ندارد، پرسش نامه روش مناسبی است. زیرا مشاهده در این مورد امکان پذیر نیست.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

تقریباً ۶۸ درصد داده ها در فاصله یک انحراف معیار از میانگین قرار دارند. یعنی:

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$$

$$\bar{x} = 40 \Rightarrow \bar{x} - \sigma = 35 \xrightarrow{\bar{x}=40} \sigma = 5 \Rightarrow \sigma^2 = 25$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{آماره دانش آموزان نمره } 20 = \frac{3}{5}$$

آماره مربوط به نمونه آماری است:

پارامتر مربوط به کل جامعه است:

$$\text{پارامتر دانش آموزان نمره کمتر از } 20 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

- ۱) از آنجا که از هر کلاس ۲ نفر را از ردیف اول انتخاب می‌کنیم، همه افراد کلاس شانس انتخاب شدن ندارند، پس نمونه تصادفی نیست.
- ۲) فقط از بین کسانی که بیش از صد هزار تومان خرید کرده‌اند، انتخاب می‌کنیم و سایر افراد (خرید کمتر از صد هزار تومان) شانس برای انتخاب شدن ندارند. پس شانس همه افراد در انتخاب شدن یکسان نیست و نمونه تصادفی نیست.
- ۳) در این نمونه‌گیری، همه دانش‌آموزان شانس یکسانی برای انتخاب شدن دارند و نمونه تصادفی است.
- ۴) از آنجا که سنگین‌ترین میوه هر درخت انتخاب می‌شود، میوه‌های دیگر شانس انتخاب شدن ندارند و نمونه تصادفی نیست.

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

- رتبه در کنکور ← کیفی ترتیبی
- جنسیت افراد ← کیفی اسمی
- مزه غذا ← کیفی ترتیبی
- مقدار مقاومت لامپ ← کمی نسبی
- تعداد ماشین‌های نمایشگاه ← کمی نسبی
- اندازه مساحت شکل‌های هندسی ← کمی نسبی

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

عددها را به ترتیب $x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3$ در نظر می‌گیریم، حال می‌توان نوشت:

$$7x = 77 \Rightarrow x = 11 \Rightarrow \text{داده‌ها} = 8 \text{ و } 9 \text{ و } 10 \text{ و } 11 \text{ و } 12 \text{ و } 13 \text{ و } 14$$

↓ عدد پنجم ↓
↓ عدد دوم ↓

$$\text{مجموع اعداد باقی‌مانده} = 8 + 10 + 11 + 13 + 14 = 56$$

$$\Rightarrow 11/2 = \frac{56}{5} = \text{میانگین اعداد}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

۷, ۱۱, ۱۳, ۱۴, ۲۵

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

میانه = ۱۳

چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسط میانه است:

$$\bar{x} = \frac{7+11+13+14+25}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف میانه و میانگین} = 14 - 13 = 1$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۳

داده‌های دسته اول را مرتب می‌کنیم:

چون تعداد داده‌ها فرد است، میانه برابر داده وسط است که همان ۱۵ است.

حال داده‌های دسته دوم را مرتب می‌کنیم:

۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۳۳, ۴۴

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو داده وسط است که در این جا داده‌های سوم و چهارم می‌باشند، داریم:

$$\text{میانه دسته دوم} = \frac{19+20}{2} = 19/5$$

$$\text{میانه دسته اول} - \text{میانه دسته دوم} = 15 - 19/5 = 4/5$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

از آنجا که میانه برابر با میانگین داده‌های پنجم و ششم است، تعداد کل داده‌ها ۱۰ تا است.

 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{120}{10} = 12$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

مطابق فرض سؤال داریم:

$$x + y + z = 3 \times 15 = 45$$

$$2x + 2y + 2z + u + v = 2(x + y + z) + (u + v) = 5 \times 31 \\ \Rightarrow 2 \times 45 + (u + v) = 155 \Rightarrow u + v = 65$$

میانگین داده‌های $\{u, v\}$ برابر است با:

$$\frac{u+v}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

مد منحصر به فرد است پس تعداد داده ۱۷ باید دارای بیشترین تعداد نسبت به داده‌های دیگر باشد، تعداد داده ۱۱ برابر ۲ است. پس تعداد داده ۱۷ باید حداقل ۳ باشد، پس دو داده $2a + 3b$, $5a - b$ باید برابر ۱۷ باشند. حال با این فرض داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$11, 19, 17, 23, 13, 2a + 3b, 5a - b, 10, 16, 11 \\ 10, 11, 11, 13, 16, 17, 17, 17, 19, 23$$

میانگین برابر میانگین دو داده پنجم و ششم است، لذا داریم:

$$\text{میانگین} = \frac{16+17}{2} = \frac{33}{2} = 16.5$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا میانگین داده‌های اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}_1 = \frac{16+5+13+17+9}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

حال با افزودن سه داده، باید میانگین ۸ داده جدید برابر با $12 \times 2 = 24$ شود.

$$\bar{x}_2 = 24 \Rightarrow \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{8} = 24 \Rightarrow \text{مجموع داده‌ها} = 24 \times 8 = 192$$

مجموع ۸ داده باید ۱۹۲ باشد، از آنجا که مجموع ۵ داده اولیه ۶۰ است، باید مجموع ۳ داده جدید $192 - 60 = 132$ باشد.

در بین گزینه‌ها تنها گزینه‌ای که مجموع سه داده آن برابر با ۱۳۲ است، گزینه «۲» است.

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{X} = \frac{11+3+8+7+5+8+10+12}{8} = \frac{64}{8} = 8$$

حال با توجه به رابطه انحراف معیار، داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(11-8)^2 + (3-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2 + (5-8)^2 + (8-8)^2 + (10-8)^2 + (12-8)^2}{8}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{9+25+0+1+9+0+4+16}{8}} = \sqrt{\frac{64}{8}} = \sqrt{8}$$

$$\frac{\bar{X}}{\sigma} = \frac{8}{\sqrt{8}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

این داده‌ها به صورت زیر هستند:

۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱, ۲۴, ۲۷, ۳۰, ۳۳, ۳۶, ۳۹

چون تعداد آن‌ها فرد و برابر ۱۳ است، هفتمین داده میانه است، بنابراین میانه عدد ۲۱ است. چارک اول برابر با میانه داده‌های قبل از ۲۱ و برابر میانگین دو عدد ۹ و ۱۲ است. پس چارک اول $\frac{12+9}{2} = 10.5$ خواهد بود. چارک سوم میانه داده‌های بعد از ۲۱ و برابر با میانگین دو عدد ۳۰ و ۳۳ است؛ یعنی برابر 31.5 خواهد بود.

$$36 = 39 - 3 = \text{کمترین داده} - \text{بیشترین داده} = \text{دامنه}$$

$$21 = 31.5 - 10.5 = \text{چارک اول} - \text{چارک سوم} = \text{دامنه میان چارکی}$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون انحراف معیار داده‌ها برابر صفر است بنابراین داده‌ها برابرند:

$$\sigma = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \dots = x_n = 36$$

$$\text{داده‌های جدید: } 4, \quad \frac{x_1}{9} = \frac{36}{9} = 4, \quad \frac{x_2}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

چون داده‌های جدید برابرند، واریانس آن‌ها صفر است.

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

در داده‌های مذکور فراوانی داده ۱۳ از بقیه بیشتر است، پس مد برابر ۱۳ است که با حذف آن، داده‌ها عبارت‌اند از:

۱۴, ۱۹, ۱۲, ۱۷, ۱۸

$$\bar{x} = \frac{14+19+12+17+18}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{(14 - 16)^2 + (19 - 16)^2 + (12 - 16)^2 + (17 - 16)^2 + (18 - 16)^2}{5} \\ &= \frac{4 + 9 + 16 + 1 + 4}{5} = \frac{34}{5}\end{aligned}$$

$$\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8 \Rightarrow \sigma = \sqrt{6.8} \cong 2.6$$

تذکر: اگر جذر گرفتن مشکل است، گزینه‌ها را به توان ۲ برسانید و ببینید حاصل کدام گزینه تقریباً ۶/۸ می‌شود.

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

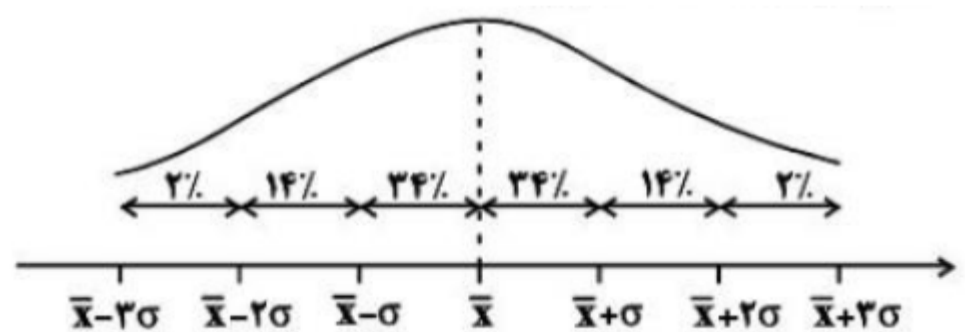
گزینه «۴»

رتبه‌های شرکت کنندگان در آزمون سراسری کیفی ترتیبی است.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به منحنی نرمال داده‌ها داریم:



$$\Rightarrow \text{مجموع درصدها} = 34 + 34 + 14 + 2 = 84\%$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

اگر داده‌ها با هم مساوی باشند واریانس و انحراف معیار آن‌ها صفر است. پس انحراف معیار داده‌های هر دو دسته برابر صفر است و اختلافشان نیز صفر است.

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

عدد فرد وسط را m در نظر می‌گیریم و اعداد دیگر به ترتیب زیر می‌باشند:

$$m - 6, m - 4, m - 2, m, m + 2, m + 4, m + 6$$

ابتدا میانگین را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{m-6+m-4+m-2+m+m+2+m+4+m+6}{7} = \frac{7m}{7} = m$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(m-6-m)^2 + (m-4-m)^2 + (m-2-m)^2 + (m-m)^2 + (m+2-m)^2 + (m+4-m)^2 + (m+6-m)^2}{7}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{(-6)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + (2)^2 + (4)^2 + (6)^2}{7}} = \sqrt{\frac{112}{7}} = \sqrt{16} = 4$$



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

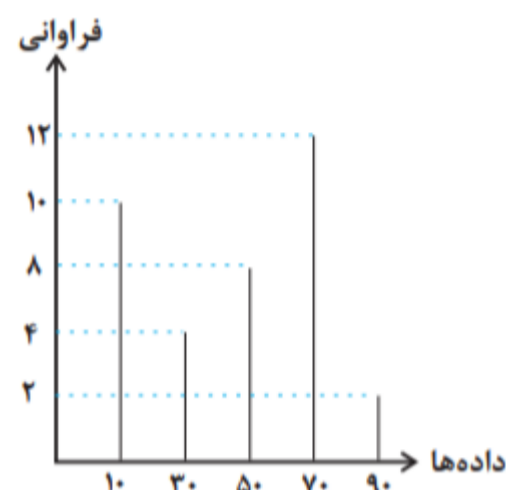
مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۴ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) در نمودار میله‌ای زیر، تقریباً چند درصد از داده‌ها کمتر از ۴۰ هستند؟



۱) $38/9$

۲) $40/2$

۳) $35/2$

۴) $42/2$

۲) در نمودار دایره‌ای مربوط به جدول زیر، زاویه مرکزی مربوط به گروه خونی A چقدر از زاویه مرکزی مربوط به گروه خونی B بیشتر است؟

گروه خونی	A	B	O	AB
فراوانی	۱۰	۴	۳	۳

۱) 102°

۲) 108°

۱) 90°

۳) 88°

۳) با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر، کدام گزینه الزاماً درست است؟



۱) ۵۰ درصد داده‌ها بیش‌تر از داده ۲۴ هستند.

۲) ۷۵ درصد داده‌ها کم‌تر از داده ۲۷ هستند.

۳) کم‌ترین داده برابر ۱۱ است.

۴) ۲۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۵ است.

۴) در داده‌های آماری ۲۰, ۱۶, ۱۴, ۷, ۲۰, ۵, ۱۲, ۶, ۷, ۱۰ نسبت فاصله میانه از چارک اول به فاصله آن از چارک سوم کدام است؟

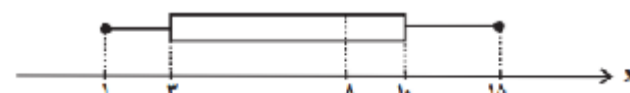
۱) $1/4$

۲) $1/25$

۳) ۱

۴) $0/8$

۵) با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، مطلب ذکر شده در کدام گزینه نادرست است؟



۱) دامنه میان چارکی برابر ۷ است.

۲) مجموع چارک‌های اول، دوم و سوم برابر ۲۱ است.

۳) در داخل جعبه، پراکندگی در سمت چپ میانه، کمتر از سمت راست آن است.

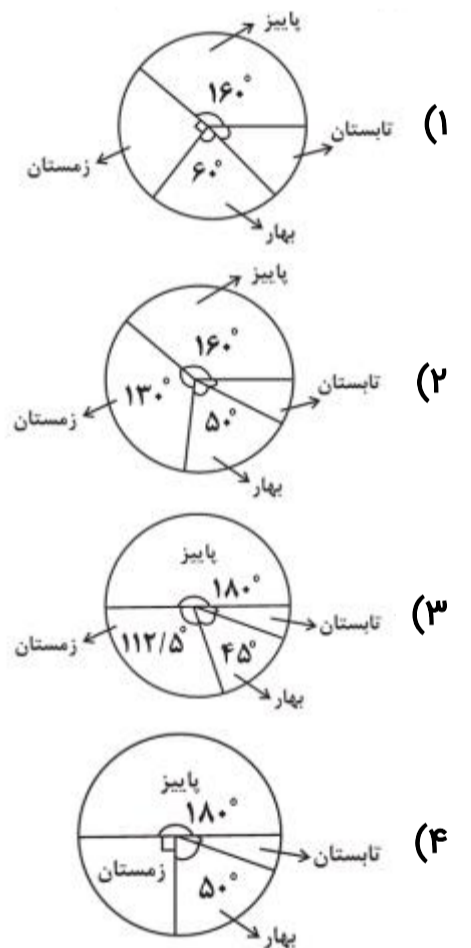
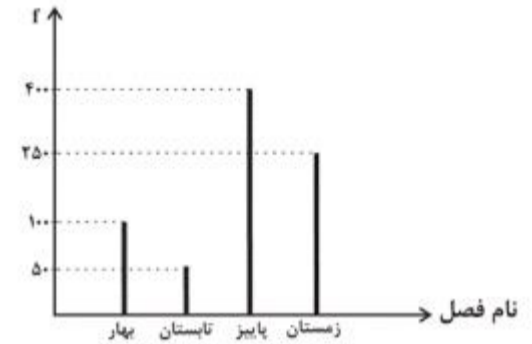
۴) به کمک نمودار جعبه‌ای مذکور، نمی‌توانیم مد را به دست آوریم.

۶) کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) زمانی که تعداد داده‌ها زیاد است از تفاوت معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی به وجود داده دور افتاده پی می‌بریم.
 ۲) اگر داده دور افتاده داشته باشیم بهتر است از میانگین استفاده کنیم.
 ۳) نمودار جعبه‌ای فقط یک مجموعه داده را نشان می‌دهد پس این نمودار برای مقایسه مناسب نیست.
 ۴) نمودار جعبه‌ای دامنه میان چارکی و مد را نشان می‌دهد.

۷) کدام نمودار دایره‌ای، برای نمودار میله‌ای مقابل مناسب است؟

(محور عرض‌ها بیان‌گر تعداد مشتریان یک فروشگاه است.)



۸) در نمودار دایره‌ای مربوط به سهم وزنی ترکیبات یک بسته غذایی، زاویه‌ای که پروتئین را نشان می‌دهد 72° درجه است. اگر جرم این بسته غذایی 160 گرم باشد، چند گرم آن پروتئین است؟

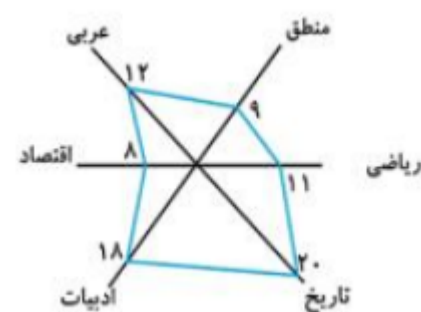
۸۰ (۴)

۶۴ (۳)

۴۸ (۲)

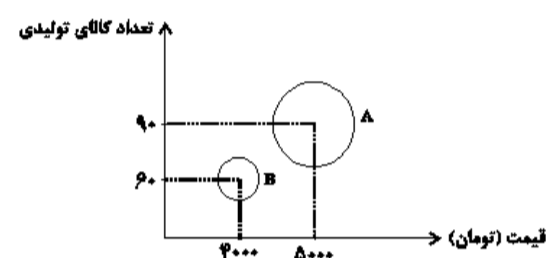
۳۲ (۱)

۹) اگر نمرات دروس مختلف یک دانش‌آموز مطابق نمودار راداری داده شده باشد، میانگین نمرات او کدام است؟



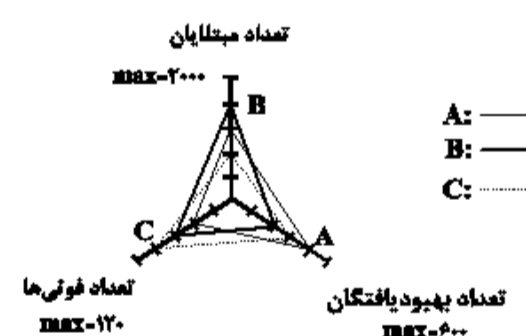
- (۱) ۱۱
(۲) ۱۲
(۳) ۱۳
(۴) ۱۴

۱۰) اگر نمودار حبابی زیر بیانگر قیمت فروش کالاها، تعداد کالاهای تولیدی و هزینه‌های روزانه دو کارگاه A و B با سود مساوی باشد و قطر دایره A دو برابر قطر دایره B باشد. هزینه‌های روزانه کارگاه A کدام است؟



- (۱) ۲۱۰۰۰۰ تومان
(۲) ۲۸۰۰۰۰ تومان
(۳) ۴۲۰۰۰۰ تومان
(۴) ۷۰۰۰۰ تومان

۱۱) طبق نمودار راداری زیر اگر تعداد مبتلایان، بهبود یافتگان و فوتی‌های حاصل از بیماری کرونا در سه استان A، B و C به صورت زیر باشد، درصد مرگ و میر در اثر ابتلا به کرونا در کدام استان بیش‌تر است؟

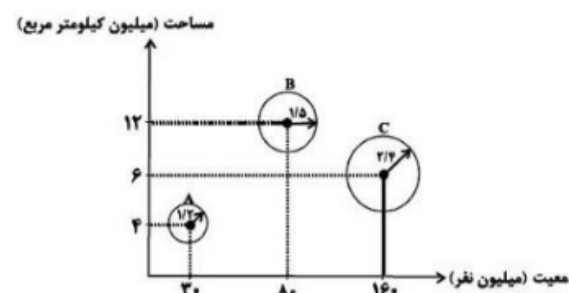


- (۱) A
(۲) B
(۳) C
(۴) در هر سه استان یکسان است.

۱۲) اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری ۳۶ درجه باشد، چند متغیر در نمودار وجود دارد؟

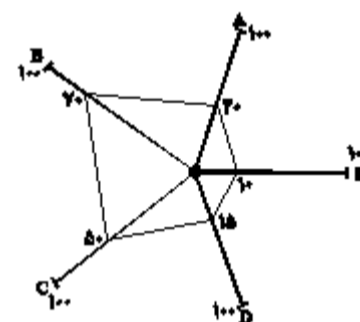
- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

۱۳) در نمودار حبابی زیر، محور افقی نشان دهنده جمعیت کشورها، محور عمودی مساحت کشورها و متغیر سوم درآمد کشورها می باشد، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) نسبت درآمد به جمعیت در کشور B بیش تر از دو کشور دیگر است.
 (۲) درآمد کشور C دو برابر درآمد کشور A است.
 (۳) نسبت مساحت به جمعیت در کشور A بیش تر از دیگر کشورها است.
 (۴) درآمد کشور C تقریباً ۲/۶ برابر درآمد کشور B است.

۱۴) طبق نمودار راداری زیر که در یک روز خاص می باشد و بیشینه بهبود یافته گان بیماری کرونا در طول یک هفته در استان های A، B، C، D و E به ترتیب ۳۰۰، ۵۰، ۱۲۰، ۲۰۰ و ۴۰۰ نفر است. به ترتیب از راست به چپ کدام استان ها کمترین و بیشترین تعداد بهبود یافته گان را دارند؟



- (۱) E - B
 (۲) A - D
 (۳) B - E
 (۴) A - C

۱۵) جدول زیر مربوط به سه متغیر X_1 ، X_2 و X_3 است. اگر متغیر سوم در نمودار حبابی X_3 باشد، کدام گزینه نسبت شعاع دایره ها را برای مشاهده ها به درستی نشان می دهد؟

نام	X_1	X_2	X_3
A	۱۷۸	۷۴	۹
B	۱۶۹	۸۳	۱۶
C	۱۴۵	۶۹	۴

$$r_C = 4r_B = \frac{4}{9}r_A \quad (۱)$$

$$r_B = 4r_C = \frac{16}{9}r_A \quad (۲)$$

$$r_B = 2r_C = \frac{4}{3}r_A \quad (۳)$$

$$r_C = 2r_B = \frac{2}{3}r_A \quad (۴)$$

۱۶) اگر نمودار حبابی را بر اساس سه تایی مرتب (V_1, V_2, V_3) رسم کنیم، کدام یک از کمیت های زیر برای عضو سوم مناسب به نظر نمی آید؟

(V_1, V_2, V_3 به ترتیب نشانگر موقعیت افقی، عمودی و اندازه نقطه هستند.)

- (۱) وزن دانش آموزان
 (۲) سن کودکان مهدکودک
 (۳) قطر ستون های ساختمان بر حسب سانتی متر
 (۴) درجه حرارت شهر بر حسب درجه سلسیوس

۱۷) اگر نمودار حبابی را برای داده‌های جدول زیر بخواهیم رسم کنیم، شعاع مربوط به مشاهده A چند برابر شعاع مشاهده B است؟ (متغیر X_3 را متغیر سوم در نظر بگیرید.)

مشاهده متغیر	A	B	C
X_1	۸	۶	۱/۵
X_2	۴	۹	۲
X_3	۰/۷۵	۱۲	۴

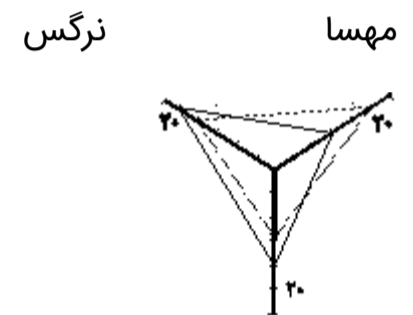
۱۶ (۴)

 $\frac{1}{16}$ (۳)

۴ (۲)

 $\frac{1}{4}$ (۱)

۱۸) نمودار راداری زیر، نمرات ۳ درس مهسا و نرگس را نشان می‌دهد. واریانس نمرات این دو دانش‌آموز چقدر اختلاف دارد؟



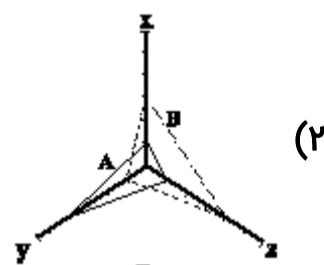
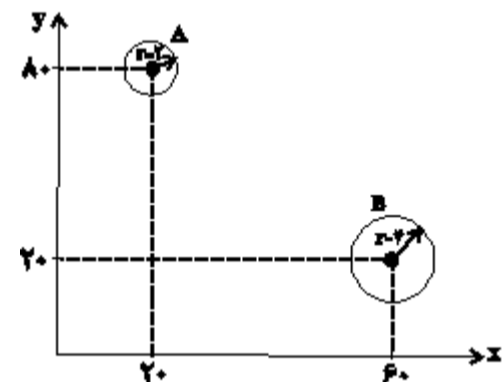
۱ (۲)

۶ (۴)

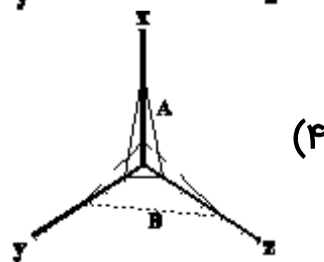
صفر (۱)

۳ (۳)

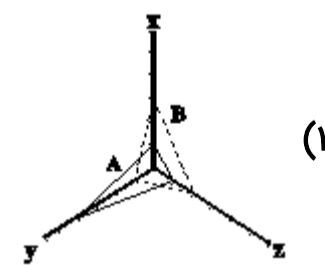
۱۹) نمودار راداری مرتبط با نمودار حبابی زیر کدام است؟ (متغیر سوم را Z در نظر بگیرید و ماکزیمم مقادیر هر یک از متغیرها به ترتیب $Z_{\max} = 20\pi$ و $Y_{\max} = 100$ و $X_{\max} = 100$)



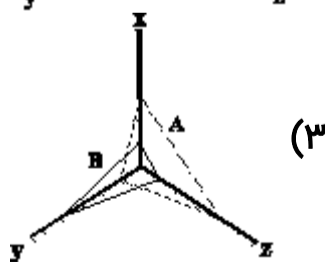
(۲)



(۴)

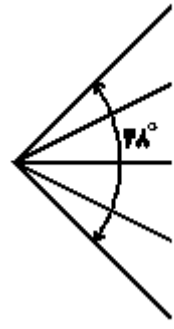


(۱)



(۳)

۲۰) شکل زیر، قسمتی از یک نمودار راداری را نشان می‌دهد. این نمودار، مقادیر چند متغیر را به صورت همزمان نشان می‌دهد؟



- ۲۰ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۳۸ (۴)



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار دهم انسانی فصل ۴ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با توجه به نمودار داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد کل داده‌ها} &= ۲ + ۴ + ۸ + ۱۰ + ۱۲ = ۳۶ \\ \text{تعداد داده‌های کمتر از } ۴۰ &= ۱۰ + ۴ = ۱۴ \end{aligned} \right\}$$

$$\% \text{ درصد داده‌های کمتر از } ۴۰ = \frac{۱۴}{۳۶} \times ۱۰۰ = \frac{۷}{۱۸} \times ۱۰۰ = ۳۸/۹ \%$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۴

تعداد کل داده‌ها برابر است با:

$$N = ۱۰ + ۴ + ۳ + ۳ = ۲۰$$

حال زاویه مرکزی مربوط به گروه خونی A و B به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\text{زاویه مربوط به گروه خونی A} = \frac{f_A}{N} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۱۰}{۲۰} \times ۳۶۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

$$\text{زاویه مربوط به گروه خونی B} = \frac{f_B}{N} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۴}{۲۰} \times ۳۶۰^\circ = ۷۲^\circ$$

$$= ۱۰۸^\circ \text{ اختلاف خواسته شده}$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

کمترین داده برابر با ۱۱ است. سایر گزینه‌ها الزاماً صحیح نیستند.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۵, ۶, ۷, ۷, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۲۰, ۲۰

با توجه به زوج بودن تعداد داده‌ها، میانه برابر میانگین دو داده وسط است:

$$\text{میانه} = \frac{۱۰+۱۲}{۲} = ۱۱$$

چارک اول میانه اعداد قبل از ۱۱ است، بنابراین برابر ۷ خواهد بود. چارک سوم میانه اعداد بعد از ۱۱ است، پس ۱۶ خواهد بود.

$$\left| \frac{\text{چارک اول-میانه}}{\text{چارک سوم-میانه}} \right| = \frac{۱۱-۷}{۱۶-۱۱} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$IQR = Q_3 - Q_1 = ۱۰ - ۳ = ۷$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = ۳ + ۸ + ۱۰ = ۲۱$$

در داخل جعبه، میانه به سمت راست جعبه نزدیک‌تر است، پس پراکندگی داده‌ها در سمت چپ میانه، بیشتر از سمت راست است. ضمناً به کمک نمودار جعبه‌ای نمی‌توان مد را به دست آورد.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

به بررسی گزینه‌های نادرست می‌پردازیم:

گزینه «۲»: اگر داده دور افتاده داشته باشیم بهتر است از میانه (و در نتیجه دامنه میان چارکی) به جای میانگین استفاده کنیم.

گزینه «۳»: در یک نمودار جعبه‌ای می‌توان بیش از یک مجموعه داده را نشان داد، پس این نمودار برای مقایسه مناسب است.

گزینه «۴»: نمودار جعبه‌ای برای نمایش دامنه‌ها و چارک‌های داده‌هاست که مکان قرارگیری چارک‌ها و دامنه میان چارکی را نشان می‌دهد و میانه داده‌ها را نشان می‌دهد، ولی مد را نشان نمی‌دهد.

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

تعداد کل مشتریان در یک سال برابر است با:

$$N = 100 + 50 + 400 + 250 = 800$$

حال برای رسم نمودار دایره‌ای، تعداد مشتری‌های هر فصل را به تعداد کل داده‌ها تقسیم می‌کنیم و در 360° ضرب می‌کنیم تا زاویه مربوط به آن بدست آید:

$$\alpha_1 = \frac{f_1}{n} \times 360^\circ = \frac{100}{800} \times 360^\circ = 45^\circ \text{ بهار}$$

$$\alpha_2 = \frac{f_2}{n} \times 360^\circ = \frac{50}{800} \times 360^\circ = 22.5^\circ \text{ تابستان}$$

$$\alpha_3 = \frac{f_3}{n} \times 360^\circ = \frac{400}{800} \times 360^\circ = 180^\circ \text{ پاییز}$$

$$\alpha_4 = \frac{f_4}{n} \times 360^\circ = \frac{250}{800} \times 360^\circ = 112.5^\circ \text{ زمستان}$$

که نمودار مربوط به گزینه‌ی «۳» صحیح می‌باشد.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

طبق رابطه زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای داریم:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ \xrightarrow[\begin{matrix} \alpha_i = 72^\circ \\ n = 160 \end{matrix}]{}$$

$$72^\circ = \frac{f_{\text{پروتئین}}}{160} \times 360^\circ \Rightarrow f_{\text{پروتئین}} = 32 \text{ گرم}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

نمرات این دانش‌آموز مطابق جدول زیر است:

تاریخ	ادبیات	اقتصاد	عربی	منطق	ریاضی	دروس
۲۰	۱۸	۸	۱۲	۹	۱۱	نمرات

$$\text{میانگین} = \frac{11+9+12+8+18+20}{6} = \frac{78}{6} = 13$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

تومان درآمد کارگاه A = $90 \times 5000 = 450000$ تومان درآمد کارگاه B = $60 \times 4000 = 240000$

در نمودار حبابی شعاع دایره‌ها متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم است. از آنجا که قطر دایره A دو برابر قطر دایره B است، شعاع دایره A نیز دو برابر شعاع دایره B است یعنی متغیر سوم (هزینه) کارگاه A، ۴ برابر هزینه کارگاه B است.

هزینه کارگاه B را x و هزینه کارگاه A را $4x$ در نظر می‌گیریم.

$$A \text{ سود کارگاه} = B \text{ سود کارگاه} \Rightarrow 450000 - 4x = 240000 - x$$

$$\Rightarrow 3x = 210000 \Rightarrow x = 70000 \text{ تومان}$$

$$\Rightarrow \text{تومان هزینه کارگاه A} = 4x = 280000$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار تعداد مبتلایان، بهبودیافتگان و فوتی‌ها را در هر استان می‌یابیم:

نام استان	تعداد مبتلایان	تعداد بهبودیافتگان	تعداد فوتی‌ها	درصد مرگ و میر
A	$\frac{6}{10} \times 2000 = 1200$	$\frac{8}{10} \times 600 = 480$	$\frac{4}{10} \times 1200 = 480$	$\frac{48}{1200} \times 100 = 4$
B	$\frac{8}{10} \times 2000 = 1600$	$\frac{4}{10} \times 600 = 240$	$\frac{6}{10} \times 1200 = 720$	$\frac{72}{1600} \times 100 = 4.5$
C	$\frac{4}{10} \times 2000 = 800$	$\frac{6}{10} \times 600 = 360$	$\frac{8}{10} \times 1200 = 960$	$\frac{96}{800} \times 100 = 12$

با توجه به جدول بالا درصد مرگ و میر در استان C از همه بیشتر است.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

α زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری از رابطه $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ بدست می‌آید که n تعداد متغیرها است، داریم:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \xrightarrow{\alpha=36^\circ} 36^\circ = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow n = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

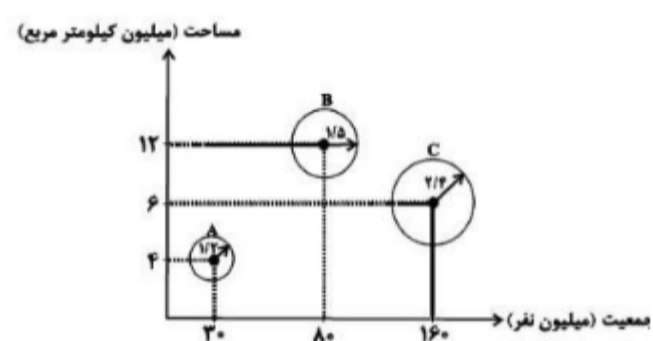
با توجه به نمودار به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: درآمد کشورها متناسب با مساحت دایره‌هاست با تقسیم مساحت هر دایره به جمعیت آن کشور نسبت درآمد به جمعیت را بین هر ۳ کشور مقایسه می‌کنیم:

$$A: \frac{\pi \times (1/2)^2}{30} = 0.048\pi$$

$$B: \frac{\pi \times (1/5)^2}{80} \approx 0.028\pi$$

$$C: \frac{\pi \times (2/4)^2}{160} = 0.036\pi$$



نسبت درآمد به جمعیت در کشور A بیش‌تر از دو کشور دیگر است.

گزینه «۲»:

$$\frac{C}{A} = \frac{\text{درآمد کشور C}}{\text{درآمد کشور A}} = \frac{\text{مساحت دایره C}}{\text{مساحت دایره A}} = \frac{\pi \times (2/4)^2}{\pi \times (1/2)^2} = 4$$

گزینه «۳»: نسبت مساحت به جمعیت در کشور B بزرگ‌تر از دو کشور دیگر است:

$$A: \frac{4}{30} \approx 0.13$$

$$B: \frac{12}{80} = 0.15$$

$$C: \frac{6}{160} = 0.0375$$

گزینه «۴»:

$$\frac{\text{درآمد کشور C}}{\text{درآمد کشور B}} = \frac{\text{مساحت دایره C}}{\text{مساحت دایره B}} = \frac{\pi \times (2/4)^2}{\pi \times (1/5)^2} = \left(\frac{8}{5}\right)^2 = (1.6)^2 = 2.56 \approx 2/6$$

پس گزینه «۴» صحیح است.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

بهبود یافتگان را در تکتک استان‌ها در روز مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$A : \frac{۴۰}{۱۰۰} \times ۳۰۰ = ۱۲۰$$

$$B : \frac{۷۰}{۱۰۰} \times ۵۰ = ۳۵$$

$$C : \frac{۵۰}{۱۰۰} \times ۱۲۰ = ۶۰$$

$$D : \frac{۱۵}{۱۰۰} \times ۲۰۰ = ۳۰$$

$$E : \frac{۱۰}{۱۰۰} \times ۴۰۰ = ۴۰$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

در نمودار حبابی متغیر سوم با مساحت دایره‌ها متناسب است، در نتیجه نسبت شعاع‌ها در نمودار حبابی با جذر نسبت مقادیر متغیر سوم متناسب است. لذا داریم:

$$\frac{X_{3A}}{X_{3B}} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt{\frac{۹}{۱۶}} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow r_B = \frac{۴}{۳}r_A$$

$$\frac{X_{3B}}{X_{3C}} = \frac{۱۶}{۴} = ۴ \Rightarrow \frac{r_B}{r_C} = \sqrt{۴} = ۲ \Rightarrow r_B = ۲r_C$$

$$\Rightarrow r_B = ۲r_C = \frac{۴}{۳}r_A$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

کمیت سوم در سه تایی مرتب مربوط به نمودار حبابی به صورت مساحت دایره نمایش داده می‌شود، بنابراین مقادیر آن نباید صفر یا منفی شود. پس درجه حرارت بر حسب سلسیوس مناسب نیست.

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

در نمودار حبابی مقدار متغیر سوم متناسب با مساحت دایره‌هاست، لذا داریم:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{X_{3A}}{X_{3B}} \Rightarrow \frac{\pi r_A^2}{\pi r_B^2} = \frac{X_{3A}}{X_{3B}} \quad \begin{matrix} X_{3A}=۰/۷۵ \\ X_{3B}=۱۲ \end{matrix}$$

$$\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \frac{۰/۷۵}{۱۲} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{۱}{۴}$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

طبق نمودار راداری داده شده، نمرات مهسا و نرگس به صورت زیر است:

$$۱۲، ۱۶، ۲۰ = \text{مهسا}$$

$$۱۲، ۱۶، ۲۰ = \text{نرگس}$$

چون نمرات آن‌ها در ۳ درس طوری است که دو دسته داده یکسان داریم لذا واریانس آنها با یکدیگر یکسان است و اختلاف واریانس‌ها صفر است.

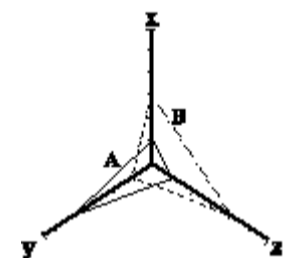
سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

نمودار حبابی شامل ۳ متغیر است با توجه به جدول زیر برای هر یک از متغیرها و با توجه به بیشینه آن‌ها داریم، (دقت کنید که متغیر سوم در نمودار حبابی متناسب با مساحت دایره‌هاست).

متغیرها	مشاهده ی A	مشاهده ی B	متغیر A بیشینه	متغیر B بیشینه
x	۲۰	۶۰	$\frac{۲۰}{۱۰۰} = ۰/۲$	$\frac{۶۰}{۱۰۰} = ۰/۶$
y	۸۰	۲۰	$\frac{۸۰}{۱۰۰} = ۰/۸$	$\frac{۲۰}{۱۰۰} = ۰/۲$
z	$\pi \times (۲)^۲ = ۴\pi$	$\pi \times (۴)^۲ = ۱۶\pi$	$\frac{۴\pi}{۲۰\pi} = ۰/۲$	$\frac{۱۶\pi}{۲۰\pi} = ۰/۸$

زاویه بین شعاع‌ها $۱۲۰^\circ = \frac{۳۶۰^\circ}{۳}$



سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

زاویه ۴۸° که در شکل داده شده، شامل ۴ تا زاویه بین دو شعاع متوالی است. پس زاویه بین هر دو شعاع متوالی برابر با $(\frac{۴۸^\circ}{۴} = ۱۲^\circ)$ می‌باشد. حال تعداد متغیرها را به دست می‌آوریم:

$$۱۲^\circ = \frac{۳۶۰^\circ}{x} \Rightarrow \text{تعداد متغیرها} = \frac{۳۶۰^\circ}{۱۲^\circ} = ۳۰$$

$$\Rightarrow ۱۲x = ۳۶۰ \Rightarrow x = \frac{۳۶۰}{۱۲} = ۳۰$$