



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

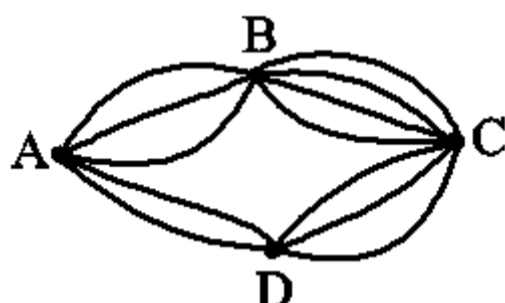
مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۱

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

۱) به چند طریق می‌توان در شکل مقابل از شهر A به شهر C رفت و دوباره به شهر A برگشت به شرط آنکه هنگام برگشت از هیچ‌یک از جاده‌های رفت عبور نکرده باشیم؟ (در رفت دقیقاً ۲ جاده و در برگشت نیز دقیقاً دو جاده طی می‌شود).



۲۲۸ (۱)

۲۱۶ (۲)

۱۴۴ (۳)

۳۴ (۴)

۲) با ارقام ۲, ۴, ۶, ۷, ۸, ۹ چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت، به طوری که هر ۴ رقم زوج کنار هم نباشند؟

۶۲۴ (۴)

۵۷۶ (۳)

۴۸۶ (۲)

۳۹۲ (۱)

۳) به چند طریق می‌توان از بین ۶ مرد و ۴ زن، ۳ نفر را برای عضویت در یک گروه انتخاب کرد به طوری که حداقل ۱ نفرشان زن باشد؟

۹۰ (۴)

۸۴ (۳)

۷۲ (۲)

۱۰۰ (۱)

۴) اگر $A = \{a, b, c, d, e\}$ آنگاه A چند زیرمجموعه دارد که حداقل یکی از دو عضو c و b عضو آنها باشند؟

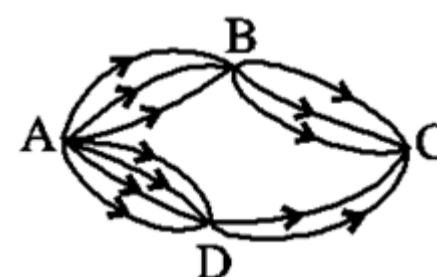
۸ (۴)

۲۲ (۳)

۲۴ (۲)

۱۶ (۱)

۵) با توجه به شکل زیر به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟ (مسیرها یک‌طرفه هستند).



۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۱۷ (۳)

۲۰ (۴)

۶) حسین می‌خواهد در یک آزمون ۱۵ سؤالی فقط ۳ سؤال با شماره فرد و ۴ سؤال با شماره زوج را انتخاب کند و روی آن‌ها فکر کند. او به چند طریق می‌تواند این سؤالات را انتخاب کند؟

- (۱) ۱۵۰۰ (۲) $\binom{۵۶}{۷}$ (۳) $\binom{۱۵}{۷}$ (۴) ۵۶×۳۵

۷) با ارقام ۰، ۲، ۳، ۶، ۷، ۸، چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به طوری که در آن‌ها رقم ۸ نباشد و صفر بلافاصله بعد از ۲ در سمت راست آن بیاید؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۴۸ (۴) ۱۲۰

۸) به چند طریق می‌توان ۳ کتاب و ۲ خودکار یا ۲ دفتر و ۱ مداد را از بین چهار کتاب با موضوعات مختلف، چهار خودکار متمایز، سه دفتر متفاوت و سه مداد مختلف انتخاب کرد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۳ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۹) کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $۳! + ۴! = ۷!$ (۲) $۳ \times ۲! = ۶!$
(۳) $P(n, n-1) = n!$ (۴) $C(n, 1) = 1$

۱۰) از بین ۴ شهر ساحلی دریای خزر، ۳ شهر کویری و ۳ شهر کوهستانی غرب کشور می‌خواهیم یک شهر را برای سفر انتخاب کنیم. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۱۱) با حروف کلمه «عاطفی» چند کلمه پنج حرفی بدون تکرار می‌توان نوشت به طوری که حروف «ع» و «ی» کنار هم نباشند؟

- (۱) ۵۸ (۲) ۶۶ (۳) ۷۲ (۴) ۸۴

۱۲) با حروف کلمه «دانشمند» چند کلمه هفت حرفی می‌توان نوشت به طوری که حروف یکسان کنار هم باشند؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۹۶ (۳) ۱۱۲ (۴) ۱۲۰

۱۳) از بین اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۵، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده عدد اول نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{۱۶}{۲۵}$ (۲) $\frac{۵}{۸}$ (۳) $\frac{۸}{۲۵}$ (۴) $\frac{۷}{۸}$

۱۴) جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ سیب خارج شده، سالم است؟

- (۱) $\frac{۷}{۱۵}$ (۲) $\frac{۸}{۱۵}$ (۳) $\frac{۲۴}{۵۵}$ (۴) $\frac{۲۸}{۵۵}$

۱۵) سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه حداکثر دو تاس، یکسان ظاهر شوند، کدام است؟

- (۱) $\frac{۱۷}{۳۶}$ (۲) $\frac{۱۳}{۳۶}$ (۳) $\frac{۳۵}{۳۶}$ (۴) $\frac{۱}{۳۶}$

۱۶) می‌خواهیم در یک کارخانه از میان ۴ حسابدار، ۶ کارمند دفتری و ۳ نگهبان، دو نفر را به طور تصادفی تعدیل نیرو کنیم. احتمال این که این دو نفر شغل یکسانی نداشته باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{۷}{۹}$ (۲) $\frac{۱۶}{۳۵}$ (۳) $\frac{۹}{۱۳}$ (۴) $\frac{۲۷}{۵۰}$

۱۷) ۷ نفر با هم دوست هستند. احتمال آن که ماه تولد آن‌ها یکی باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{۱}{۱۲ \times ۶}$ (۲) $\frac{۱}{۱۲ \times ۷}$ (۳) $\frac{۱}{۱۲ \times ۶}$ (۴) $\frac{۱}{۱۲ \times ۷}$

۱۸) پنج توپ با شماره‌های ۱ تا ۵ داریم. چنانچه این توپ‌ها به‌طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، با کدام احتمال توپ‌ها با شماره‌های غیر اول در مکان‌های زوج قرار می‌گیرند؟

- (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

۱۹) اگر فضای نمونه به‌صورت $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشد و یک عدد به تصادف انتخاب کنیم، پیشامد آن‌که عدد انتخابی مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۴۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۶

۲۰) دو تاس متمایز را هم‌زمان با هم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال اختلاف اعداد روشده، بزرگ‌تر یا مساوی ۳ خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۱) شخصی می‌خواهد در یک امتحان شرکت کند. اگر نسبت احتمال قبولی به قبول نشدن او در این امتحان $\frac{3}{7}$ باشد، احتمال قبولی او در این امتحان چند درصد است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۴۰ (۳) ۳۵ (۴) ۳۰

۲۲) با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ اعداد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌سازیم. با کدام احتمال عدد ساخته شده مضرب ۵ است؟

- (۱) $0/3$ (۲) $0/4$ (۳) $0/6$ (۴) $0/8$

۲۳) احتمال رخ ندادن پیشامد A برابر $0/6$ است. احتمال رخ دادن پیشامد A چند برابر احتمال رخ ندادن آن است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۲۴) در پرتاب یک تاس و یک سکه، اگر A پیشامد آن باشد که «تاس عدد ۴ یا سکه رو بیاید» و B پیشامد آن باشد که «تاس عددی فرد باشد»، آنگاه پیشامد $A - B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۵) کدام دو عدد زیر را کنار داده‌های ۱۲، ۳، ۰، ۲، ۱۴، ۸، ۱۰، قرار دهیم به طوری که، میانگین و میانه آن‌ها ثابت بماند؟

- (۱) ۵ و ۸ (۲) ۶ و ۹ (۳) $7/5$ و $6/5$ (۴) $8/5$ و $5/5$

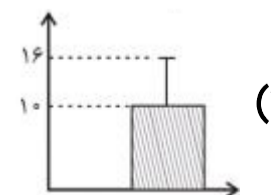
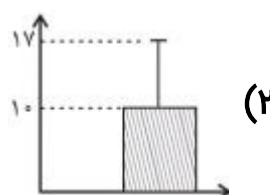
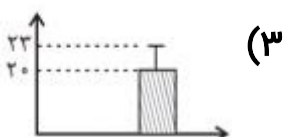
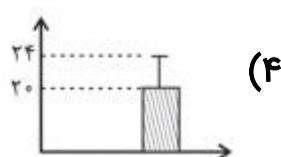
۲۶) اگر نمرات درس ریاضی یک کلاس ۱۴ نفره، ۱۸، ۱۶، ۱۲، ۱۳، ۱۷، ۲۰، ۱۹، ۲۰، ۱۳، ۱۲، ۱۰، ۱۸، ۸، ۱۷ باشد و بعد از آزمایش یک روش آموزشی جدید در این کلاس به نمرات کمتر از ۱۸ و بزرگ‌تر یا مساوی ۱۳ یک نمره و به نمرات کمتر از ۱۳ دو نمره اضافه شده باشد؛ در این صورت اختلاف دامنه میان چارکی نمرات جدید با میانه نمرات اولیه چقدر است؟

- (۱) $10/5$ (۲) $12/5$ (۳) $11/5$ (۴) $12/75$

۲۷) دامنه میان چارکی داده‌های $2/1, 5/75, 5/25, 4/2, 4/1, 3/5, 2/5, 2/25, 5/1, 3/75, 5/75$ کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $2/75$ (۴) $1/1$

۲۸) در یک سری از داده‌های آماری با پراکندگی نرمال، تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در محدوده $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ قرار دارند. نمودار مناسب برای این داده‌ها کدام است؟



۲۹) می‌خواهیم تعداد تصادفات و درصد خسارات وارد شده به خودروها را در شهرها و جاده‌های برون شهری بررسی کنیم. جدول زیر نشان دهنده تعداد تصادفات ماشین‌ها و سرعت حرکت آنها در زمان تصادف است.

| د | ۲۰ - ۳۰ | ۳۰ - ۴۰ | ۴۰ - ۵۰ | ۵۰ - ۶۰ | ۶۰ - ۷۰ | ۷۰ - ۸۰ | ۸۰ - ۹۰ | ۹۰ - ۱۰۰ | ۱۰۰ - ۱۱۰ | ۱۱۰ - ۱۲۰ |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| | ۲۸۰ | ۲۹۰ | ۳۰۰ | ۴۱۰ | ۲۱۰ | ۱۸ | ۱۷ | ۹ | ۴ | ۲ |

کدام گزینه در رابطه با موضوع بررسی شده نادریست است؟

- ۱) باید واحد اندازه‌گیری مناسبی به غیر از $(\frac{km}{h})$ برای سرعت خودروها، در نظر گرفته می‌شد.
- ۲) در این بررسی باید مشخص می‌شد که تصادفات در داخل شهر رخ داده‌اند یا در جاده‌های برون شهری.
- ۳) در این بررسی باید درصد خسارات وارد شده به خودروها مشخص می‌شد.
- ۴) جدول بالا نشان می‌دهد که هر چقدر سرعت خودروها بیشتر باشد، احتمال تصادف آن‌ها کم‌تر است که این نتیجه به خاطر نداشتن اطلاعات کافی غلط است.

۳۰) کدام گزینه نادریست است؟

- ۱) در تفسیر نتایج، توجه به محدودیت‌های مطالعاتی که انجام داده‌ایم اهمیت دارد.
- ۲) در تحلیل داده‌ها، باید گزارش چنان صادقانه باشد که افراد دیگری که قصد انجام مطالعه در همان زمینه را دارند با مشکلات مشابه مواجه نشوند.
- ۳) با توجه به نمونه‌گیری، اگر داده‌ها را با روش مناسبی تحلیل کرده باشیم، در بهترین حالت می‌توانیم نتایج را فقط به جامعه آماری مورد بررسی تعمیم دهیم.
- ۴) اگر تمامی افراد جامعه مورد بررسی قرار نگرفته باشند، نتایج به‌دست آمده از نمونه ما را به یک نتیجه قطعی می‌رساند.



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۱ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۱

مسیر رفت و برگشت به صورت‌های زیر امکان‌پذیر است:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \quad \text{یا} \quad A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \quad \text{یا} \quad A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \quad \text{یا} \quad A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$(3 \times 4 \times 3 \times 2) + (3 \times 4 \times 3 \times 2) + (2 \times 3 \times 2 \times 1) + (2 \times 3 \times 4 \times 3) \\ = 72 + 72 + 12 + 72 = 228$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

برای به دست آوردن مطلوب سؤال، ابتدا حالتی را که تمام اعداد زوج کنار هم باشند، محاسبه کرده و سپس از کل حالت‌ها کم می‌کنیم:

$$\text{تعداد اعداد شش رقمی با ارقام داده شده} = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$7, 9, \boxed{2, 4, 6, 8}, 4! \\ \text{تعداد اعداد شش رقمی که ارقام زوج کنار هم باشند}$$

$$\Rightarrow 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$720 - 144 = 576 = \text{تعداد اعداد شش رقمی که تمام ارقام زوج کنار هم نباشند.}$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

زن ۳ ۱ مرد و ۲ زن ۲ مرد و ۱ زن

$$\text{تعداد حالت‌های ممکن} = \binom{4}{1} \binom{6}{2} + \binom{4}{2} \binom{6}{1} + \binom{4}{3}$$

$$= 4 \times \frac{6!}{4!2!} + \frac{4!}{2!2!} \times 6 + 4 = 4 \times 15 + 6 \times 6 + 4$$

$$= 60 + 36 + 4 = 100$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

برای شمارش تعداد زیرمجموعه‌هایی که هیچ‌یک از عضوهای b و c آن‌ها نباشند، کافی است تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, d, e\}$ را بشماریم که برابر است با:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

از طرفی کل زیرمجموعه‌های مجموعه A برابر است با:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های مطلوب} = 32 - 8 = 24$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

برای سفر از شهر A به شهر C باید از شهر B یا شهر D عبور کرد. بنابراین:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = 3 \times 3 + 4 \times 2 = 9 + 8 = 17$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

در بین سؤالات ۱ تا ۱۵، ۸ سؤال با شماره فرد و ۷ سؤال با شماره زوج داریم. بنابراین تعداد کل حالت‌های انتخابی برابر است با:

$$\binom{8}{3} \times \binom{7}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} \times \binom{7}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 56 \times 35$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

رقم ۸ را از اعداد کنار می‌گذاریم، پس ۵ رقم ۰، ۲، ۳، ۶، ۷ را داریم. ۰ و ۲ را یک بسته به صورت ۲۰ در نظر می‌گیریم.
۲۰، ۳، ۶، ۷

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند در کل آن عمل به $(m \times n)$ طریق انجام پذیر است. لفظ «و» نشان دهنده اصل ضرب است. بنابراین:

$$(1) \quad \binom{4}{3} \binom{4}{2} = 4 \times \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 24$$

$$(2) \quad \binom{3}{2} \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

اصل جمع: اگر عملی را بتوان به m طریق و عمل دیگری را بتوان به n طریق انجام داد، به طوری که این دو عمل را نتوانیم با هم انجام دهیم، در این صورت به $(m+n)$ طریق می توان عمل اول یا دوم را انجام داد. لفظ «یا» نشان دهنده اصل جمع است.

$$\xrightarrow{(1)+(2)} 24 + 9 = 33 \quad \text{بنابراین:}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{طبق تعریف:}$$

$$\Rightarrow P(n, n-1) = \frac{n!}{(n-(n-1))!} = \frac{n!}{1!} = \frac{n!}{1} = n!$$

بررسی نادرستی سایر گزینه ها:

$$\text{گزینه «۱»}: 3! + 4! = (3 \times 2 \times 1) + (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 6 + 24 = 30 \neq 7!$$

$$\text{گزینه «۲»}: 3 \times 2! = 3 \times (2 \times 1) = 3! \neq 6!$$

$$\text{گزینه «۴»}: C(n, 1) = \frac{n!}{(n-1)! \times 1!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)! \times 1} = \frac{n}{1} = n \neq 1$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

طبق اصل جمع داریم:

$$4 + 3 + 3 = 10 \quad \text{تعداد انتخاب ها}$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

«عاطفی» از پنج حرف تشکیل شده است. (ع - ا - ط - ف - ی)

$$۱۲۰ = ۵! = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = \text{تعداد کل کلمات پنج حرفی بدون تکرار}$$

تعداد حالاتی که دو حرف «ع» و «ی» کنار هم باشند، با توجه به اینکه این دو حرف یک بسته به حساب آیند، (با جایگشت دو حرف) برابر است با:

$$۴! \times ۲! = (۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱) \times (۲ \times ۱) = ۴۸$$

$$۷۲ = ۱۲۰ - ۴۸ = \text{تعداد کلمات پنج حرفی که حروف (ع و ی) کنار هم نباشند}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

حروف یکسان را در یک بسته قرار می‌دهیم: بنابراین ۵ شیء ۵ جایگشت دارند، بنابراین:

اش م نن دد

$$۵! = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فضای نمونه شامل کل اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۵ است. پس: $n(S) = ۲۴$

ابتدا اعداد اول کوچکتر از ۲۵ را مشخص می‌کنیم:

$$A' = \{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳\}$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۹}{۲۴}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{۹}{۲۴} = \frac{۱۵}{۲۴} = \frac{۵}{۸}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا تعداد کل حالات ممکن را به دست می‌آوریم:

تعداد کل سیب‌ها $۸ + ۴ = ۱۲$

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220$$

برای آنکه فقط دو سیب از سه سیب، سالم باشد، باید ۲ سیب سالم از ۸ سیب سالم و ۱ سیب لکه‌دار از ۴ سیب لکه‌دار انتخاب شود:

$$n(A) = \binom{8}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{8 \times 7}{2} \times 4 = 112$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم یعنی ابتدا فرض می‌کنیم همه تاس‌ها یکسان ظاهر شوند:

$$A = \{(1, 1, 1), (2, 2, 2), \dots, (6, 6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

$$n(S) = \binom{13}{2} = \frac{13!}{11! \times 2!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11! \times 2!} = 78$$

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{6}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{1} + \binom{6}{1} \binom{3}{1}$$

$$= (4 \times 6) + (4 \times 3) + (6 \times 3)$$

$$= 24 + 12 + 18 = 54$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{54}{78} = \frac{9}{13}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

$$n(S) = ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ = ۱۲^۷$$

در ۱۲ حالت ماه تولد آن‌ها یکی است. (۱) همه فروردین به دنیا آمده باشند، (۲) همه اردیبهشت به دنیا آمده باشند، و (۱۲) همه اسفند به دنیا آمده باشند. $\Rightarrow n(A) = ۱۲ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۲}{۱۲^۷} = \frac{۱}{۱۲^۶}$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

اعداد غیر اول ۱ و ۴ بوده که باید در مکان‌های زوج ۲ و ۴ قرار بگیرند که این کار به ۲! حالت امکان‌پذیر است و سپس سه توپ باقی‌مانده با شماره‌های ۲، ۳ و ۵ به ۳! حالت در مکان‌های باقی‌مانده قرار می‌گیرند. از طرفی $n(S) = ۵!$ در نتیجه:

$$P = \frac{۳! \times ۲!}{۵!} = \frac{۳! \times ۲ \times ۱}{۵ \times ۴ \times ۳!} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

اعداد مضرب ۲ از فضای نمونه S: $A = \{۲, ۴, ۶, \dots, ۱۰۰\}$

$$\Rightarrow n(A) = ۵۰$$

اعداد مضرب ۳ از فضای نمونه S: $B = \{۳, ۶, ۹, \dots, ۹۹\}$

$$\Rightarrow n(B) = ۳۳$$

عددی که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ باشد، مضرب ۶ است.

$$C = \{۶, ۱۲, \dots, ۹۶\} \Rightarrow n(C) = ۱۶$$

اعدادی که مضرب ۲ باشند ولی مضرب ۳ نباشند برابر $A - B$ است، پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= n(A) - n(C) = ۵۰ - ۱۶ = ۳۴$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 6), (4, 1), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2), (6, 3)\}$$

$$n(A) = 12$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{P(A)}{1 - P(A)} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7P(A) = 3 - 3P(A)$$

$$\Rightarrow 10P(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} \times 100 = 30 \text{ درصد}$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا تعداد کل اعداد سه رقمی زوج را که با ارقام ۴, ۳, ۶, ۵, ۰ ساخته می‌شود به دست می‌آوریم:

الف) اگر یکان صفر باشد: $4 \times 3 \times \frac{1}{\text{فقط صفر}} = 12$

ب) اگر یکان غیر صفر باشد (۴ یا ۶): $3 \times 3 \times 2 = 18$

$$12 + 18 = 30$$

تعداد اعداد سه رقمی زوج با ارقام داده شده برابر با ۳۰ تا است.

از این تعداد، اعدادی که یکان صفر دارند، مضرب ۵ هستند:

$$P(\text{مضرب } 5) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0.4$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

احتمال رخ ندادن پیشامد A را با $P(A')$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(A')} = \frac{0/4}{0/6} = \frac{2}{3}$$

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

$$S = \{(1,ر), (1,پ), (2,ر), (2,پ), \dots, (6,ر), (6,پ)\}$$

$$A = \{(1,ر), (2,ر), \dots, (6,ر), (4,پ)\} \Rightarrow n(A) = 7$$

$$B = \{(1,ر), (1,پ), (3,ر), (3,پ), (5,ر), (5,پ)\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$A - B = \{(2,ر), (4,ر), (6,ر), (4,پ)\} \Rightarrow n(A - B) = 4$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا داده‌های داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و سپس میانگین و میانه آن‌ها را می‌یابیم.

$$0, 2, 3, \boxed{A}, 10, 12, 14 \Rightarrow \bar{x} = \frac{0+2+3+8+10+12+14}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

میانہ

میانگین داده‌ها ۷ است. برای آن که میانگین داده‌ها ثابت بماند، باید دو داده با فاصله‌های برابر از میانگین (یکی کمتر و دیگری بیشتر از میانگین) به داده‌ها اضافه شود. پس گزینه‌های «۱» و «۲» غلط‌اند! حال اگر بخواهیم میانه نیز تغییر نکند باید یکی بزرگتر از میانه و یکی کوچکتر از میانه باشد پس نباید عددی بین میانگین و میانه قرار بگیرد. پس گزینه «۳» نادرست و لذا گزینه «۴» صحیح است. زیرا اولاً فاصله دو عدد ۸/۵ و ۵/۵ از میانگین ۷ یکسان و برابر ۱/۵ است و ثانیاً ۸/۵ و ۵/۵ یکی کوچکتر و یکی بزرگتر از میانه هستند.

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

 $8, 10, 12, 13, 13, 16, 17, 17, 18, 18, 19, 20, 20$

$$Q_2 = \frac{16+17}{2} = 16.5$$

 $10, 12, 14, 14, 14, 14, 17, 18, 18, 18, 19, 20, 20$

$$Q_1 = 14$$

$$Q_2 = \frac{17+18}{2} = 17.5$$

$$Q_3 = 18$$

دامنه میان چارکی = $18 - 14 = 4$ اختلاف میانه نمرات اولیه با دامنه میان چارکی داده‌های جدید = $16.5 - 4 = 12.5$

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

 $2/1, 2/25, 2/5, 3/5, 3/75, 4/1, 4/2, 5/1, 5/25, 5/75, 5/75$

$$Q_1 = 2/5, Q_2 = 4/1, Q_3 = 5/25$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 5/25 - 2/5 = 2/75$$

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم در منحنی نرمال داده‌ها، حدوداً ۹۶ درصد داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند. در متن سؤال گفته شده ۹۶ درصد داده‌ها در بازه $(20 - 6, 20 + 6)$ قرار دارند، پس نتیجه می‌گیریم که:

$$\bar{x} = 20, 2\sigma = 6 \Rightarrow \sigma = 3$$

ارتفاع مستطیل به اندازه میانگین و میله خطا به اندازه انحراف معیار است، پس نمودار گزینه «۳» درست است.

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

واحد کیلومتر بر ساعت، واحد استاندارد برای اندازه گیری سرعت در ایران است و مشکلی ندارد.

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر تمامی افراد جامعه مورد بررسی قرار نگیرند نتایج ما قطعی نیستند، چون ممکن است با یک نمونه دیگر از همین جامعه به نتیجه دیگری رسید



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۲ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

۱) رابطه بازگشتی یک دنباله به صورت $a_{n+1} = \sqrt{2}a_n$ و $a_1 = \sqrt{8}$ می‌باشد. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

(۲) $a_n = 2 \times (\sqrt{2})^n$

(۱) $a_n = 2 \times (\sqrt{2})^{n-1}$

(۴) $a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$

(۳) $a_n = (\sqrt{2})^n$

۲) تفاضل مجموع اعداد سطرهای مثلث خیام که شامل عدد ۶ هستند، کدام است؟

(۴) ۶۴

(۳) ۴۸

(۲) ۳۲

(۱) ۱۶

۳) جمله چهارم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ و $a_1 = 1$ کدام است؟

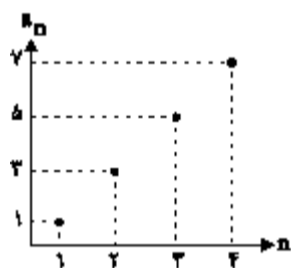
(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

۴) نمودار مقابل چهار جمله اول کدام دنباله می‌تواند باشد؟



(۱) $a_n = 2n^2 - 1$

(۲) $a_n = 2n - 1$

(۳) $a_n = 2n + 1$

(۴) $a_n = 2n^2 + 1$

۵) کدام یک از رابطه‌های بازگشتی زیر، یک دنباله ی حسابی را مشخص می‌کند؟

(۲) $(n \geq 1) a_{n+1} - 7 = a_n, a_1 = -2$

(۱) $(n \geq 2) a_n = 2a_{n-1}, a_1 = 3$

(۴) $(n \geq 1) a_{n+1} + a_n = 2, a_1 = 8$

(۳) $(n \geq 1) a_{n+1} - a_n = 3n, a_1 = 3$

۶) جمله چندم از دنباله $a_n = \frac{3n^2+2}{5}$ برابر $\frac{14}{5}$ است؟

(۴) پنجم

(۳) چهارم

(۲) سوم

(۱) دوم

۷) در دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{3n+1}{n-1}$ ، جمله چندم برابر ۴ خواهد بود؟

(۴) ششم

(۳) پنجم

(۲) چهارم

(۱) سوم

۸) یک فروشگاه برای فروش یک محصول قیمت آن را برای مشتری برحسب تعداد خرید از آن محصول طبق جدول زیر تعیین کرد. تابعی که مبلغ پرداختی به ازای تعداد کالای خریداری شده را نشان می‌دهد، کدام است؟

| تعداد خرید | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|---------------------|------|------|------|------|------|
| قیمت هر یک از محصول | ۵۰۰۰ | ۴۰۰۰ | ۴۰۰۰ | ۳۵۰۰ | ۳۵۰۰ |

$$f(n) = \begin{cases} 5000 & , n=1 \\ 4000+n & , n=2,3 \\ 3500+n & , n=4,5 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(n) = \begin{cases} 5000 & , n=1 \\ 4000n & , n=2,3 \\ 3500n & , n=4,5 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(n) = \begin{cases} 1 & , n=5000 \\ 2+3n & , n=4000 \\ 4+5n & , n=3500 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(n) = \begin{cases} 5000+n & , n=1 \\ 4000+n & , n=2,3 \\ 3500+n & , n=4,5 \end{cases} \quad (۳)$$

۹) اگر $6x+1$ ، x^2+8 و $x^2+4x+27$ به ترتیب از راست به چپ، سه جمله متوالی دنباله فیبوناچی باشند، عدد وسطی کدام است؟

- ۳۴ (۱) ۵۵ (۲) ۸۹ (۳) ۱۴۴ (۴)

۱۰) اگر جمله سوم دنباله $a_n = 4n^2 - n + 3k$ برابر صفر باشد، جمله هفتم آن کدام است؟

- ۱۳۶ (۱) ۱۴۲ (۲) ۱۵۶ (۳) ۱۶۰ (۴)

۱۱) در یک دنباله حسابی با جمله اول (-۸) ، مجموع چهارده جمله ی اول برابر با ۷۰ می باشد، جمله ی سیزدهم دنباله کدام است؟

- ۱۷ (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴)

۱۲) نمودار یک دنباله حسابی، منطبق بر نمودار خط $y = 2x - 8$ می باشد. مجموع ۳۰ جمله اول این دنباله کدام است؟

- ۶۸۰ (۱) ۷۲۰ (۲) ۶۹۰ (۳) ۷۵۰ (۴)

۱۳) در یک دنباله حسابی جمله هفتم، ۱۲ واحد کمتر از جمله دهم است. اگر جمله اول نصف اختلاف مشترک دنباله باشد، مجموع ۱۰ جمله اول دنباله کدام است؟

- ۲۰۰ (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۹۸ (۳) ۱۹۰ (۴)

۱۴) بین دو عدد ۵ و ۶۲ چند عدد قرار داده‌ایم، به طوری که این اعداد با دو عدد ۵ و ۶۲ تشکیل یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۳ دهند. مجموع اعداد این دنباله با جمله اول ۵ و جمله آخر ۶۲ کدام است؟

- ۷۴۷ (۱) ۷۳۷ (۲) ۶۷۰ (۳) ۵۴۰ (۴)

۱۵) در یک دنباله حسابی جمله صدم برابر ۱۰۰۰ و جمله هزارم برابر ۱۰۰ می باشد. جمله پانصدم این دنباله کدام است؟

- ۶۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۵۵۰ (۴)

۱۶) اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $a_n = 5n - 8$ باشد، مجموع ده جمله اول دنباله چقدر است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۹۵ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۲۵

۱۷) در یک دنباله حسابی جمله اول ۲ و $a_7 = 5a_3$ است. مجموع ده جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) -۴۵ (۲) -۵۰ (۳) -۶۵ (۴) -۷۰

۱۸) مجموع ۳۵ عدد طبیعی بخش‌پذیر بر ۳، که بزرگترین آن‌ها ۱۵۰ باشد، کدام است؟

- (۱) ۳۴۲۰ (۲) ۳۴۶۵ (۳) ۳۴۷۵ (۴) ۳۵۰۰

۱۹) مجموع ۳۰ جمله دوم دنباله $a_{n+1} = a_n + 2$ و $a_1 = 3$ کدام است؟

- (۱) ۵۵۲۰ (۲) ۲۷۶۰ (۳) -۲۵۸۰ (۴) ۲۷۳۰

۲۰) در دنباله حسابی ... ، ۱۲ ، ۷ ، ۲ چندمین جمله برابر ۴۷ است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۱) ده عدد، جملات متوالی از یک دنباله حسابی‌اند. مجموع ۵ جمله اول ۵۵ و مجموع ۵ جمله آخر آن ۱۳۰ می‌باشد، کوچکترین این اعداد کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲) اگر به اختلاف مشترک یک دنباله حسابی ۳ واحد اضافه شود و از جمله اول آن ۲ واحد کم شود، آنگاه به مجموع ۵ جمله اول چه مقدار اضافه خواهد شد؟

- (۱) تغییری نمی‌کند. (۲) ۵ واحد (۳) ۱۰ واحد (۴) ۲۰ واحد

۲۳) به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود، با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{1}{15}$

۲۴) اگر رابطه بازگشتی یک دنباله حسابی به صورت $a_1 = 3$ و $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3^n}$ باشد، جمله سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $-\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۲۵) در یک دنباله حسابی، مجموع جملات چهارم و هشتم برابر با ۴ و حاصل ضرب جملات اول و ششم برابر با -۲۶ می‌باشد. اختلاف مشترک دنباله کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۲۶) جمله دهم یک دنباله حسابی از جمله هجدهم آن، ۲۷ واحد کمتر است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{1}{27}$ (۳) $\frac{27}{8}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۲۷) شخصی در ماه اول A ریال پس‌انداز کرده است. در هر ماه به اندازه $\frac{1}{10}A$ بیشتر از ماه قبل پس‌انداز می‌کند تا مقدار پس‌انداز ماهانه به دو برابر پس‌انداز ماه اول برسد. اگر در این زمان مجموع پس‌انداز شخص ۶۳۰۰۰ تومان باشد، اولین پس‌انداز وی چقدر بوده است؟

- (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۲۲۰۰ (۴) ۲۴۰۰

۲۸) اگر $2x - \sqrt{3}$ ، $x - 1$ و $x + \sqrt{3}$ سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۹) در جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می‌باشد. اختلاف مشترک دنباله کدام است؟

$$\frac{4}{3} \text{ (۴)}$$

$$۱ \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

۳۰) اگر $A \subseteq -B'$ باشد، حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ ، کدام است؟

$$A' \cup B' \text{ (۴)}$$

$$A \cup B \text{ (۳)}$$

$$A' \cap B' \text{ (۲)}$$

$$A \cap B \text{ (۱)}$$



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۲ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

از رابطه $a_{n+1} = \sqrt{2}a_n$ نتیجه می‌گیریم که این دنباله، هندسی بوده و نسبت مشترک آن $r = \sqrt{2}$ می‌باشد. لذا داریم:

$$a_n = a_1 \times r^{n-1} \xrightarrow[r=\sqrt{2}]{a_1=\sqrt{2}=2\sqrt{2}} a_n = 2\sqrt{2} \times (\sqrt{2})^{n-1}$$

$$= 2 \times (\sqrt{2})^{1+n-1} = 2 \times (\sqrt{2})^n$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به الگوی مثلث خیام در شکل زیر، تنها سطرهای پنجم و هفتم شامل عدد ۶ هستند، و تفاضل مجموع اعداد این سطرها برابر است با:

$$۶۴ = \text{مجموع اعداد سطر هفتم}$$

$$۱۶ = \text{مجموع اعداد سطر پنجم}$$

$$۴۸ = ۶۴ - ۱۶ = \text{حاصل مطلوب}$$

| | | | | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|----|---|---|---|
| ۱) | | | | | | | | | ۱ |
| ۲) | | | | | | | | ۱ | ۱ |
| ۳) | | | | | | | ۱ | ۲ | ۱ |
| ۴) | | | | | | ۱ | ۳ | ۳ | ۱ |
| ۵) | | | | ۱ | ۴ | ۶ | ۴ | ۱ | |
| ۶) | | ۱ | ۵ | ۱۰ | ۱۰ | ۵ | ۱ | | |
| ۷) | ۱ | ۶ | ۱۵ | ۲۰ | ۱۵ | ۶ | ۱ | | |
| ۸) | ۱ | ۷ | ۲۱ | ۳۵ | ۳۵ | ۲۱ | ۷ | ۱ | |

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = 3 + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = 6 + 4 = 10$$

تذکر: اگر الگوی فوق را ادامه دهیم می‌توانیم برای آن جمله عمومی $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ را به دست آوریم.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به آن که نقاط نمودار روی یک خط قرار می‌گیرند، بنابراین از یک الگوی خطی پیروی می‌کنند، پس گزینه‌های «۱» و «۴» نادرست است. همچنین:

$$a_1 = 2 \times 1 - 1 = 1$$

$$a_2 = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$a_3 = 2 \times 3 - 1 = 5$$

$$a_4 = 2 \times 4 - 1 = 7$$

بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم دنباله‌ای حسابی است که تفاضل هر جمله (به جز جمله ی اول) از جمله ی ماقبل آن مقدار ثابتی باشد. در بین گزینه‌ها فقط در گزینه ی «۲» این ویژگی برقرار است، زیرا داریم:

$$a_{n+1} - a_n = 7$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$a_n = \frac{14}{5} \Rightarrow \frac{3n^2 + 2}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 2 = 14 \Rightarrow 3n^2 = 12 \Rightarrow n^2 = 4 \xrightarrow{n > 0} n = 2$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{3n+1}{n-1} = \frac{4}{1} \Rightarrow 3n+1 = 4n-4 \Rightarrow n = 5$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

طبق جدول، تابعی که مدل سازی می‌کنیم به صورت زیر است:

$$f(n) = \begin{cases} 5000 & , n = 1 \\ 4000n & , n = 2, 3 \\ 3500n & , n = 4, 5 \end{cases}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

جملات دنباله فیبوناچی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= a_{n+1} + a_n, a_1 = a_2 = 1 \\ \Rightarrow x^2 + 4x + 27 &= (x^2 + 8) + (6x + 1) \Rightarrow 4x + 27 = 6x + 9 \\ \Rightarrow 2x &= 18 \Rightarrow x = 9 \end{aligned}$$

$$\text{جمله وسطی: } x^2 + 8 = 9^2 + 8 = 89$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با جایگذاری $n = 3$ و $a_3 = 0$ در جمله عمومی مقدار k را به دست می‌آوریم:

$$a_n = 4n^2 - n + 3k \xrightarrow[n=3]{a_3=0} 4(3)^2 - 3 + 3k = 0$$

$$\Rightarrow 33 + 3k = 0 \Rightarrow 3k = -33 \Rightarrow k = -11$$

$$a_n = 4n^2 - n - 33 \xrightarrow{n=7} a_7 = 4(7)^2 - 7 - 33 = 156$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 = -8, n = 14, S_n = 70$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \Rightarrow S_{14} = \frac{14}{2} (-8 + a_{14}) = 70$$

$$\Rightarrow 7(-8 + a_{14}) = 70 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین به 7}} -8 + a_{14} = 10$$

$$\Rightarrow a_{14} = 18$$

$$a_{14} = a_1 + 13d \Rightarrow 18 = -8 + 13d \Rightarrow d = 2$$

$$\Rightarrow a_{13} = 18 - 2 = 16$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

ضابطه این دنباله حسابی به صورت $a_n = 2n - 8$ می‌باشد که با توجه به این موضوع، خواهیم داشت:

$$a_n = 2n - 8 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow a_1 = 2(1) - 8 = -6 \\ n = 2 \Rightarrow a_2 = 2(2) - 8 = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = (-4) - (-6) = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow[n=30]{a_1=-6, d=2}$$

$$S_{30} = \frac{30}{2}(\underbrace{2(-6) + 29(2)}_{46}) = 15 \times 46 = 690$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{10} - a_7 = 12 \Rightarrow (a_1 + 9d) - (a_1 + 6d) = 12$$

$$\Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4$$

$$a_1 = \frac{d}{2} \xrightarrow{d=4} a_1 = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{10} = 5 \times (4 + 36) = 200$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم k جمله، بین دو ۵ و ۶۲ عدد قرار داده‌ایم:

$$d = \frac{b-a}{k+1} \Rightarrow 3 = \frac{62-5}{k+1}$$

$$\Rightarrow 3k+3 = 57 \Rightarrow k = 18$$

بنابراین دنباله شامل ۲۰ جمله است.

$$\Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(2 \times 5 + 19 \times 3) = 670$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

$$\begin{cases} a_{100} = 1000 \\ a_{1000} = 100 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{100 - 1000}{1000 - 100} = \frac{-900}{900} = -1$$

$$\begin{cases} a_{500} = x \\ a_{1000} = 100 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{100 - x}{1000 - 500} \Rightarrow -1 = \frac{100 - x}{500}$$

$$\Rightarrow -500 = 100 - x \Rightarrow x = 100 + 500 = 600$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

$$a_n = 5n - 8 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 5 \times (1) - 8 = -3 \\ a_{10} = 5 \times (10) - 8 = 42 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(-3 + 42) = 5 \times (39) = 195$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

$$a_7 = 5a_3 \Rightarrow a_1 + 6d = 5(a_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow 7 + 6d = 5(7 + 2d) \Rightarrow 7 + 6d = 35 + 10d \Rightarrow -4d = 28$$

$$\Rightarrow d = \frac{28}{-4} = -7$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(7 \times 2 + 9 \times (-7)) = 5(14 - 63) = 5(-49) = -245$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

اعداد خواسته شده تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت $d = -3$ و جمله اول $a_1 = 150$ می‌دهند. بنابراین:

$$150, 147, 144, \dots \Rightarrow d = -3$$

$$a_{35} = a_1 + 34d \Rightarrow a_{35} = 150 + 34 \times (-3) = 48$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{35} = \frac{35}{2} \times (2 \times 150 + (35-1)(-3))$$

$$= \frac{35}{2} \times (300 - 102) = 3465$$

دقت کنید که در صورت سؤال باید گفته می‌شد که اعداد متوالی بخش‌پذیر بر ۳ هستند.

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

دنباله $a_{n+1} = a_n + 2$ با فرض $a_1 = 3$ ، یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و قدرنسبت $d = 2$ است. حال می‌خواهیم مجموع ۳۰ جمله دوم این دنباله را به دست آوریم. یعنی مجموع جملات زیر:

$$a_{31} + a_{32} + \dots + a_{60} \Rightarrow \text{مجموع ۳۰ جمله مورد نظر} = \frac{30}{2}(a_{31} + a_{60})$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ۳۰ جمله مورد نظر} = 15(a_1 + 30d + a_1 + 59d) = 15(2a_1 + 89d)$$

$$\stackrel{\substack{a_1=3 \\ d=2}}{\Rightarrow} 15(2(3) + 89(2)) = 15(6 + 178) = 15(184) = 2760$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

$$\underbrace{2}_{a_1}, \underbrace{7}_{a_1+d}, \underbrace{12}_{a_1+2d}, \dots$$

$$\Rightarrow d = 5, a_1 = 2$$

$$a_k = 47 \Rightarrow a_1 + (k-1)d = 47$$

$$\Rightarrow 2 + (k-1)5 = 47 \Rightarrow k = 10$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۳

مجموع ۵ جمله اول و ۵ جمله دوم برابر مجموع ۱۰ جمله اول می‌شود.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{cases} S_5 = 55 \\ S_{10} = S_5 + 130 = 185 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 55 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) \\ 185 = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 4d = -22 \\ 2a_1 + 9d = 37 \end{cases} \Rightarrow 5d = 15 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow a_1 = 5$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۴

$$S_5 = \frac{5}{2}[2a_1 + (5-1)d] \Rightarrow S_5 = \frac{5}{2}[2a_1 + 4d] = 5(a_1 + 2d)$$

$$\text{مجموع ۵ جمله جدید: } S'_5 = \frac{5}{2}[2(a_1 - 2) + (5-1)(d+3)]$$

$$= 5[a_1 - 2 + 2(d+3)]$$

$$= 5(a_1 - 2 + 2d + 6) = 5(a_1 + 2d + 4) = 5(a_1 + 2d) + 20 = S_5 + 20$$

بنابراین ۲۰ واحد اضافه می‌شود.

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۳ و ۵ را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$n(A) = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 30$$

$$n(B) = \left[\frac{99}{5} \right] - \left[\frac{9}{5} \right] = 18$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{15} \right] - \left[\frac{9}{15} \right] = 6$$

$$n(A \cup B) = 30 + 18 - 6 = 42$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = a_1 - \frac{1}{3} \Rightarrow a_2 = 3 - \frac{1}{3} = \frac{9-1}{3} = \frac{8}{3}$$

$$a_3 = a_2 - \frac{1}{3} \Rightarrow a_3 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{8-1}{3} = \frac{7}{3}$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

$$a_4 + a_8 = 4 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 7d = 4 \Rightarrow 2a_1 + 10d = 4$$

$$\Rightarrow 2(a_1 + 5d) = 4 \Rightarrow a_1 + 5d = 2 \Rightarrow a_6 = 2$$

$$a_1 \times a_6 = -26 \xrightarrow{a_6=2} 2a_1 = -26 \Rightarrow a_1 = -13$$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_6 - a_1}{6 - 1} = \frac{2 - (-13)}{5} = 3$$

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۳

$$a_{10} = a_{18} - 27 \Rightarrow a_1 + 9d = a_1 + 17d - 27$$

$$\Rightarrow 9d - 17d = -27 \Rightarrow -8d = -27 \Rightarrow d = \frac{27}{8}$$

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 = A, a_2 = A + \frac{1}{20}A, a_3 = a_2 + \frac{1}{20}A, \dots$$

چون در دنباله فوق مقدار ثابت $\frac{1}{20}A$ به هر جمله قبل اضافه می‌شود، پس دنباله مذکور دنباله حسابی با اختلاف مشترک $\frac{1}{20}A$ است.

$$a_1 = A, d = \frac{1}{20}A, a_n = 2A, S_n = 63000$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2A = A + (n-1)\frac{1}{20}A$$

$$\Rightarrow A = (n-1)\frac{1}{20}A \Rightarrow n-1 = 20 \Rightarrow n = 21$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow 63000 = \frac{21[2A + 20 \times \frac{1}{20}A]}{2}$$

$$\Rightarrow 126000 = 21 \times 3A \Rightarrow A = 2000$$

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

می‌دانیم اگر سه جمله a, b, c تشکیل دنباله حسابی دهند، آن‌گاه:

$$2b = a + c$$

$$2(x-1) = x + \sqrt{3} + 2x - \sqrt{3} \Rightarrow 2x - 2 = 3x \Rightarrow x = -2$$

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{مجموع جملات ردیف زوج} : a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = 150$$

$$\text{مجموع جملات ردیف فرد} : a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{19} = 135$$

عبارت‌های به‌دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$\underbrace{(a_2 - a_1)}_d + \underbrace{(a_4 - a_3)}_d + \underbrace{(a_6 - a_5)}_d + \dots + \underbrace{(a_{20} - a_{19})}_d = 15$$

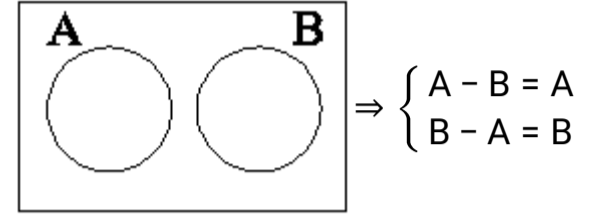
$$\Rightarrow 10d = 15 \Rightarrow d = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

اگر $A \subseteq B'$ باشد، پس A و B اشتراکی ندارند و جدا از هم هستند:



$$\Rightarrow (A \cup B)' = A' \cap B'$$



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

۱) حاصل ضرب سه جمله اول از یک دنباله هندسی برابر ۱۲۵ است. اگر جمله اول ۲۰ باشد، مجموع پنج جمله اول آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1075}{64}$ (۲) $\frac{1705}{64}$ (۳) $\frac{2705}{128}$ (۴) $\frac{3075}{128}$

۲) مجموع ده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{4}, x, y, 4, \dots$ کدام است؟

- (۱) $511/5$ (۲) $513/5$ (۳) 1023 (۴) 1025

۳) اگر در یک دنباله هندسی با جملات مثبت جمله هفتم ۸۱ برابر جمله سوم و جمله چهارم برابر ۵۴ باشد، مجموع ۵ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۴۲ (۴) ۲۴۲

۴) در یک دنباله ی هندسی با جملات غیر صفر، مجموع جملات اول و سوم $2/5$ برابر مجموع جملات دوم و چهارم است. نسبت مشترک دنباله

کدام است؟

- (۱) $1/8$ (۲) $1/4$ (۳) $5/4$ (۴) $2/8$

۵) مجموع ۶ جمله اول یک دنباله هندسی ۲۸ برابر مجموع ۳ جمله اول آن است و جمله پنجم دنباله ۲۷ است. نسبت مشترک این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) $1/6$ (۴) $1/9$

۶) اگر در یک دنباله هندسی جمله عمومی به صورت $a_n = \frac{1}{4}(-2)^{2n}$ و مجموع n جمله اول این دنباله برابر با ۳۴۱ باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۷

۷) در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، اگر مجموع دو جمله اول دنباله هندسی نصف مجموع جملات سوم و چهارم آن باشد، نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۱

۸) در یک دنباله هندسی با جمله عمومی t_n ، اگر $\frac{t_3}{t_6} = 8$ و جمله چهارم دنباله ۴ باشد، جمله هشتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $1/4$ (۴) $1/8$

۹) اگر جمله اول و نسبت مشترک یک دنباله هندسی به ترتیب از راست به چپ -۱ و $2/3$ باشد، ضابطه بازگشتی این دنباله کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{2}{3} \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} a_1 = \frac{2}{3} \\ a_{n+1} = -a_n \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} a_1 = \frac{2}{3} \\ a_{n+1} = a_n - 1 \end{cases}$

۱۰) نسبت مشترک دنباله هندسی $2, 3, \frac{9}{4}, \dots$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2/3$ (۳) $3/4$ (۴) ۳

۱۱) بین دو عدد ۸ و $\frac{1}{33}$ ، ۷ عدد مثبت قرار می‌دهیم به طوری که این ۹ عدد تشکیل دنباله هندسی بدهند. در این صورت مجموع این ۷ عدد قرار داده شده، کدام است؟

- ۱۵ (۱) $\frac{125}{16}$ (۲) ۱۶ (۳) $\frac{127}{16}$ (۴)

۱۲) اگر در یک دنباله هندسی، نسبت هر جمله به جمله قبلی برابر $\frac{1}{4}$ و مجموع چهار جمله اول آن ۱۵ باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۱۳) بین دو عدد $\frac{3}{4}$ و ۱۲ پنج عدد مثبت طوری قرار داده‌ایم که ۷ عدد حاصل تشکیل یک دنباله ی هندسی دهند. جمله ی چهارم کدام است؟ ($\frac{3}{4}$ ، جمله ی اول دنباله است.)

- ۴ $\sqrt{2}$ (۱) ۲ $\sqrt{2}$ (۲) ۵ $\sqrt{2}$ (۳) ۳ $\sqrt{2}$ (۴)

۱۴) در یک دنباله هندسی با جمله عمومی $a_n = \frac{2}{3^n}$ ، جمله چهارم چند برابر جمله ششم است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) ۹ (۴)

۱۵) در یک دنباله هندسی جمله اول ۲۲۴ با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ ، جمله nام آن ۷ می‌باشد. مجموع جملات این دنباله از ۲۲۴ تا عدد ۷ و خود این اعداد، کدام است؟

- ۳۶۹ (۱) ۴۲۰ (۲) ۴۴۱ (۳) ۴۵۸ (۴)

۱۶) حجم کره‌ای به شعاع ۲ برابر با $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ است. شعاع کره‌ای که حجم آن $4\sqrt{3}\pi$ است، کدام است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۷) حاصل ضرب ریشه‌های ششم عدد ۹ برابر با کدام گزینه است؟

- ۱) ریشه سوم عدد ۹
۲) ریشه سوم عدد ۹
۳) ریشه سوم عدد ۳
۴) ریشه سوم عدد -۳

۱۸) حاصل $2^{0/76} \times 4^{0/12} \times 8^{-1/3}$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۹) یک داروی شیمی‌درمانی، هر دفعه ۱۰ درصد سلول‌های سرطانی را نابود می‌کند. اگر در بدن یک شخص، به تعداد 10^8 سلول سرطانی وجود داشته باشد، پس از ۳ بار شیمی‌درمانی، چه تعداد سلول سرطانی در بدنش باقی خواهد ماند؟

- ۹ $\times 10^4$ (۱) ۹ $\times 10^5$ (۲) ۹ $\times 10^3$ (۳) ۹ $\times 10^4$ (۴)

۲۰) خلاصه شده عبارت $(\frac{\sqrt{2}}{2})^6 \times (\frac{1}{4}) \times (0/75)^{-3}$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۲۱) از تساوی $8 \times 2^{x+1} = (\frac{1}{4})^x$ مقدار x کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۲۲) جمعیت ملخ‌های یک روستای کویری حدود ۱۰۰۰۰۰ برآورد می‌شود. اگر نرخ رشد ملخ‌ها ثابت و ۵ درصد در سال باشد، پس از گذشت ۱۰ سال جمعیت ملخ‌ها تقریباً چقدر خواهد بود؟ $(1/05)^5 \approx 1/28$

- ۱۶۳۸۴۰ (۱) ۱۲۸۰۰۰ (۲) ۱۶۸۳۰۰ (۳) ۲۵۶۰۰۰ (۴)

۲۳) دو نقطه $(-\frac{1}{p}, a)$ و $(b, \frac{1}{p})$ روی نمودار تابع $y = (\frac{a}{b})^x$ قرار دارند، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{p}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{p}$

۲۴) اگر $f_1(x) = 2^x$ و $f_2(x) = (\frac{1}{4})^x$ باشند، آنگاه مقدار تابع $f_3(x) = f_1(x) \times f_2(x)$ به ازای $x = \frac{3}{5}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[5]{8}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt[5]{8}}$ (۳) $\sqrt[3]{32}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{32}}$

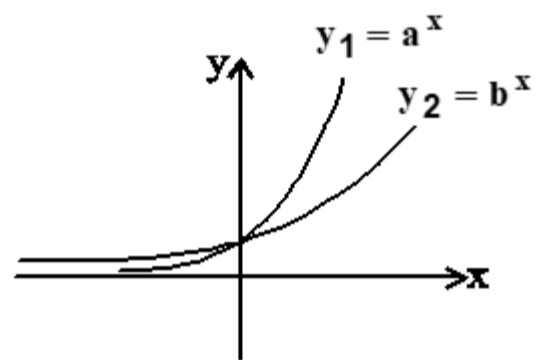
۲۵) اگر تابع $y = (3a - 1)^x$ یک تابع نمایی باشد، a کدام مقدار زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۶) جرم یک شهاب سنگ ۱۲ هزار کیلوگرم است. پس از ورود به جو زمین، در هر دقیقه ۱۰ درصد از جرم آن به خاطر تماس با جو زمین از بین می‌رود. پس از گذشت ۳ دقیقه از ورود به جو زمین، چند کیلوگرم از جرم آن باقی می‌ماند؟

- (۱) ۷۲۴۰ (۲) ۷۲۱۰ (۳) ۸۷۴۸ (۴) ۸۸۴۰

۲۷) با توجه به نمودار دو تابع y_1 و y_2 ، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $1 < a < b$

(۲) $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

(۳) $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b^2}$

(۴) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

۲۸) جمعیت کشوری در سال ۲۰۱۶ برابر ۶۴ میلیون نفر بوده است، اگر آهنگ رشد جمعیت ۰/۱۵ درصد در ماه ثابت باشد، بعد از ۶ ماه جمعیت این کشور کدام است؟

- (۱) $(\frac{20}{36})^6$ (۲) $(\frac{20}{0.3})^6$ (۳) $(\frac{23}{6})^6$ (۴) $(23)^6$

۲۹) اگر $2^{2x+2} = 2^x \times (\frac{1}{24})^2 \times (\frac{1}{3})^{-2}$ باشد، مقدار 3^x کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۹ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) ۲۷

۳۰) در تابع نمایی $f(x) = a^x$ ، اگر $f(b) = \frac{1}{4}$ و $f(0) = \frac{b}{4}$ باشد، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون ریاضی و آمار ۳ فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$a_1 \times a_1 r \times a_1 r^2 = 125$$

$$\Rightarrow a_1^3 r^3 = 5^3 \Rightarrow a_1 r = 5 \xrightarrow{a_1=20} 20r = 5 \Rightarrow r = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_5 = \frac{20(1-(\frac{1}{4})^5)}{1-\frac{1}{4}}$$

$$S_5 = \frac{20(1-\frac{1}{1024})}{\frac{3}{4}} = \frac{20 \times \frac{1023}{1024}}{\frac{3}{4}} = \frac{20 \times 1023 \times 4}{1024 \times 3} = \frac{1705}{64}$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

$$a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_6 = a_1 \times r^5 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times r^5 \Rightarrow r^5 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{a_1 \times (r^{10} - 1)}{r - 1} = \frac{\frac{1}{2} \times (2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1023}{2}$$

$$= \frac{1023}{2} = 511.5$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^2} = 81 \Rightarrow r^4 = 81 \xrightarrow{r>0} r = 3$$

$$a_6 = a_1 r^5 = 54 \Rightarrow a_1 (3^5) = 54 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$S_n = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_5 = \frac{2(3^5 - 1)}{3 - 1} = 242$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned}(a_1 + a_3) &= \frac{2}{5}(a_2 + a_4) \\ a_n &= a_1 r^{n-1} \\ (a_1 + a_1 r^2) &= \frac{2}{5}(a_1 r + a_1 r^3) \\ \Rightarrow a_1(1 + r^2) &= \frac{2}{5}(a_1 r)(1 + r^2) \\ \Rightarrow a_1 &= \frac{2}{5} a_1 r \Rightarrow 1 = \frac{2}{5} r \Rightarrow r = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned}\frac{S_6}{S_3} = 28 &\Rightarrow \frac{a_1(r^6 - 1)}{a_1(r^3 - 1)} = 28 \Rightarrow \frac{(r^3 - 1)(r^3 + 1)}{(r^3 - 1)} = 28 \\ \xrightarrow{(r \neq 1)} r^3 + 1 &= 28 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3\end{aligned}$$

$$a_6 = 27 \Rightarrow 11a_1 = 27 \Rightarrow a_1 = \frac{27}{11} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{r}{a_1} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 9$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

$$a_n = \frac{1}{5}(-2)^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{5}(-2)^0 = \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{5} \\ a_4 = \frac{1}{5}(-2)^3 = \frac{1}{5} \times (-8) = -\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow r = \frac{a_4}{a_1} = \frac{-\frac{8}{5}}{\frac{1}{5}} = -8$$

$$\begin{aligned}S_n &= \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow 341 = \frac{1(1 - (-8)^n)}{1 - (-8)} \Rightarrow 341 = \frac{1 - (-8)^n}{-9} \\ \Rightarrow 1 - (-8)^n &= -3069 \Rightarrow (-8)^n = 3070 \Rightarrow (-8)^n = 8^5 \Rightarrow n = 5\end{aligned}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$a_1 + a_2 = \frac{1}{5}(a_3 + a_4)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{5}(a_1 r^2 + a_1 r^3)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{5} r^2 (a_1 + a_1 r)$$

$$1 = \frac{1}{5} r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{5} = 2 \Rightarrow r = \pm \sqrt{2}$$

جملات دنباله مثبت هستند، بنابراین $r = \sqrt{2}$ قابل قبول است.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

در دنباله هندسی با جمله عمومی t_n و نسبت مشترک r داریم:

$$\frac{t_3}{t_6} = \frac{t_1 r^2}{t_1 r^5} = \frac{1}{r^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$t_6 = 4 \Rightarrow t_1 r^5 = 4 \Rightarrow t_1 \times \frac{1}{32} = 4 \Rightarrow t_1 = 128$$

جمله هشتم دنباله برابر است با:

$$t_8 = t_1 r^7 = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 128 \times \frac{1}{128} = 1$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

برای دنباله هندسی با جمله اول -1 و نسبت مشترک $\frac{2}{3}$ ، ضابطه بازگشتی دنباله به صورت $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = \frac{2}{3} a_n \end{cases}$ است.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

برای به دست آوردن نسبت مشترک دنباله هندسی داریم:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2}$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

بین $\frac{1}{32}$ و 8 ، هفت عدد قرار داده‌ایم، بنابراین نسبت مشترک برابر است با:

$$r^{7+1} = \frac{8}{\frac{1}{32}} \Rightarrow r^8 = 256 \xrightarrow{r>0} r = 2 \Rightarrow \frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8$$

$$\text{مجموع } 7 \text{ عدد قرار داده شده} = \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4$$

$$= \frac{1+2+4+8}{16} + 7 = \frac{15}{16} + 7 = \frac{15+112}{16} = \frac{127}{16}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2} \text{ و } S_4 = 15$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow 15 = \frac{a_1\left(\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} \Rightarrow 15 = \frac{a_1\left(\frac{1}{16} - 1\right)}{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow -\frac{15}{2} = -\frac{15}{16}a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{16 \times 15}{2 \times 15} = 8$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

بین $\frac{3}{2}$ و ۱۲ پنج عدد قرار می‌دهیم و به کمک جمله ی آخر یعنی جمله ی هفتم مقدار r را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}, \circ, \circ, \circ, \circ, \circ, 12$$

\downarrow a_1 \downarrow a_7

$$a_7 = 12 \Rightarrow a_1 r^6 = 12 \Rightarrow \frac{3}{2} \times r^6 = 12 \Rightarrow 3r^6 = 24$$

$$\Rightarrow r^6 = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow r = 2^{\frac{6}{6}} \Rightarrow r = \pm\sqrt{2}$$

ولی طبق فرض، همه ی اعداد مثبت‌اند، پس فقط $r = \sqrt{2}$ قابل قبول است، لذا خواهیم داشت:

$$a_4 = a_1 r^3 = \frac{3}{2} \times (\sqrt{2})^3 = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\frac{a_4}{a_6} = \frac{\frac{2}{3^4}}{\frac{2}{3^6}} = \frac{3^6}{3^4} = 3^2 = 9$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا n را به دست می آوریم و سپس مجموع جملات را محاسبه می کنیم:

$$a_1 = 224, r = \frac{1}{2}, a_n = 7$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1} \Rightarrow 7 = 224 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{224} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow n-1 = 5 \Rightarrow n = 6$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_6 = \frac{a_1(r^6-1)}{r-1} = \frac{224\left(\left(\frac{1}{2}\right)^6-1\right)}{\frac{1}{2}-1} = \frac{224 \times \left(\frac{1}{64}-1\right)}{-\frac{1}{2}} = 441$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

$$V = 4\sqrt{3}\pi \Rightarrow 4\sqrt{3}\pi = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r^3 = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r^3 = 3 \times 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow r^3 = 3^{\frac{3}{2}} \Rightarrow r = 3^{\frac{1}{2}}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ریشه های ششم عدد ۹ برابر با $\sqrt[6]{9}$ و $-\sqrt[6]{9}$ هستند. حاصل ضربشان را حساب می کنیم:

$$\sqrt[6]{9} \times (-\sqrt[6]{9}) = -\sqrt[6]{9^2} = -\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{-9} = -9$$

بنابراین حاصل ضرب ریشه های ششم عدد ۹ برابر با ریشه سوم عدد -۹ یعنی $(\sqrt[3]{-9})$ است.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳

$$\begin{aligned} 2^{0/76} \times 4^{0/12} \times 8^{-\frac{1}{12}} &= 2^{0/76} \times (2^2)^{0/12} \times (2^3)^{-\frac{1}{12}} \\ &= 2^{0/76} \times 2^{0/24} \times 2^{-1} = 2^{0/76+0/24-1} = 2^0 = 1 \end{aligned}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

اگر a_n تعداد سلول‌های سرطانی پس از n بار شیمی‌درمانی باشد a_n یک دنباله هندسی با نسبت مشترک r است و داریم:

$$r = \frac{100-10}{100} = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1} \xrightarrow[r=\frac{9}{10}, n=3]{a_1=10^4 \times \frac{9}{10} = 9 \times 10^3} a_3 = 9 \times 10^3 \times \left(\frac{9}{10}\right)^{3-1}$$

$$= 9 \times 10^3 \times \frac{9^2}{10^2} = 9^3 \times 10^5$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sqrt{p}}{p}\right)^6 \times \left(2\frac{1}{p}\right) \times (0.75)^{-3} \xrightarrow[\frac{0.75}{p} = \frac{3}{4}]{\frac{\sqrt{p}}{p} = \frac{1}{\sqrt{p}}, 2\frac{1}{p} = \frac{2}{p}} \\ & = \left(\frac{1}{\sqrt{p}}\right)^6 \times \frac{2}{p} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{(\sqrt{p})^6} \times \frac{2}{p^2} \times \frac{3^{-3}}{4^{-3}} \\ & = \frac{1}{((\sqrt{p})^2)^3} \times \frac{2}{p^2} \times \frac{3^{-3}}{(2^2)^{-3}} = \frac{3^{-3}}{p^3 \times p^2 \times 2^{-6}} \\ & = \frac{3^{-1}}{p^{3+2-6}} = \frac{3^{-1}}{p^{-1}} = \left(\frac{3}{p}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{3}{p}\right)} = \frac{p}{3} \end{aligned}$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} 8 \times 2^{x+1} &= 2^{-x} \\ \Rightarrow 2^3 \times 2^{x+1} &= 2^{-x} \Rightarrow 2^{x+4} = 2^{-x} \Rightarrow x+4 = -x \\ \Rightarrow x+x &= -4 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} 100000(1+0.05)^{10} &= 100000 \times \left(\left(\frac{1}{0.95}\right)^5\right)^2 \\ &= 100000 \times \left(\frac{1}{0.95}\right)^2 = 163840 \end{aligned}$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۳

$$y = \left(\frac{f}{q}\right)^x \xrightarrow{x=-\frac{1}{p}} y = \left(\frac{f}{q}\right)^{-\frac{1}{p}} = \left(\frac{q}{f}\right)^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{\frac{q}{f}} = \frac{q}{p} \Rightarrow a = \frac{q}{p}$$

$$y = \left(\frac{f}{q}\right)^x \xrightarrow{y=\frac{r}{p}} \left(\frac{f}{q}\right)^x = \frac{r}{p} \Rightarrow \left(\frac{r}{p}\right)^{px} = \left(\frac{r}{p}\right)^1$$

$$\Rightarrow px = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{p} \Rightarrow b = \frac{1}{p}$$

$$a + b = \frac{q}{p} + \frac{1}{p} = \frac{q+1}{p} = r$$

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

$$f_p\left(\frac{r}{5}\right) = 2^{\frac{r}{5}} \times \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{r}{5}} = 2^{\frac{r}{5}} \times 4^{-\frac{r}{5}} = 2^{\frac{r}{5}} \times (2^2)^{-\frac{r}{5}} = 2^{\frac{r}{5}} \times 2^{-\frac{2r}{5}}$$

$$= 2^{-\frac{r}{5}} = \frac{1}{2^{\frac{r}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2^r}} = \frac{1}{\sqrt[5]{8}}$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

هر تابع به صورت $y = k^x$ را که در آن k عددی حقیقی، مثبت و مخالف یک باشد تابع نمایی می‌گویند، پس:

$$\begin{cases} 3a - 1 > 0 \Rightarrow 3a > 1 \Rightarrow a > \frac{1}{3} \\ 3a - 1 \neq 1 \Rightarrow 3a \neq 2 \Rightarrow a \neq \frac{2}{3} \end{cases}$$

بنابراین با توجه به اینکه $\frac{1}{3}$ از $\frac{1}{4}$ کوچک‌تر است، $a = \frac{3}{4}$ می‌تواند باشد.

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول: جرم شهاب سنگ در هر دقیقه جملات یک دنباله هندسی با جمله اول ۱۲۰۰۰ و قدرنسبت $r = \frac{9}{10}$ است. در نتیجه:

$$a_f = a_1 \times r^3 \Rightarrow a_f = 12000 \times \left(\frac{9}{10}\right)^3 = 8748 \text{ کیلوگرم}$$

راه حل دوم: به کمک معادله کلی زوال نمایی داریم:

$$r = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$f(t) = c(1-r)^t \Rightarrow f(3) = 12000 \times \left(\frac{9}{10}\right)^3 = 12000 \times \frac{729}{1000} = 8748 \text{ کیلوگرم}$$

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار دو تابع y_1 و y_2 ، در هر دو تابع، با افزایش مقدار x مقدار y نیز افزایش می‌یابد، پس a و b بزرگ‌تر از یک هستند و با توجه به اینکه به ازای $x > 0$ ، $b^x < a^x$ است، پس $1 < b < a$ و به ازای $x < 0$ داریم: $a^x < b^x$ ، پس: $\frac{1}{a^x} < \frac{1}{b^x} \Rightarrow a^{-x} < b^{-x}$

همچنین: $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ و $a^{\frac{1}{x}} > b^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \sqrt{x} > \sqrt{b}$

بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

جمعیت بعد از گذشت t ماه برابر است با: $r = \frac{0.15}{100} = 0.0015$

$$f(t) = 64000000 \times (1 + 0.0015)^t$$

$$\xrightarrow{t=6} f(6) = 64000000 \times (1 + 0.0015)^6$$

$$\xrightarrow{64000000 = (20)^6}$$

$$f(6) = (20)^6 \times (1.0015)^6 = (20 \times 1.0015)^6 = (20.03)^6$$

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۲

$$4^{3x} \times \left(\frac{1}{16}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 2^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 2^{6x} \times (3 \times 8)^{-2} \times 3^2 = 2^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 2^{6x} \times (3)^{-2} \times (2^3)^{-2} \times 3^2 = 2^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 2^{6x} \times 2^{-6} = 2^{2x+2} \Rightarrow 2^{6x-6} = 2^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 6x - 6 = 2x + 2 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^2 = 9$$

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

$$f(0) = \frac{b}{2} \Rightarrow a^0 = 1 \Rightarrow 1 = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 2$$

$$f(b) = \frac{1}{4} \Rightarrow a^b = \frac{1}{4} \xrightarrow[b=2]{a>0} a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

