



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۱ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

۱) اگر بخواهیم برای تعطیلات به یکی از شهرهای یزد، کرمان، اهواز، مشهد یا ساری برویم و از یکی از وسایل نقلیه قطار، سواری یا اتوبوس استفاده کنیم و در راه برگشت از وسیله نقلیه دیگری (به غیر از وسیله نقلیه رفت) استفاده کنیم؛ به چند طریق می‌توانیم شهر و وسیله نقلیه رفت و برگشت را انتخاب کنیم؟

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴)

۲) از بین ۵ شهر شمالی حاشیه دریای خزر، ۲ شهر کویری و ۳ شهر کوهستانی غرب ایران می‌خواهیم یک شهر را برای مسافرت انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توان مقصد سفر را مشخص کرد؟

۳ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۳۰ (۴)

۳) بر روی دایره‌ای ۹ نقطه متمایز وجود دارد. چند چهارضلعی می‌توان ساخت که این نقاط رئوس آن‌ها باشند؟

۱۲۶ (۱) ۸۴ (۲) ۳۶ (۳) ۹۴ (۴)

۴) مجموعه‌ای دارای ۲۸ زیرمجموعه دو عضوی است. این مجموعه چند زیرمجموعه چهارعضوی دارد؟

۵۸ (۱) ۶۵ (۲) ۷۰ (۳) ۸۲ (۴)

۵) از بین ۶ دانش‌آموز پایه دهم، ۷ دانش‌آموز پایه یازدهم و ۸ دانش‌آموز پایه دوازدهم، می‌خواهیم ۳ نفر را به تصادف برای انجام یک کار فرهنگی انتخاب کنیم. پیشامد آن‌که سه نفر از سه پایه مختلف باشند، چند عضو دارد؟

۲۲۴ (۱) ۳۳۶ (۲) ۵۷ (۳) ۱۹ (۴)

۶) یک دانش‌آموز رشته انسانی به چند حالت می‌تواند به سؤالات کنکور سراسری پاسخ دهد؟ (در کنکور سراسری رشته انسانی ۲۸۰ سؤال وجود دارد و پاسخ به هر سؤال الزامی نیست.)

۲۸۰^۴ (۱) ۴^{۲۸۰} (۲) ۵^{۲۸۰} (۳) ۲۸۰^۵ (۴)

۷) با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه چهار حرفی با حروف متمایز می‌توان نوشت به طوری که حرف اول آن «آ» باشد؟

۶۰ (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۰ (۴)

۸) به چند طریق می‌توان مدادهای یک جعبه مدادرنگی ۶ رنگی (شامل رنگ‌های سیاه و سفید) را در یک ردیف کنار هم قرار داد به طوری که مداد اول و آخر جعبه فقط مداد سیاه یا مداد سفید باشد؟

۲۴ (۱) ۴۸ (۲) ۶! (۳) ۴! × ۴! (۴)

۹) حاصل ضرب ریشه‌های معادله $(x^2 - 5)! = 24$ کدام است؟

۹ (۱) ۱۶ (۲) -۹ (۳) -۱۶ (۴)

۱۰) چند مورد از تساوی‌های زیر، درست نیستند؟

الف) $4! \times 3! = 12!$ ب) $5! - 6! = 1!$ پ) $\frac{8!}{5! \times 2!} = 168$ ت) $(3!)! = (3!)^2$

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱) در یک مسابقه دو، ۶ نفر شرکت کرده‌اند، به چند طریق امکان دارد نفرات اول تا ششم مشخص شوند؟

- (۱) ۱۰۲۴ (۲) ۵۶۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۷۲۰

۱۲) با ارقام ۱، ۲، ۴، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت که از سمت چپ با رقم زوج شروع و از سمت راست به رقم فرد ختم شود؟ (بدون تکرار ارقام)

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۴۴ (۳) ۶۸ (۴) ۱۰۸

۱۳) اگر فضای نمونه به صورت $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشد و یک عدد به تصادف انتخاب کنیم، پیشامد آن که عدد انتخابی مضرب ۲ باشد، ولی مضرب ۳ نباشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۴۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۶

۱۴) اعداد یک رقمی ۱، ۲، ۳، ...، ۹ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. اگر یک کارت از بین آن‌ها بیرون آوریم، احتمال اینکه عدد آن، بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۱۵) از بین ۳ دانش‌آموز سال دهم و ۴ دانش‌آموز سال یازدهم، می‌خواهیم یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم، احتمال آنکه دو نفر از دهم و یک نفر از یازدهم انتخاب شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{19}$ (۲) $\frac{23}{35}$ (۳) $\frac{11}{19}$ (۴) $\frac{12}{35}$

۱۶) احتمال وقوع پیشامد A برابر $\frac{3}{5}$ و احتمال وقوع پیشامدهای A یا B برابر $\frac{7}{5}$ است. اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، احتمال اینکه B رخ ندهد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{6}$ (۲) $\frac{1}{1}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{9}{9}$

۱۷) کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، پیشامد $A - B$ زمانی رخ می‌دهد که A رخ دهد، ولی B رخ ندهد.
 (۲) اگر A' متمم پیشامد A باشد، آنگاه A' زمانی رخ می‌دهد که A رخ ندهد.
 (۳) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S و $A \cap B = \emptyset$ باشد، در این صورت A و B را دو پیشامد سازگار می‌گویند.
 (۴) فضای نمونه پرتاب دو سکه و یک تاس ۲۴ عضو دارد.

۱۸) فضای نمونه پرتاب ۳ سکه و یک تاس سالم چند عضو دارد؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۱۲ (۴) ۴

۱۹) دو تاس را با هم پرتاب کرده‌ایم و می‌دانیم شماره‌های رو شده با هم برابرند. چقدر احتمال دارد مجموع دو شماره رو شده مضرب ۳ باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۲۰) یک سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع دو تاس مضرب ۵ و سکه «رو» ظاهر می‌شود؟

- (۱) $\frac{7}{72}$ (۲) $\frac{13}{72}$ (۳) $\frac{11}{72}$ (۴) $\frac{19}{72}$

۲۱) خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است، احتمال آن که حداقل دو فرزند خانواده دختر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{32}$ (۲) $\frac{5}{32}$ (۳) $\frac{11}{16}$ (۴) $\frac{13}{16}$

۲۲) می‌خواهیم با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ یک عدد سه رقمی بسازیم. با چه احتمالی این عدد سه رقمی دارای ارقام تکراری است؟

- (۱) ۰/۴۴ (۲) ۰/۴۸ (۳) ۰/۵۲ (۴) ۰/۵۶

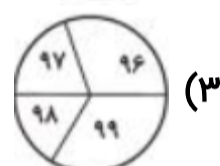
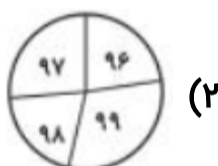
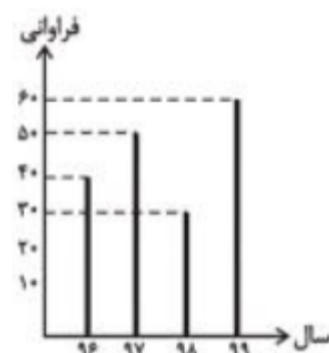
۲۳) دو پیشامد A و B ناسازگار هستند و $P(A) = \frac{2}{5}P(B)$ است. اگر $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ باشد، $P(A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{3}{7}$

۲۴) یک کیسه حاوی ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. در صورتی که به طور تصادفی ۳ مهره از این کیسه خارج کنیم، احتمال آن که هر سه مهره هم‌رنگ نباشند کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

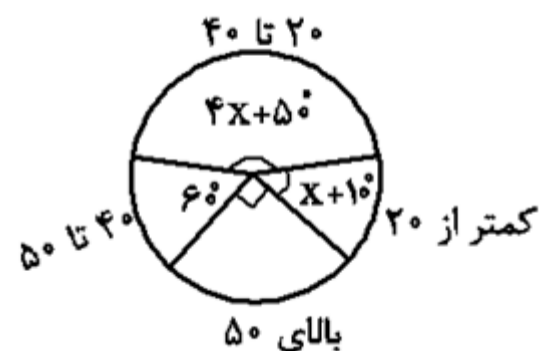
۲۵) نمودار میله‌ای زیر، تعداد اعضای کتابخانه مدرسه را در چهار سال متوالی نشان می‌دهد. نمودار دایره‌ای آن به طور تقریبی کدام است؟



۲۶) در داده‌های ۱، ۷، ۳۱، ۵، ۴، ۲۶، ۱۸، ۱۷، ۱۷، ۴۱، ۱۷، ۳۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹ دامنه میان چارکی (IQR) و مد به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- (۱) ۱۷ - ۲۲ (۲) ۱۷/۵ - ۲۲ (۳) ۱۸ - ۱۴ (۴) ۱۷/۵ - ۱۴

۲۷) فراوانی بازدیدکنندگان از یک سالن نمایش در گروه‌های سنی مختلف، مطابق نمودار دایره‌ای زیر است. تقریباً چند درصد افراد بازدیدکننده کمتر از ۲۰ سال سن دارند؟ (محدوده سنی افراد در بالای هر قسمت نمودار نوشته شده است).



(۱) ۱۱/۱

(۲) ۸/۳

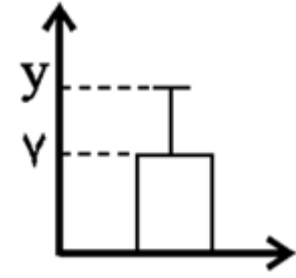
(۳) ۱۵/۲

(۴) ۱۴/۱

۲۸) برای بررسی تعداد بیماران کرونایی شهرهای یک استان، به اداره بهداشت این شهرها مراجعه می‌کنیم. این کار، کدام گام چرخه آمار در حل مسائل به‌شمار می‌رود؟

- اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

۲۹) اگر نمودار زیر مربوط به داده‌های ۳، ۱، ۹، ۷، ۵، ۱۳ باشد، مقدار y کدام است؟



- ۴ (۱)
۷ (۲)
۱۱ (۳)
۲۳ (۴)

۳۰) کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱) اگر در بین داده‌های آماری، داده دورافتاده داشته باشیم، از میانه استفاده می‌کنیم.
۲) در گام چهارم از نمودارهای آماری استفاده می‌شود.
۳) در گام دوم تا حد ممکن اطلاعات توصیفی را به اطلاعات کمی تبدیل می‌کنیم.
۴) روش نمونه‌گیری و شیوه تحلیل داده‌ها در گام سوم بررسی می‌شود.



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۱ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

۵ شهر برای مسافرت و ۳ وسیله نقلیه برای رفت و ۲ وسیله نقلیه برای برگشت وجود دارد. طبق اصل ضرب داریم:
 $۵ \times ۳ \times ۲ = ۳۰$

۳۰ حالت ممکن برای انتخاب شهر و وسیله نقلیه رفت و برگشت وجود دارد.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

طبق اصل جمع تعداد روش‌های ممکن برای انتخاب یک شهر برای مسافرت برابر است با: $۵ + ۲ + ۳ = ۱۰$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با هر ۴ نقطه روی محیط یک دایره می‌توان یک چهار ضلعی رسم کرد، پس تعداد چهار ضلعی‌های حاصل برابر است با:

$$\binom{۹}{۴} = \frac{۹!}{۵! \times ۴!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۵! \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۱۲۶$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی یک مجموعه n عضوی برابر با $\binom{n}{2}$ است.

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 28$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2 \times 1} = 28$$

$$n(n-1) = 56 \Rightarrow n(n-1) = 8 \times 7 \Rightarrow n = 8$$

$$\Rightarrow \binom{8}{4} = \frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 70$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

باید از هر پایه یک نفر انتخاب کنیم، بنابراین:

$$n(A) = \binom{6}{1} \times \binom{7}{1} \times \binom{8}{1} = 6 \times 7 \times 8 = 336$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

دانش‌آموز می‌تواند در هر سؤال کنکور به یکی از چهار گزینه جواب بدهد و یا اصلاً به آن سؤال جواب ندهد، پس برای هر سؤال ۵ حالت وجود دارد، لذا خواهیم داشت:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 5^{280}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

حرف اول «آ» است و حرف بعدی را از بین ۵ حرف باقی‌مانده و به همین ترتیب چون تکرار مجاز نیست، حروف بعدی را با کم کردن یک حرف انتخاب می‌کنیم:

$$\frac{3}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{1}{1} = 60$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

مداد اول و آخر به ۲ حالت چیده می‌شوند و ۴ مداد میانی ۴! حالت جایگشت دارند، پس تعداد کل حالت‌های چیدمان برابر است با:

$$۲! \times ۴! = ۲ \times ۲۴ = ۴۸$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم حاصل ۴! برابر ۲۴ است، پس عبارت داخل پرانتز را مساوی با ۴ قرار می‌دهیم:

$$x^2 - 5 = 4 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = (+3)(-3) = -9$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{الف) } \begin{cases} ۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴ \\ ۳! = ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۴! \times ۳! = ۲۴ \times ۶ = ۱۴۴$$

واضح است که ۱۴۴ با ۱۲! که عدد بسیار بزرگی است برابر نیست.

$$\text{ب) } \begin{cases} ۶! = ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۷۲۰ \\ ۵! = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰ \end{cases} \Rightarrow ۶! - ۵! = ۷۲۰ - ۱۲۰ = ۶۰۰$$

معلوم است که ۶۰۰ با ۱! (که همان ۱ است) برابر نیست.

$$\text{پ) } \frac{۸!}{۵! \times ۳!} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۵! \times ۳!} = ۱۶۸$$

$$\text{ت) } \begin{cases} (۳!)! = ۶! = ۷۲۰ \\ (۳!)^۲ = ۶^۲ = ۳۶ \end{cases} \Rightarrow (۳!)! \neq (۳!)^۲$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

باید جایگاه نفرات اول تا ششم به ترتیب از بین ۶ نفر مشخص شود. بنابراین جایگشت ۶ نفر را حساب می‌کنیم:

$$۶! = ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۷۲۰$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{cc} ۲, ۴, ۸ & ۱, ۷, ۹ \\ \uparrow & \uparrow \\ \boxed{۳} \boxed{۴} \boxed{۳} \boxed{۳} \end{array} \Rightarrow \text{تعداد اعداد مطلوب} = ۳ \times ۴ \times ۳ \times ۳ = ۱۰۸$$

در صدگان یکی از ۴ رقم باقی‌مانده و سپس در دهگان یکی از ۳ رقم باقی‌مانده نوشته می‌شود.

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

$A = \{۲, ۴, ۶, \dots, ۱۰۰\}$: اعداد مضرب ۲ از فضای نمونه S

$$\Rightarrow n(A) = ۵۰$$

$B = \{۳, ۶, ۹, \dots, ۹۹\}$: اعداد مضرب ۳ از فضای نمونه S

$$\Rightarrow n(B) = ۳۳$$

عددی که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ باشد، مضرب ۶ است.

$$C = \{۶, ۱۲, \dots, ۹۶\}$$
: اعداد مضرب ۶ $\Rightarrow n(C) = ۱۶$

اعدادی که مضرب ۲ باشند، ولی مضرب ۳ نباشند، برابر $A - B$ است، پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \xrightarrow{A \cap B = C}$$

$$n(A) - n(C) = ۵۰ - ۱۶ = ۳۴$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$n(S) = ۹$$

$$A = \{۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۹\}$$
: اعداد بخش‌پذیر بر ۲ یا ۳ $\Rightarrow n(A) = ۶$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳}$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

از بین ۷ نفر دانش‌آموز، کل حالتی که می‌توان ۳ نفر را انتخاب کرد برابر است با:

$$n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = 35$$

برای تعیین تعداد حالتی که ۲ نفر از دهم و یک نفر از یازدهم انتخاب شود، داریم:

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{3!}{1! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} = 3 \times 4 = 12$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{35}$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

$$A \text{ احتمال وقوع } P(A) = 0/3$$

$$B \text{ یا } A \text{ احتمال وقوع } P(A \cup B) = 0/7$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/7$$

$$\xrightarrow{P(A)=0/3} P(B) - P(A \cap B) = 0/4$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} A \cap B = \emptyset \\ P(A \cap B) = 0 \end{matrix}} P(B) = 0/4$$

$$\Rightarrow P(B') = 1 - 0/4 = 0/6$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

$A \cap B = \emptyset$ یعنی A و B هیچ اشتراکی با هم ندارند، دو پیشامد که با هم اشتراکی نداشته باشند را پیشامدهای ناسازگار می‌گویند.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

در پرتاب هر سکه ۲ حالت و در پرتاب تاس ۶ حالت اتفاق می‌افتد. بنابراین:

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 48$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

چون در پرتاب ۲ تاس گفته شده، شماره‌های رو شده با هم برابرند، پس:

$$S = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 6$$

 $A = \{(3, 3), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 2$: مجموع دو عدد رو شده مضرب ۳ باشد.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

$$n(S) = 6^2 \times 2 = 72$$

$$A = \{(1, 4, R), (4, 1, R), (2, 3, R), (3, 2, R), (4, 6, R), (6, 4, R), (5, 5, R)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{72}$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$n(S) = 2^5 = 32 \quad \text{تعداد کل حالات:}$$

پیشامد آن که حداقل دو فرزند خانواده دختر باشد، متمم آن است که هیچ یا یک فرزند خانواده دختر باشد، بنابراین:

$$n(A') = \binom{5}{0} + \binom{5}{1} = 1 + 5 = 6 \Rightarrow P(A') = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

یک دختر هیچ دختر

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

کل اعداد سه رقمی که با ارقام ۱ تا ۵ می‌توانیم بنویسیم را حساب می‌کنیم:

$$n(S) = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام را هم حساب می‌کنیم:

$$n(A') = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

پس تعداد اعدادی که رقم تکراری دارند، برابر است با:

$$n(A) = 125 - 60 = 65$$

و احتمال آنکه عدد انتخابی رقم تکراری داشته باشد، برابر است با:

$$P(A) = \frac{65}{125} = \frac{13}{25} = 0.52$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه A و B دو پیشامد ناسازگار هستند، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (*)$$

همچنین طبق فرض داریم:

$$P(A) = \frac{1}{5}P(B), \quad P(A \cup B) = \frac{1}{10}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{1}{10} = \frac{1}{5}P(A) + P(A) \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{6}{5}P(A)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$$

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا احتمال اینکه هر سه مهره هم‌رنگ باشند را حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون متمم، احتمال مورد نظر را به دست می‌آوریم.

اگر مهره‌ها هم‌رنگ باشند، یا هر سه سبزند و یا هر سه قرمزند، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$P(A) = P(\text{هم‌رنگ بودن هر سه مهره})$$

$$= P(\text{قرمز بودن هر سه مهره}) + P(\text{سبز بودن هر سه مهره})$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{120} + \frac{20}{120} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(\text{هر سه مهره هم‌رنگ نباشند}) = P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به نمودار میله‌ای داده شده، زوایای مرکزی مربوط به هر سال را به دست می‌آوریم و روی دایره نشان می‌دهیم:



$$\text{مجموع فراوانی‌ها} = 40 + 50 + 30 + 60 = 180$$

$$\text{زاویه سال ۹۶} = \frac{40}{180} \times 360^\circ = 80^\circ$$

$$\text{زاویه سال ۹۷} = \frac{50}{180} \times 360^\circ = 100^\circ$$

$$\text{زاویه سال ۹۸} = \frac{30}{180} \times 360^\circ = 60^\circ$$

$$\text{زاویه سال ۹۹} = \frac{60}{180} \times 360^\circ = 120^\circ$$

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا باید داده‌ها را به ترتیب بنویسیم:

$$۱, ۴, ۵, \underbrace{۷, ۱۷, ۱۷, ۱۷}_{Q_1}, \underbrace{۱۸, ۲۶, ۲۷, ۲۸}_{Q_2}, \underbrace{۲۹, ۳۱, ۳۶, ۴۱}_{Q_3}$$

دامنه میان چارکی عبارت است از تفاضل چارک اول از چارک سوم:

$$Q_3 - Q_1 = ۲۹ - ۷ = ۲۲$$

مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی (تکرار) را دارد، پس مد برابر ۱۷ است.

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به آنکه مجموع زوایای مرکزی دایره برابر ۳۶۰° است، پس:

$$\begin{aligned} 4x + ۵^\circ + ۶^\circ + ۹^\circ + x + ۱۰^\circ &= ۳۶۰^\circ \\ \Rightarrow ۵x &= ۳۶۰^\circ - ۲۱۰^\circ = ۱۵۰^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \text{کمتر از } ۲۰ \text{ سال} = ۳۰^\circ + ۱۰^\circ = ۴۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{۴۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times ۱۰۰ \approx ۱۱/۱ \text{ درصد}$$

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

جمع‌آوری داده‌ها جزء گام سوم چرخه آمار است.

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار، میانگین برابر ۷ است. داریم:

$$\frac{۱۳+۵+۷+x+۹+۱+۳}{۷} = ۷ \Rightarrow ۳۸ + x = ۴۹ \Rightarrow x = ۱۱$$

حال انحراف معیار را می‌یابیم:

$$\sigma^2 = \frac{(۱۳-۷)^2 + (۵-۷)^2 + (۷-۷)^2 + (۱۱-۷)^2 + (۹-۷)^2 + (۱-۷)^2 + (۳-۷)^2}{۷}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۳۶+۴+۰+۱۶+۴+۳۶+۱۶}{۷} = \frac{۱۱۲}{۷} = ۱۶ \Rightarrow \sigma = ۴$$

از طرفی می‌دانیم در نمودار داده شده، y برابر است با:

$$y = \bar{x} + \sigma = ۷ + ۴ = ۱۱$$

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

روش نمونه‌گیری و شیوه اندازه‌گیری در گام دوم بررسی می‌شود.



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۲ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

۱) جمله چهارم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n, & n \text{ فرد} \\ \frac{a_n}{2} + 1, & n \text{ زوج} \end{cases}$ و $a_1 = 2$ کدام است؟

۱۳ (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴)

۲) در دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$ ، اگر $a_1 = 1$ و $a_3 = 7$ باشد، جمله هفتم کدام است؟

۱۲۱ (۱) ۱۲۳ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۷ (۴)

۳) در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, & n \text{ زوج} \\ a_n - 1, & n \text{ فرد} \end{cases}$ ، $a_1 = 2$ جمله پنجم کدام است؟

۱ (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

۴) در یک دنباله $a_1 = a_2 = 1$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ، جمله دهم این دنباله کدام است؟

۵۵ (۱) ۶۵ (۲) ۵۴ (۳) ۴۵ (۴)

۵) در یک الگوی بازگشتی، اگر $a_1 = 5$ و $a_{n+1} = 2a_n - 1$ باشد، جمله پنجم الگو کدام است؟

۳۳ (۱) ۶۱ (۲) ۶۵ (۳) ۶۹ (۴)

۶) در یک دنباله بازگشتی داریم: $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، جمله چهارم این دنباله کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴)

۷) اگر $5 - 12x, 1 - 7x, 4x + 1$ از چپ به راست، سه جمله متوالی از دنباله فیبوناتچی باشند، عدد $20x - 11$ جمله چندم دنباله فیبوناتچی است؟ (دنباله فیبوناتچی $a_1 = 1, a_2 = 1$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$)

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۸) اگر $z, x+2, x, x-1$ و y ، جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار xyz ، کدام است؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۹) مجموع جملات هفتم دنباله مربعی و هشتم دنباله مثلثی چند واحد کمتر از جمله یازدهم دنباله فیبوناتچی است؟

الگوی دنباله مربعی

الگوی دنباله مثلثی

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۱۰) از تفاضل جملات متوالی الگوی زیر دنباله‌ای به وجود می‌آید، جمله عمومی این دنباله کدام است؟



(۱) (۲) (۳)

$$a_n = n^2 + 1 \quad (۲)$$

$$a_n = 2n - 1 \quad (۴)$$

$$a_n = 2n + 1 \quad (۱)$$

$$a_n = n^2 - 1 \quad (۳)$$

۱۱) بین دو عدد ۴ و ۸۸، بیست و هفت عدد را طوری قرار داده‌ایم که با هم تشکیل دنباله حسابی دهند. مجموع این بیست و هفت عدد کدام است؟

$$۱۳۳۰ \quad (۴)$$

$$۱۲۴۶ \quad (۳)$$

$$۱۲۴۲ \quad (۲)$$

$$۱۳۳۴ \quad (۱)$$

۱۲) میانگین جمله‌های دهم و بیستم دنباله $\dots, -60, -80, -100$ کدام است؟

$$۱۸۰ \quad (۴)$$

$$۸۰ \quad (۳)$$

$$۲۸۰ \quad (۲)$$

$$۱۰۰ \quad (۱)$$

۱۳) در دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = \frac{3-4n}{5}$ اختلاف مشترک دنباله (d)، چند برابر جمله اول دنباله (a_1) است؟

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۱۴) در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و نهم برابر ۲۰ و جمله هفدهم برابر ۱۲۰ می‌باشد. جمله اول این دنباله کدام است؟

$$-۱۰ \quad (۴)$$

$$-۳۰ \quad (۳)$$

$$-۴۰ \quad (۲)$$

$$-۲۰ \quad (۱)$$

۱۵) مجموع ۳۰ عدد طبیعی فرد متوالی، با کوچک‌ترین عدد ۵۱، کدام است؟

$$۲۴۰۰ \quad (۴)$$

$$۲۲۵۰ \quad (۳)$$

$$۲۱۰۰ \quad (۲)$$

$$۱۸۰۰ \quad (۱)$$

۱۶) مجموع ۴ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶ و مجموع ۳ جمله بعدی آن ۵۱ است. جمله اول آن چه قدر است؟

$$۷ \quad (۴)$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

۱۷) مجموع جملات دنباله ی $۳, ۸, ۱۳, ۱۸, \dots, ۲۰۳$ کدام است؟

$$۴۲۲۶ \quad (۴)$$

$$۴۲۲۳ \quad (۳)$$

$$۲۱۱۳ \quad (۲)$$

$$۲۱۱۶ \quad (۱)$$

۱۸) اگر $p - 1, -\frac{13}{p}, 2p$ به ترتیب از چپ به راست سه جمله اول یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت باشند، جمله چندم این دنباله برابر با ۱ است؟

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۱۹) اگر $x - 1, 4, 2x$ به ترتیب از چپ به راست سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، جمله دهم این دنباله کدام است؟ ($x - 1$ جمله اول دنباله است.)

$$۲۴ \quad (۴)$$

$$۲۰ \quad (۳)$$

$$۱۸ \quad (۲)$$

$$۱۶ \quad (۱)$$

۲۰) اگر جمله سوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ برابر ۳۳ و ۱۹ باشد، چند جمله این دنباله مثبت است؟

$$۱۳ \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

$$۹ \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۱)$$

۲۱) در یک دنباله حسابی جمله پنجم برابر ۲۵ و جمله نهم برابر ۴۱ است. جمله چندم دنباله برابر ۹۳ است؟

- ۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲ (۴)

۲۲) در یک دنباله حسابی، مجموع پانزده جمله اول برابر صفر است. جمله چندم این دنباله برابر صفر است؟

- ۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم (۴)

۲۳) در یک دنباله حسابی $a_2 = 4$ و $a_9 = -17$ هستند، جمله عمومی این دنباله کدام است؟

- ۱) $a_n = 3n - 2$ (۲) $a_n = 3n - 10$ (۳) $a_n = 10 - 3n$ (۴) $a_n = 2 - 3n$ (۴)

۲۴) مجموع ۵ عدد که تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند، برابر با ۴۵ است. جمله وسط این دنباله کدام است؟

- ۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲ (۴)

۲۵) در دنباله حسابی $\dots, y, 3y, x, 4y$ مقدار $x - y$ کدام است؟

- ۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳ (۴)

۲۶) در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دهم و بیستم برابر ۱۸۰ است. در این دنباله حاصل $a_{13} + a_{17}$ کدام است؟

- ۱) ۹۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۲۰۰ (۴)

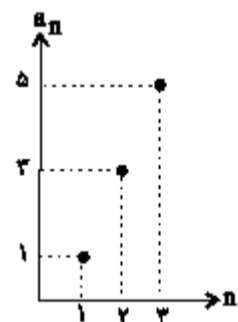
۲۷) در دنباله حسابی $\dots, -12, -5, 2$ حاصل تفاضل جمله دهم از جمله پنجم کدام است؟

- ۱) ۳۵ (۲) -۸۷ (۳) -۸۵ (۴) ۶۵ (۴)

۲۸) در یک دنباله حسابی که دارای ۹ جمله می‌باشد، اگر جمله وسط برابر ۵ باشد، آنگاه مجموع جملات دنباله کدام است؟

- ۱) ۲۰ (۲) ۴۵ (۳) ۲۲/۵ (۴) غیر قابل محاسبه است. (۴)

۲۹) نمودار یک دنباله حسابی به صورت زیر است، جمله هشتم دنباله کدام است؟



- ۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۳۰) اگر A, B و C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $A \cap B = \{x \in S | x \in A \wedge x \in B\}$ (۲) $A - C = \{x \in S | x \in A \wedge x \notin C\}$ (۳) $(A \cup B) \cap C = \{x \in S | (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C\}$ (۴) $C' = \{x \in S | x \notin C\}$



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۲ ماندگار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\xrightarrow{n=1} a_2 = 3a_1 = 3 \times 2 = 6$$

فرد

$$\xrightarrow{n=2} a_3 = \frac{a_2}{2} + 1 = \frac{6}{2} + 1 = 4$$

زوج

$$\xrightarrow{n=3} a_4 = 3a_3 = 3 \times 4 = 12$$

فرد

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ابتدا با جای گذاری $n = 1$ جمله دوم را حساب می کنیم:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n \xrightarrow{n=1} a_3 = a_2 + 2a_1$$

$$\Rightarrow 7 = a_2 + 2 \times (1) \Rightarrow a_2 = 5$$

حالا $n = 2$ تا $n = 5$ را جای گذاری می کنیم:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n \xrightarrow{n=2} a_4 = a_3 + 2a_2 \Rightarrow a_4 = 7 + 2(5) = 17$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n \xrightarrow{n=3} a_5 = a_4 + 2a_3 \Rightarrow a_5 = 17 + 2(7) = 31$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n \xrightarrow{n=4} a_6 = a_5 + 2a_4 \Rightarrow a_6 = 31 + 2(17) = 65$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n \xrightarrow{n=5} a_7 = a_6 + 2a_5 \Rightarrow a_7 = 65 + 2(31) = 127$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$a_1 = 2$$

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = 2 - 1 = 1$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = 2 \times (1) = 2$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = 2 - 1 = 1$$

$$n = 4 \Rightarrow a_5 = 2 \times (1) = 2$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

به همین ترتیب جملات دنباله را تا جمله دهم می‌نویسیم:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

$$a_2 = 2a_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$$

$$a_3 = 2a_2 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 17$$

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2 \times 17 - 1 = 33$$

$$a_5 = 2a_4 - 1 = 2 \times 33 - 1 = 65$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

این دنباله بازگشتی است و داریم:

$$a_1 = 1$$

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = a_1 + (1+1) \Rightarrow a_2 = 1 + 2 = 3$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = a_2 + (2+1) \Rightarrow a_3 = 3 + 3 = 6$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = a_3 + (3+1) = 6 + 4 = 10$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

در دنباله فیبوناتچی، مجموع دو جمله متوالی، برابر با جمله بعدی است، پس:

$$(4x + 1) + (7x - 1) = 12x - 5 \Rightarrow 11x = 12x - 5 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow 20x - 11 = 100 - 11 = 89$$

۸۹ جمله یازدهم دنباله فیبوناتچی است.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

سه جمله متوالی $x+2$ ، x ، $x-1$ را در نظر می‌گیریم. جمله وسط، واسطه هندسی دو جمله کناری است، بنابراین:

$$x^2 = (x-1)(x+2) \Rightarrow x^2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow x = 2$$

می‌دانیم جمله وسط، واسطه هندسی دو جمله اول و آخر است، بنابراین:

$$\Rightarrow y, 1, 2, 4, z \Rightarrow 2^2 = yz \Rightarrow yz = 4$$

$$\Rightarrow xyz = 2 \times 4 = 8$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\text{دنباله مربعی: } a_n = n^2 \Rightarrow a_7 = 49$$

$$\text{دنباله مثلثی: } b_n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow a_8 = \frac{8(8+1)}{2} = \frac{8 \times 9}{2} = 36$$

$$\text{دنباله فیبوناتچی: } 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots \Rightarrow F_{11} = 89$$

$$F_{11} - (a_7 + b_8) = 89 - (49 + 36) = 89 - 85 = 4$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

الگوی داده شده را دنباله مربعی می‌گویند و جملات آن به صورت زیر است:

$$a_n = n^2 \Rightarrow 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$$

$$\text{جملات دنباله مربعی} = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$$

تفاضل هر دو جمله متوالی را به دست می‌آوریم:

$$a_2 - a_1 = 4 - 1 = 3$$

$$a_3 - a_2 = 9 - 4 = 5$$

$$a_4 - a_3 = 16 - 9 = 7$$

$$a_5 - a_4 = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow 3, 5, 7, 9, \dots \Rightarrow a_n = 2n + 1$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

بین دو عدد ۴ و ۸۸، بیست و هفت عدد قرار می‌دهیم، پس اگر ۴ را جمله اول بگیریم، ۸۸ جمله بیست و نهم می‌شود، بنابراین مجموع این ۲۹ عدد برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\Rightarrow S_{29} = \frac{29}{2}(4 + 88) = \frac{29}{2} \times 92 = 1334$$

$$1334 - (4 + 88) = 1242 = \text{مجموع } 27 \text{ عدد خواسته شده}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

$$-100, -80, -60, \dots \Rightarrow d = a_2 - a_1 = (-80) - (-100) = 20$$

$$\begin{cases} a_{10} = a_1 + 9d = -100 + 9(20) = 80 \\ a_{20} = a_1 + 19d = -100 + 19(20) = 280 \end{cases}$$

$$\text{میانگین دو جمله} = \frac{80 + 280}{2} = 180$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

$$a_1 = \frac{۳ - ۴ \times (۱)}{۵} = \frac{-۱}{۵}$$

$$a_۲ = \frac{۳ - ۴ \times (۲)}{۵} = \frac{-۵}{۵} = -۱$$

$$\Rightarrow d = a_۲ - a_1 = -۱ - \left(-\frac{۱}{۵}\right) = -۱ + \frac{۱}{۵} = -\frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{a_1} = \frac{-\frac{۴}{۵}}{-\frac{۱}{۵}} = ۴$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

جمله اول a_1 و اختلاف مشترک دنباله d است. بنابراین:

$$a_1 + ۲d + a_1 + ۸d = ۲۰ \Rightarrow ۲a_1 + ۱۰d = ۲۰ \Rightarrow a_1 + ۵d = ۱۰$$

$$(-۱) \times \begin{cases} a_1 + ۵d = ۱۰ \\ a_1 + ۱۶d = ۱۲۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - ۵d = -۱۰ \\ a_1 + ۱۶d = ۱۲۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۱۱d = ۱۱۰ \Rightarrow d = \frac{۱۱۰}{۱۱} = ۱۰$$

$$a_1 + ۵d = ۱۰ \Rightarrow a_1 + ۵ \times ۱۰ = ۱۰$$

$$\Rightarrow a_1 = ۱۰ - ۵۰ \Rightarrow a_1 = -۴۰$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه ۴

اعداد طبیعی فرد متوالی با کوچکترین عدد ۵۱، یک دنباله حسابی با جمله اول ۵۱ و قدرنسبت ۲ تشکیل می‌دهند:

$$۵۱, ۵۳, \dots \quad d = ۵۳ - ۵۱ = ۲$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{۳۰} = \frac{۳۰}{۲}(۲ \times ۵۱ + ۲۹ \times ۲) = ۱۵ \times (۱۰۲ + ۵۸) = ۲۴۰۰$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

مجموع چهار جمله اول و سه جمله بعدی برابر با مجموع ۷ جمله اول می‌شود.

$$\begin{cases} S_4 = 26 \\ S_7 = S_4 + 51 \\ \Rightarrow S_7 = 26 + 51 = 77 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_4 = 26 \Rightarrow 26 = \frac{4}{2}(2a_1 + (4-1)d) \Rightarrow \frac{26 \times 2}{4} = 2a_1 + 3d \\ S_7 = 77 \Rightarrow 77 = \frac{7}{2}(2a_1 + (7-1)d) \Rightarrow \frac{77 \times 2}{7} = 2a_1 + 6d \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 13 \\ 2a_1 + 6d = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a_1 - 6d = -26 \\ 2a_1 + 6d = 22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2a_1 = -4 \Rightarrow a_1 = 2$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

عددهای داده شده تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند که $a_1 = 3$ ، $d = 5$ و $a_n = 203$ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 203 = 3 + (n-1) \times 5$$

$$\Rightarrow \frac{200}{5} = n-1 \Rightarrow n = 41$$

$$\Rightarrow S_{41} = \frac{41}{2}(2 \times 3 + 40 \times 5) = 4223$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$a, b, c \xrightarrow{\text{شرط دنباله حسابی}} 2b = a + c \text{ یا } b = \frac{a+c}{2}$$

$$2p, -\frac{13}{2}, p-1 \Rightarrow -\frac{13}{2} = \frac{2p + (p-1)}{2} \Rightarrow 3p - 1 = -13$$

$$\Rightarrow 3p = -12 \Rightarrow p = -4$$

$$\Rightarrow \text{جملات دنباله: } -8, -\frac{13}{2}, -5, \dots \Rightarrow a_1 = -8$$

$$\text{اختلاف مشترک: } d = -\frac{13}{2} - (-8) = \frac{3}{2} = 1/5$$

$$a_n = 1, n = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 1 = -8 + (n-1)1/5$$

$$1 = -8 + 1/5n - 1/5 \Rightarrow 1/5n = 10/5 \Rightarrow n = \frac{10/5}{1/5} = 7$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۳

$$x - 1, 4, 2x \xrightarrow{\text{شرط دنباله حسابی}} 2 \times (4) = (x - 1) + 2x$$

$$\Rightarrow 8 = 3x - 1 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$\xrightarrow{\text{جملات دنباله}} 2, 4, 6, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = 4 - 2 = 2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9(2) = 20$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} a_3 = 33 \\ a_5 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 33 \\ a_1 + 4d = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 2d = -33 \\ a_1 + 4d = 19 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2d = -14 \Rightarrow d = -7$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 33 \Rightarrow a_1 + 2(-7) = 33 \Rightarrow a_1 = 47$$

حال جمله عمومی دنباله را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = 47 + (n - 1)(-7)$$

$$= 47 + 7 - 7n = 54 - 7n$$

$$a_n > 0 \Rightarrow 54 - 7n > 0 \Rightarrow 7n < 54 \Rightarrow n < \frac{54}{7} \Rightarrow n \leq 7$$

7 جمله دنباله مثبت است.

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۴

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\begin{cases} a_5 = 25 \\ a_9 = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = 25 \\ a_1 + 8d = 41 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 4d = -25 \\ a_1 + 8d = 41 \end{cases} \Rightarrow 8d - 4d = 41 - 25 = 16 \Rightarrow d = 4$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} a_1 + 8d = 41 \\ d = 4 \end{smallmatrix}]{a_1 + 8d = 41} a_1 + 32 = 41 \Rightarrow a_1 = 9$$

$$a_n = 93 \Rightarrow 93 = a_1 + (n - 1) \times 4 \Rightarrow 93 = 9 + 4n - 4$$

$$\Rightarrow 88 = 4n \Rightarrow n = 22$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

$$S_{15} = 0, S_{15} = \frac{15}{2}(a_1 + a_{15}) = \frac{15}{2}(2a_1 + 14d)$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2}(2a_1 + 14d) = 0$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 14d = 0 \xrightarrow{\div 2} a_1 + 7d = 0 \Rightarrow a_1 = -7d$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_9 - a_7}{9 - 7} = \frac{-17 - 4}{9 - 7} = -\frac{21}{2} = -10.5$$

$$a_1 = a_7 - d = 4 - (-10.5) = 14.5$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 14.5 + (n - 1) \times (-10.5)$$

$$\Rightarrow a_n = 14.5 - 10.5n + 10.5 = 25 - 10.5n$$

راه حل دوم:

اگر $n = 2$ را در گزینه‌ها جایگذاری کنیم، تنها گزینه‌های «۱» و «۳» مقدار ۴ را به ما می‌دهند. حال اگر $n = 9$ را در گزینه‌های «۱» و «۳» جایگذاری کنیم فقط گزینه «۳» مقدار -17 را به ما می‌دهد. پس جواب گزینه «۳» است.

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۱

a را جمله اول و d را اختلاف مشترک این دنباله در نظر می‌گیریم. پس:

$$\underbrace{a}_{a_1} + \underbrace{a+d}_{a_2} + \underbrace{a+2d}_{a_3} + \underbrace{a+3d}_{a_4} + \underbrace{a+4d}_{a_5} = 45$$

$$\Rightarrow 5a + 10d = 45 \Rightarrow a + 2d = 9$$

$$\text{جمله وسط: } a_3 = a + 2d = 9$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

در دنباله حسابی برای سه جمله متوالی a, b, c داریم:

$$2b = a + c$$

$$42, x, 32 \Rightarrow 2 \times (x) = 74 \Rightarrow x = 37$$

$$x, 32, y: 2 \times 32 = x + y \xrightarrow{x=37} 37 + y = 64 \Rightarrow y = 27$$

$$\Rightarrow 2y - x = 17$$

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲

اگر m, n, p و q اعداد طبیعی و $m+n=p+q$ باشد، آنگاه در دنباله حسابی داریم: $a_m + a_n = a_p + a_q$ و حال چون $10 + 20 = 13 + 27$ پس: $a_{13} + a_{27} = a_{10} + a_{20} = 180$ است.

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = 2, d = -5 - 2 = -7$$

$$a_5 = 2 + (5 - 1)(-7) = 2 - 28 = -26$$

$$a_{10} = 2 + (10 - 1)(-7) = 2 - 63 = -61$$

$$a_5 - a_{10} = -26 - (-61) = 35$$

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

در این دنباله، جمله وسط، جمله پنجم دنباله است. بنابراین:

$$a_5 = 5 \Rightarrow a_1 + 4d = 5, S_9 = \frac{9}{2} [2a_1 + (9 - 1) \times d]$$

$$= \frac{9}{2} (2a_1 + 8d)$$

$$\Rightarrow S_9 = \frac{9}{2} \times 2(a_1 + 4d) \Rightarrow S_9 = 9 \times 5 = 45$$

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار $a_1 = 1$ و $a_2 = 3$ است. بنابراین:

$$d = 3 - 1 = 2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_{14} = 1 + (14 - 1) \times 2 = 1 + 14 \times 2 = 1 + 28 = 29$$

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

پیشامد $(A \cup B) \cap C$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(A \cup B) \cap C = \{x \in S \mid (x \in A \vee x \in B) \wedge x \in C\}$$



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

۱) بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه جمله را طوری قرار داده‌ایم تا یک دنباله هندسی ایجاد شود. جمله هفدهم این دنباله کدام است؟ (۲)
جمله اول است.

(۱) 2×3^{15} (۲) 3^{17} (۳) 2×3^{16} (۴) 6^{15}

۲) در یک دنباله هندسی، جمله سوم برابر ۸ و جمله ششم برابر ۶۴ است. جمله اول این دنباله هندسی کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳) اگر عدد مثبت b واسطه هندسی بین دو عدد $\frac{1}{37}$ و 243 باشد، با جمله چندم دنباله حسابی با جملات $\dots, -15, -18$ برابر است؟

(۱) پنجم (۲) ششم (۳) هشتم (۴) نهم

۴) اگر در یک دنباله هندسی، نسبت هر جمله به جمله قبلی برابر $\frac{1}{4}$ و مجموع چهار جمله اول ۱۵ باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) ۴ (۴) ۸

۵) در یک دنباله هندسی، نسبت جمله هفتم به جمله چهارم ۸ است و جمله سوم، چهار برابر نسبت مشترک دنباله است. مجموع هفت جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) ۱۲۷ (۲) ۶۳ (۳) ۲۵۴ (۴) ۱۲۶

۶) جمله‌های دوم و پنجم یک دنباله هندسی، به ترتیب $\frac{1}{4}$ و ۴ هستند. مجموع هشت جمله اول دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{63}{5}$ (۲) $\frac{63}{75}$ (۳) $\frac{64}{5}$ (۴) $\frac{67}{75}$

۷) نسبت مشترک دنباله هندسی $\frac{2}{3}, x, y, \frac{2}{37}, \dots$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۸) جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = 18 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ است. جمله پنجم دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{27}$ (۳) $\frac{2}{27}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۹) کدام رابطه زیر، یک دنباله هندسی را بیان می‌کند؟

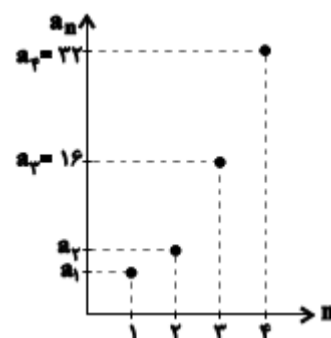
(۲) $a_n = 3n \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

(۱) $a_n = n^2 + 3n - 1$

(۴) $a_{n+1} = \frac{e}{a_n}, a_1 = 4$

(۳) $a_{n+1} = \sqrt{2}a_n, a_1 = 4$

۱۰) در دنباله هندسی نشان داده شده در نمودار زیر، کمترین افزایش مقدار بین دو جمله متوالی دنباله چقدر است؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۶

۱۱) در یک دنباله هندسی با جملات متمایز، مجموع هشت جمله اول، ۱۰ برابر مجموع چهار جمله اول آن است. جمله نهم چند برابر جمله اول است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۸۴ (۳) ۸۱ (۴) ۷۵

۱۲) بین دو عدد ۴ و ۹۷۲، چهار عدد صحیح طوری قرار می‌دهیم که جملات دنباله هندسی از ۴ شروع و به ۹۷۲ ختم شوند. مجموع این ۶ عدد، کدام است؟

- (۱) ۱۴۵۶ (۲) ۱۴۶۸ (۳) ۱۵۴۶ (۴) ۱۶۵۴

۱۳) بین دو عدد ۳ و ۳۸۴ شش عدد طوری قرار داده‌ایم که هشت عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند. مجموع جمله‌های دوم، چهارم و ششم این دنباله کدام است؟ (۳، جمله اول دنباله است.)

- (۱) ۱۵۲ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۲۶

۱۴) رابطه بازگشتی دنباله‌ای به صورت $a_1 = \frac{1}{3}$ و $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n$ است. جمله عمومی دنباله کدام است؟

- (۱) $a_n = \frac{1}{3} \times (\frac{3}{4})^{n-1}$ (۲) $a_n = (\frac{3}{4})^n$ (۳) $a_n = \frac{3}{4} \times (\frac{1}{3})^{n-1}$ (۴) $a_n = \frac{1}{3} + (\frac{3}{4})^{n-1}$

۱۵) در دنباله هندسی با جمله عمومی $a_n = 5(\frac{1}{5})^{n+1}$ ، مجموع جمله اول و نسبت مشترک دنباله کدام است؟

- (۱) ۲/۲۵ (۲) ۱/۸۵ (۳) ۱/۹۵ (۴) ۱/۷۵

۱۶) فرض کنید جرم باکتری‌ها در هر نیم ساعت ۲ برابر شود. اگر جرم اولیه آن‌ها ۱ گرم باشد، پس از چند دقیقه جرم باکتری‌ها $8\sqrt{2}$ برابر می‌شود؟

- (۱) ۷ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۵ (۴) ۲۱۰

۱۷) حاصل عبارت $(\frac{1}{64})^{-0.75} \times (0.25)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

- (۱) 2^4 (۲) $2^{\frac{4}{3}}$ (۳) $2^{\frac{5}{3}}$ (۴) $2^{\frac{11}{3}}$

۱۸) حاصل عبارت $\left((54)^{\frac{1}{3}} + (250)^{\frac{1}{5}} \right)^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\sqrt[3]{32}$ (۳) $\sqrt[3]{32}$ (۴) $8\sqrt[3]{2}$

۱۹) حاصل $A = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times (0.75)^{-7} \times \left(\frac{9}{16}\right)^4$ کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{3}{4}\right)^6$ (۲) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ (۳) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ (۴) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$

۲۰) ریشه ششم منفی عدد ۶۴ چند برابر ریشه پنجم $\frac{243}{32}$ است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) -۳ (۴) $-\frac{1}{3}$

۲۱) در تساوی $25\sqrt{5} = 25\sqrt[4]{125^2} \times \sqrt[3]{5^x}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲) نقطه برخورد نمودار تابع نمایی $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$ با محور عرض‌ها کدام است؟

- (۱) $(0, \frac{1}{4})$ (۲) $(0, \frac{1}{2})$ (۳) $(0, 4)$ (۴) $(0, -4)$

۲۳) اگر $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ و $g(x) = (2)^x$ باشند، مقدار $f(2) + g(3)$ کدام است؟

- (۱) $8/04$ (۲) $8/4$ (۳) $7/96$ (۴) $7/6$

۲۴) جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر هفتصد و چهل هزار نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر نهصد و هشتاد هزار نفر است. اگر برای رشد

جمعیت این شهر، مدل الگوی رشد خطی در نظر بگیریم، جمعیت این شهر در سال ۱۴۲۰ به طور تقریبی کدام است؟

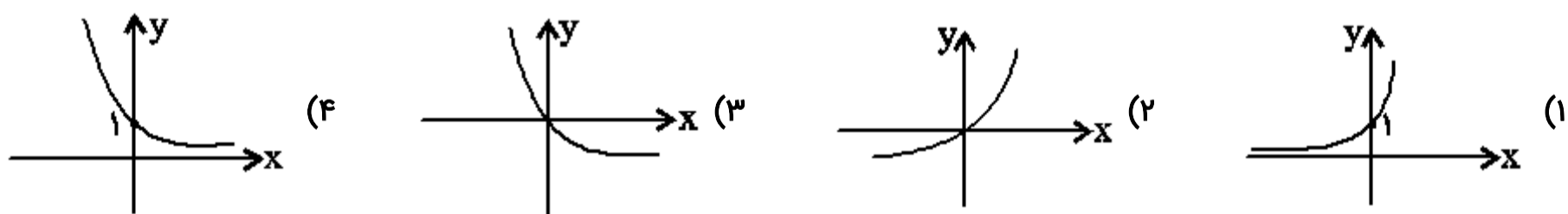
- (۱) ۶۰۰۰۰۰ (۲) ۲۴۰۰۰۰ (۳) ۱۵۸۰۰۰۰ (۴) ۱۳۴۰۰۰۰

۲۵) جمعیت کشوری در حال حاضر ۱۰۰ میلیون نفر است. فرض می‌کنیم این جمعیت با نرخ ۱۱ درصد به صورت نمایی در حال

کاهش باشد، پس از گذشت دو سال، این جمعیت به چند میلیون نفر خواهد رسید؟

- (۱) $80/32$ (۲) $79/21$ (۳) $83/4$ (۴) $78/25$

۲۶) نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$ کدام است؟



۲۷) کدام یک از توابع زیر رفتار نمایی دارد؟

- (۱) $y = (-2)^x$ (۲) $y = \left(\frac{1}{x}\right)^2$ (۳) $y = (\sqrt{2})^x$ (۴) $y = 1^x$

۲۸) در مورد نمودار توابع $y = 2^x$ و $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در نقطه $(0, 1)$ متقاطع‌اند.
 (۲) دو نمودار نسبت به محور y ها قرینه‌اند.
 (۳) برد هر دو تابع $y > 0$ است.
 (۴) دو نمودار محور y ها را در دو نقطه متفاوت قطع می‌کنند.

۲۹) حاصل $\left(\frac{a^{-\frac{1}{3}}}{a^{-\frac{1}{3}}}\right)^{-6}$ کدام است؟ ($a \neq 1, a > 0$)

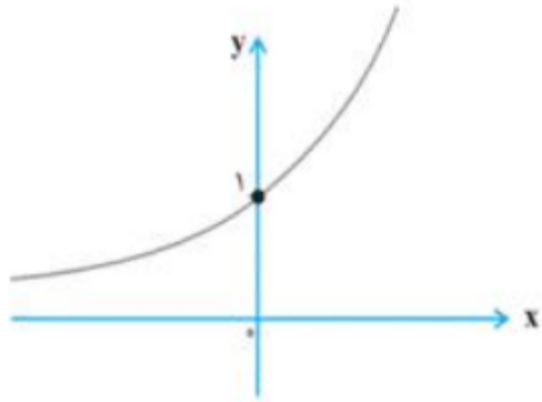
\sqrt{a} (۴)

a^2 (۳)

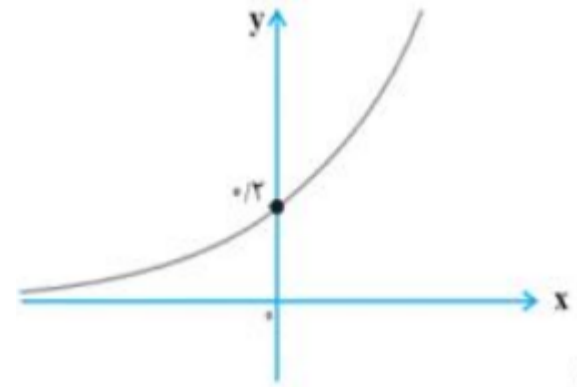
a^{-2} (۲)

a (۱)

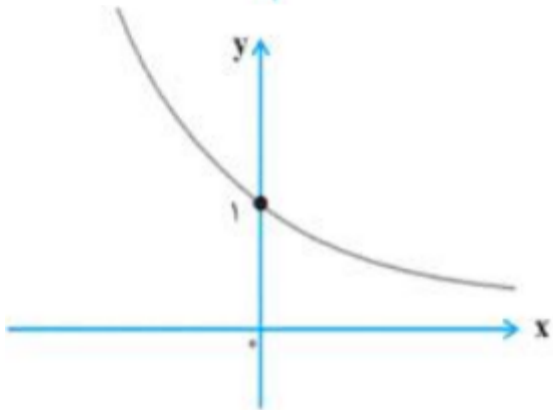
۳۰) نمودار تابع $f(x) = (0.2)^x$ شبیه کدام گزینه است؟



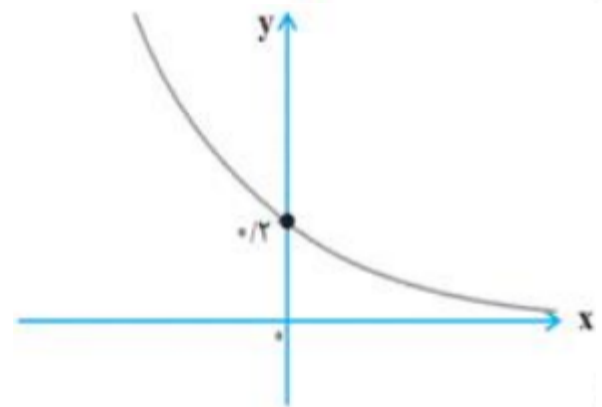
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

عدد ۱۶۲ جمله پنجم دنباله است، لذا داریم:

$$a_5 = a_1 r^4 \Rightarrow 162 = 2 \times r^4 \Rightarrow r^4 = \frac{162}{2} = 81$$

$$\Rightarrow r^4 = 3^4 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$a_{17} = a_1 r^{16} = 2 \times (\pm 3)^{16} = 2 \times 3^{16}$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\frac{a_6}{a_3} = \frac{a_1 r^5}{a_1 r^2} = r^3 = \frac{64}{8} \Rightarrow r^3 = 8$$

$$\Rightarrow r = 2 \xrightarrow{a_n = a_1 r^n} 8 = a_1 \times 4 \Rightarrow a_1 = 2$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$a, b, c \xrightarrow{b^2=ac} b = \sqrt{ac}$$

سه جمله متوالی $b > 0$

$$\Rightarrow b = \sqrt{243 \times \frac{1}{27}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{واسطه هندسی} = b = \sqrt{243 \times \frac{1}{27}} = \sqrt{9} = 3$$

$a_n = 3$: دنباله حسابی

$$-18, -15, \dots, 3 \Rightarrow a_1 = -18, d = -15 - (-18) = 3, a_n = 3, n = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 3 = -18 + (n-1)3$$

$$\Rightarrow 21 = 3n - 3 \Rightarrow 3n = 24 \Rightarrow n = 8$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad S_7 = 15$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow 15 = \frac{a_1\left(\left(\frac{1}{2}\right)^7 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} \Rightarrow 15 = \frac{a_1\left(\frac{1}{2^7} - 1\right)}{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow -\frac{15}{2} = -\frac{15}{2^8} a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{16 \times 15}{2 \times 15} = 8$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\frac{a_4}{a_7} = 8 \Rightarrow \frac{a_1 r^3}{a_1 r^6} = 8 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_7 = 7r \Rightarrow a_1 r^6 = 7r \Rightarrow 7a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = 8$$

$$S_7 = \frac{a_1(r^7 - 1)}{r - 1} = \frac{8(2^7 - 1)}{2 - 1} = 8 \times (128 - 1) = 1024$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

مطابق فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{2} \\ a_5 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 r = \frac{1}{2} \\ a_1 r^4 = 4 \end{cases}$$

با تقسیم طرفین دو رابطه داری:

$$\Rightarrow \frac{a_1 r^4}{a_1 r} = \frac{4}{\frac{1}{2}} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{1}{2}$$

حال با استفاده از a_1 و r ، مجموع را به دست می‌آوریم:

$$S_8 = \frac{a_1(1 - r^8)}{1 - r} = \frac{\frac{1}{2}(1 - 2^8)}{1 - 2} = \frac{1}{2} \times (256 - 1) = 128 - \frac{1}{2} = 127\frac{1}{2}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = ۲, a_F = \frac{۲}{۲۷}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow \frac{۲}{۲۷} = ۲ \times r^۳ \Rightarrow r^۳ = \frac{۱}{۲۷} \Rightarrow r = \frac{۱}{۳}$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

$$a_n = ۱۸ \left(\frac{۱}{۳}\right)^{n-1}$$

$$\xrightarrow{n=۵} a_۵ = ۱۸ \left(\frac{۱}{۳}\right)^4 \Rightarrow a_۵ = ۱۸ \times \frac{۱}{۸۱} = \frac{۲}{۹}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم جمله عمومی هر دنباله هندسی به شکل $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ می‌باشد در صورتی که هیچ‌کدام از روابط گزینه‌های (۱) و (۲) این‌گونه نیستند. ضمناً رابطه بازگشتی هر دنباله هندسی به شکل $a_{n+1} = r \times a_n$ با جمله اول a_1 می‌باشد که فقط رابطه گزینه (۳) به این فرم می‌باشد.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار $a_۴ = ۳۲$ و $a_۳ = ۱۶$ است. پس: $r = \frac{a_۴}{a_۳} = ۲$

مطابق نمودار، کمترین افزایش بین جملات اول و دوم است.

$$a_۲ - a_1 = \frac{a_۳}{r} - \frac{a_۲}{r} = \frac{a_۳}{r} - \frac{a_۳}{r^۲} = \frac{۱۶}{۲} - \frac{۱۶}{۴} = ۸ - ۴ = ۴$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

$$S_۸ = ۱۰S_۴ \Rightarrow \frac{a_1(r^۸-1)}{r-1} = ۱۰ \frac{a_1(r^۴-1)}{r-1}$$

$$\Rightarrow (r^۴-1)(r^۴+1) = ۱۰(r^۴-1) \Rightarrow r^۴+1 = ۱۰ \Rightarrow r^۴ = ۹$$

$$\Rightarrow \frac{a_۹}{a_1} = \frac{a_1 r^۸}{a_1} = r^۸ = (r^۴)^۲ = ۹^۲ \Rightarrow \frac{a_۹}{a_1} = ۸۱$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

$$a_n = 5\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

$$\Rightarrow a_1 = 5\left(\frac{1}{2}\right)^{1+1} = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 5 \times \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

$$a_2 = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2+1} = 5 \times \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$$

$$a_1 + r = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5+2}{4} = \frac{7}{4} = 1/75$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم هر ۱۵ دقیقه جرم a برابر شود، یعنی پس از ۳۰ دقیقه $a \times a = a^2$ برابر می‌شود. طبق فرض سؤال، هر نیم ساعت ۲ برابر می‌شود، پس بعد از ۳۰ دقیقه $a^2 = 2$ یعنی $a = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ است. فرض می‌کنیم x تا دوره ۱۵ دقیقه‌ای بگذرد. برای آن که جرم باکتری $8\sqrt{2}$ برابر شود، یعنی $2^3 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{7}{2}}$ داریم:

$$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x = 2^{\frac{7}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 2^{\frac{7}{2}} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow x = 7$$

یعنی پس از ۷ تا ۱۵ دقیقه که برابر ۱۰۵ دقیقه است، جرم باکتری‌ها $8\sqrt{2}$ برابر می‌شود.

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6, \quad 0/25 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2, \quad 0/75 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)^{-\frac{3}{4}} \times \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{9}{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^{\frac{11}{2}}$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\begin{aligned}
 ((\omega^4)^{\frac{1}{2}} + (2\omega^0)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} &= ((2 \times 27)^{\frac{1}{2}} + (2 \times 125)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \\
 &= (2^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} \times 125^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \xrightarrow[125=5^3]{27=3^3} \\
 &= (2^{\frac{1}{2}} \times (3^3)^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} \times (5^3)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{1}{2}} \times 3 + 2^{\frac{1}{2}} \times 5)^{\frac{1}{2}} \\
 &= (1 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{1+0}{2}})^{\frac{1}{2}} \\
 &= 2^{\frac{1+0}{2} \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2^1} = \sqrt[4]{2}
 \end{aligned}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{4} &= 0.75, \quad \frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\
 \Rightarrow A &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{2 \times 4} = \left(\frac{3}{4}\right)^3
 \end{aligned}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned}
 (-2)^6 &= 64 \xrightarrow{\text{ریشه ششم منفی ۶۴}} -2 \\
 \left(\frac{3}{2}\right)^5 &= \frac{243}{32} \xrightarrow{\text{ریشه پنجم}} \frac{3}{2} \\
 \text{نسبت خواسته شده} &= \frac{-2}{\frac{3}{2}} = -\frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$25\sqrt{5}$ را به صورت عدد با توان گویا می‌نویسیم:

$$25 \times \sqrt{5} = 5^2 \times 5^{\frac{1}{2}} = 5^{(2+\frac{1}{2})} = 5^{\frac{5}{2}}$$

در معادله قرار می‌دهیم:

$$25^{\frac{1}{25}} \times \sqrt[4]{125^2} \times \sqrt[3]{5^x} = 5^{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow (5^2)^{\frac{1}{25}} \times (5^3)^{\frac{2}{4}} \times 5^{\frac{x}{3}} = 5^{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow 5^{\frac{2}{25}} \times 5^{\frac{3}{2}} \times 5^{\frac{x}{3}} = 5^{\frac{5}{2}} \Rightarrow 5^{(\frac{2}{25} + \frac{3}{2} + \frac{x}{3})} = 5^{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2+18+x}{15} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{26+x}{15} = \frac{5}{2} \Rightarrow 26+x = 37.5 \Rightarrow x = 11.5$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

برای تعیین نقطه تلاقی منحنی با محور عرض‌ها، کافی است در ضابطه تابع به جای x ، عدد صفر را قرار دهیم:

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} \xrightarrow{x=0} y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4^1 = 4$$

پس نقطه برخورد (تلاقی) تابع با محور عرض‌ها نقطه $(0, 4)$ می‌باشد.

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x \Rightarrow f(2) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} = 0.04$$

$$g(x) = 2^x \Rightarrow g(3) = 2^3 = 8$$

$$\Rightarrow f(2) + g(3) = 0.04 + 8 = 8.04$$

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر رابطه بین رشد جمعیت و سال را یک رابطه خطی در نظر بگیریم، افزایش جمعیت به ازای هر سال (نرخ رشد جمعیت) برابر است با شیب رابطه خطی که از مقادیر داده شده به دست می‌آید.

رشد جمعیت از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ برابر است با:

$$۲۴۰۰۰۰ = ۹۸۰۰۰۰ - ۷۴۰۰۰۰ = \text{رشد جمعیت از سال } ۱۳۸۵ \text{ تا } ۱۳۹۵$$

که این رشد جمعیت در مدت ۱۰ سال است، یعنی به ازای هر سال برابر است با:

$$\frac{۲۴۰۰۰۰}{۱۰} = ۲۴۰۰۰$$

یعنی به عبارتی دیگر نرخ رشد جمعیت به ازای هر سال ۲۴۰۰۰ نفر است. حال برای تخمین جمعیت در سال ۱۴۲۰، افزایش جمعیت در ۲۵ سال از ۱۳۹۵ تا ۱۴۲۰ را با جمعیت سال ۱۳۹۵ جمع می‌کنیم.

$$۲۴۰۰۰ \times (۲۵) + \text{جمعیت در سال } ۱۳۹۵ = \text{جمعیت در سال } ۱۴۲۰$$

$$\text{جمعیت در سال } ۱۴۲۰ = ۹۸۰۰۰۰ + ۲۵ \times ۲۴۰۰۰$$

$$= ۹۸۰۰۰۰ + ۶۰۰۰۰۰ = ۱۵۸۰۰۰۰$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$f(t) = c(1-r)^t \xrightarrow[t=۲]{c=۱۰۰, r=۰/۱۱} f(۲) = ۱۰۰(1-۰/۱۱)^۲$$

$$= ۱۰۰ \times (۰/۸۹)^۲ = ۱۰۰ \times ۰/۷۹۲۱ = ۷۹/۲۱ \text{ میلیون نفر}$$

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۱

$$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x} = 5^x$$

در رسم تابع $y = a^x$ وقتی که $a > 1$ باشد تابع رشد افزایشی دارد و از نقطه $(0, 1)$ عبور می‌کند در نتیجه نمودار آن گزینه «۱» می‌باشد.

سوال ۲۷

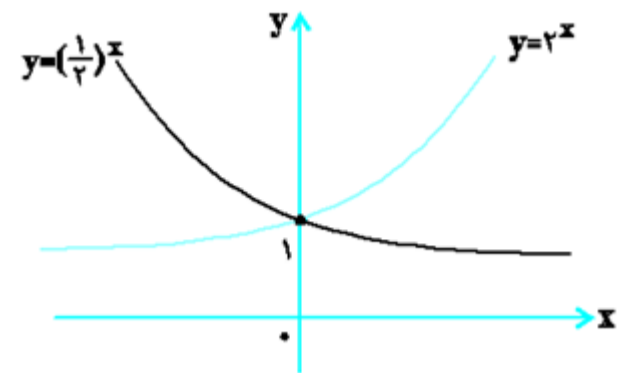
پاسخ: گزینه ۳

در تابع نمایی به صورت $y = a^x$ ، مقدار a عددی حقیقی و مثبت و مخالف یک می‌باشد که با توجه به این تعریف تابع گزینه «۳» رفتار نمایی دارد.

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۴

با رسم نمودار دو تابع در یک دستگاه مختصات داریم:



همان‌طور که از شکل پیداست دو نمودار تنها در یک نقطه و آن هم در نقطه $(0, 1)$ روی محور y ها یکدیگر را قطع می‌کنند، نسبت به محور y ها قرینه‌اند و برد هر دو تابع نیز $y > 0$ می‌باشد.

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\left(\frac{a^{-\frac{1}{r}}}{a^{-\frac{1}{r}}} \right)^{-r} = \frac{(a^{-\frac{1}{r}})^{-r}}{(a^{-\frac{1}{r}})^{-r}} = \frac{a^r}{a^r} = a^r$$

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

نمودار تابع $y = a^x$ به ازای $0 < a < 1$ شبیه شکل زیر است. که محل تقاطع نمودار با محور y ها همواره در نقطه‌ای به عرض یک است.

