



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۱ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده درصد پاسخگویی ۴۴% قلمچی ۱۳۹۸

①

خط گذرنده از نقطه $(4, -2)$ و موازی با خط $2y - x = 4$ ، از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟

- (۱) $(2, -4)$ (۲) $(6, -1)$ (۳) $(8, -1)$ (۴) $(10, 2)$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۸% قلمچی ۱۳۹۹

②

خط $4x + 3y = 5$ بر دایره C به مرکز $O(a, 2)$ مماس است. اگر مساحت دایره $\frac{9\pi}{25}$ باشد، مقدار صحیح a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

متوسط درصد پاسخگویی ۳۵% قلمچی ۱۳۹۷

③

در مثلث ABC به رئوس $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ، $B\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ و $C\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ ، امتداد میانه AM محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) ۳

ساده درصد پاسخگویی ۴۵% قلمچی ۱۳۹۹

④

به ازای کدامیک از مقادیرهای زیر برای m ، خطوط $3x + (m+2)y = 3$ و $2x - (m+3)y + 6 = 0$ منطبق بر قطرهای یک لوزی می‌باشند؟

- (۱) -۱ (۲) -۴ (۳) ۱ (۴) -۵

دشوار درصد پاسخگویی ۱۰% قلمچی ۱۳۹۸

⑤

دو ضلع مقابل متوازی الاضلاع $ABCD$ روی دو خط $4x + ky = 2$ و $8x + 6y = 6$ قرار دارند. اگر نقاط A و B محل‌های برخورد خط $8x + 6y = 6$ با محورهای مختصات باشند، مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{13}{10}$ (۴) $\frac{1}{4}$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۳% قلمچی ۱۳۹۹

⑥

نقطه‌ی $(6, 8)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن بر دو خط به معادله‌های $y = 3x$ و $6y + 2x = 40$ واقع هستند. مختصات نقطه‌ی تلاقی قطرهای این مستطیل کدام است؟

- (۱) $(5, 3)$ (۲) $(2, 7)$
(۳) $(4, 7)$ (۴) $(3, 5)$

ساده درصد پاسخگویی ۳۹% قلمچی ۱۳۹۶

⑦

نقاط $A(1, 4)$ ، $B(5, -2)$ و $C(0, 6)$ سه رأس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. مختصات رأس چهارم متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) $(-4, 12)$ (۲) $(-4, 10)$
(۳) $(-3, 2)$ (۴) $(-3, 6)$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۹

⑧

نقطه‌ی $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۶%

۹

خط $4x + 3y = 6$ بر دایره‌ای به مرکز $(-1, k)$ مماس است. اگر مساحت دایره 16π باشد، مقدار مثبت k کدام است؟

- ۳ (۱) ۱۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۴۵%

۱۰

خط $3x - 4y - 2 = 0$ بر دایره به مرکز $O(-2, 3)$ مماس است. مساحت دایره کدام است؟

- ۱۶π (۱) ۴π (۲) ۸π (۳) ۳۲π (۴)

دشواری قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۴%

۱۱

اگر معادله دو قطر یک مربع به صورت $(a+1)y + x = 5$ و $y - 2ax = b$ و نقطه $A(-2, 1)$ یک رأس این مربع باشد، مساحت این مربع کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴)

دشواری گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۷%

۱۲

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x + 4 - 2m = 0$ باشند، به ازای کدام مقادیر m نقطه‌ی $A(\alpha, \beta)$ در ناحیه‌ی اول یا سوم است؟

- $\frac{3}{4} < m$ (۱) $\frac{3}{4} \leq m < 2$ (۲) $m < 2$ (۳) $m < 2$ (۴)

دشواری قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۰%

۱۳

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 + ax + 1 = 0$ باشند و a یک عدد حقیقی باشد، در حالت کلی، ریشه‌های کدام معادله زیر برابر $x_1^2 + 1$ و $x_2^2 + 1$ خواهد بود؟

- $x^2 - a^2x - a^2 = 0$ (۱) $x^2 - a^2x + a = 0$ (۲) $x^2 - ax - a = 0$ (۳) $x^2 - a^2x + a^2 = 0$ (۴)

دشواری قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۱%

۱۴

دو معادله $ax^2 + mx + \frac{1}{4} = 0$ و $\frac{1}{4}x^2 - 4x + 4 = 0$ مجموعاً ۴ ریشه دارند که حاصل جمع این ۴ ریشه برابر با ۳ و حاصل ضرب آن‌ها ۱ است. m در کدام بازه قرار دارد؟

- $(0, 4)$ (۱) $(4, 8)$ (۲) $(8, 12)$ (۳) $(-4, 0)$ (۴)

دشواری قلمچی ۱۳۹۳ درصد پاسخگویی ۶%

۱۵

منحنی توابع با ضابطه‌ی $f(x) = -x^2 + bx + 3$ بر خط به معادله‌ی $y = 7$ مماس‌اند، فاصله‌ی دو نقطه‌ی تماس کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

متوسط گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۴%

۱۶

ریشه‌های کدام‌یک از معادلات زیر، دو برابر ریشه‌های معادله $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ می‌باشد؟

- $x^2 - 3x + 2 = 0$ (۱) $x^2 - 6x + 4 = 0$ (۲) $x^2 - 6x + 8 = 0$ (۳) $x^2 - 10x + 16 = 0$ (۴)

دشواری قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۶%

۱۷

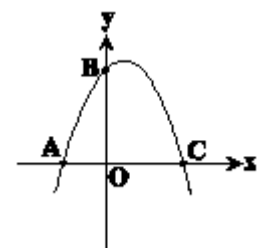
خط به معادله $y = -\frac{5}{4}$ محور تقارن منحنی تابع با ضابطه $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + a$ را بر روی خود منحنی قطع می‌کند. a کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

ساده | درصد پاسخگویی ۵۰% | قلمچی ۱۳۹۸

۱۸

نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = -x^2 + 3x + 10$ به شکل زیر مفروض است. مقدار $A+B+C$ کدام است؟



۱۵ (۱)

۱۳ (۲)

۱۱ (۳)

۷ (۴)

دشوار | درصد پاسخگویی ۵% | قلمچی ۱۳۹۸

۱۹

سهمی $y = f(x)$ ، محور x ها را در نقاطی به طول -1 و 5 قطع می‌کند و خط $y = 18$ بر آن مماس است. مقدار $f(7)$ کدام است؟

-۱۶ (۴)

۱۶ (۳)

-۳۲ (۲)

۳۲ (۱)

متوسط | درصد پاسخگویی ۳۱% | قلمچی ۱۳۹۸

۲۰

با 60 متر نرده می‌خواهیم دور مزرعه‌ای مستطیل‌شکل حصار بکشیم. اگر مساحت مزرعه 216 مترمربع باشد، طول مزرعه چقدر از عرض آن بیش‌تر است؟

۳۰ (۴)

۶ (۳)

۱۵ (۲)

۳ (۱)

ساده | درصد پاسخگویی ۶۳% | قلمچی ۱۳۹۹

۲۱

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دشوار | درصد پاسخگویی ۸% | قلمچی ۱۳۹۶ | گزینه‌های دام دار ۱

۲۲

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha}$ کدام است؟

 $\sqrt{10}$ (۲)

۴۰ (۴)

۳ (۱)

 $2\sqrt{3}$ (۳)

دشوار | درصد پاسخگویی ۸% | قلمچی ۱۳۹۵

۲۳

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{4}(m-5)$ ، محور x ها را در دو نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند؟

 $\{m | -1 < m < 6, m \neq 0\}$ (۲) $\{m | 0 < m < 8\}$ (۴) $\{m | -1 < m < 6\}$ (۱) $\{m | m < -1 \text{ یا } m > 6\}$ (۳)

ساده | درصد پاسخگویی ۴۲% | قلمچی ۱۴۰۰

۲۴

معادله $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

۲ (۴)

۴ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۳

۲۵

جواب های معادله $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5$ چگونه است؟

- (۱) جواب حقیقی ندارد.
 (۲) یک جواب حقیقی دارد.
 (۳) دو جواب حقیقی دارد.
 (۴) بی شمار جواب حقیقی دارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۶

فاصله نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $y = |x-1|$ و $y = \sqrt{x+1}$ کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) $\sqrt{5}$
 (۳) $\sqrt{8}$
 (۴) $\sqrt{10}$

ساده

درصد پاسخگویی ۴۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۴

۲۷

جواب های معادله $2x + \sqrt{2x+5} = 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ و -2
 (۲) $+2$
 (۳) $-\frac{1}{2}$
 (۴) 2 و $-\frac{1}{2}$

دشوار

درصد پاسخگویی ۷%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۲

۲۸

به ازای کدام مجموعه مقادیر برای m معادله $x - \sqrt{4x} = m$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

- (۱) $\{m | 0 < m < 1\}$
 (۲) $\{m | m > 1\}$
 (۳) $\{m | m < -1\}$
 (۴) $\{m | -1 < m \leq 0\}$

دشوار

درصد پاسخگویی ۶%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۱

۲۹

معادله $9\sqrt{\frac{x}{2x+1}} + \sqrt{2 + \frac{1}{x}} = 6$ دارای چند ریشه حقیقی است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) بی شمار

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۰

جواب معادله $\sqrt{x+\sqrt{6}} + \sqrt{x-\sqrt{6}} = \sqrt{6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$
 (۲) $\frac{7}{2}$
 (۳) $\frac{13}{2}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

دشوار

درصد پاسخگویی ۳%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۱

کدام گزینه درباره ریشه های حقیقی معادله $\sqrt{2 + \frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{4x}{2x+1}} = 3$ صحیح است؟

- (۱) مجموع ریشه های آن $-\frac{1}{2}$ است.
 (۲) فقط یک ریشه دارد که علامت آن منفی است.
 (۳) دو ریشه هم علامت دارد.
 (۴) معادله ریشه حقیقی ندارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۲

اگر $-3 = 2x - \sqrt{4x^2 - 4}$ باشد، مقدار $x + \sqrt{x^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) -3
 (۴) $-\frac{4}{3}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۳

محمد و علی برای چیدن دیواری به کار گرفته شده اند. محمد می تواند ۳ ساعت زودتر از علی دیوار را بچیند. حال اگر این دو با هم کار کنند، چیدن دیوار در ۲ ساعت تمام می شود. علی به تنهایی دیوار را در چند ساعت می چیند؟

- (۱) ۷
 (۲) ۶
 (۳) ۵
 (۴) ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۴

تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x} = 0$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

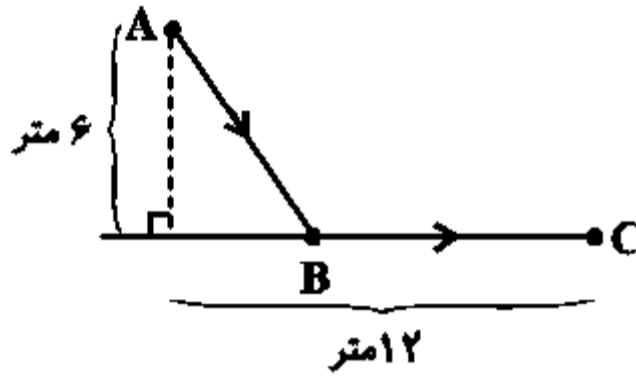
دشوار

درصد پاسخگویی ۷%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۵

معمولاً مرغ‌های دریایی برای شکار ماهی‌ها بخشی از مسیر را در هوا و بخشی را در سطح آب طی می‌کنند. یک مرغ دریایی در نقطه A به ارتفاع ۶ متر از سطح آب قرار دارد. فاصله تصویر قائم مرغ دریایی روی آب از ماهی که در نقطه C قرار دارد ۱۲ متر است. مرغ ابتدا از نقطه A به نقطه B می‌رود سپس در سطح آب از B به C می‌رود تا ماهی را شکار کند. اگر مرغ دریایی برای طی هر متر در هوا ۱۴ کیلوکالری و برای طی هر متر در آب ۱۰ کیلوکالری انرژی مصرف کند، نقطه B در چه فاصله‌ای برحسب متر از C می‌تواند باشد تا مرغ دریایی روی هم ۱۸۰ کیلوکالری انرژی مصرف کند؟



۸ (۱)

۹ (۲)

۷/۵ (۳)

۴/۵ (۴)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۱ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده درصد پاسخگویی ۴۴% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

دو خط زمانی موازی اند که شیب‌های برابر داشته باشند، پس معادله خط مورد نظر به صورت زیر است:

$$2y - x = k \xrightarrow{\text{خط } (4, -2) \in} 2(-2) - 4 = k$$

$$\Rightarrow k = -8$$

$$\Rightarrow 2y - x = -8$$

خط فوق از نقطه $(6, -1)$ می‌گذرد، زیرا:

$$x = 6 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(6) - 4 = 3 - 4 = -1$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۸% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

فاصله مرکز دایره از خط مماس بر دایره، شعاع دایره می‌باشد. از طرفی چون مساحت دایره به شعاع r برابر πr^2 می‌باشد، پس:

$$\pi r^2 = \frac{9\pi}{25} \Rightarrow r^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow r = \frac{3}{5}$$

$$\text{فاصله مرکز تا خط مماس بر دایره} : \frac{|4a+3(2)-5|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{|4a+1|}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow |4a+1| = 3$$

$$\Rightarrow 4a+1 = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, \quad 4a+1 = -3 \Rightarrow a = -1$$

پس مقدار صحیح a برابر -1 می‌باشد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۵%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

معادله خط میانه AM بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}, \quad \text{وسط } BC \text{ } M \begin{vmatrix} \frac{x_B+x_C}{2} \\ \frac{y_B+y_C}{2} \end{vmatrix} = 0$$

$$m_{AM} = \frac{2-3}{1-0} = -1 \Rightarrow y - 2 = -1(x - 1)$$

$$y = -x + 3 \xrightarrow{y=0} -x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

ساده

درصد پاسخگویی ۴۵%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

در لوزی، همواره قطرها بر هم عمودند، پس شیب دو خط باید قرینه معکوس یکدیگر باشند.

$$3x + (m+2)y = 3 \xrightarrow{\text{شیب خط}} m_1 = \frac{-3}{m+2}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه معکوس}} \frac{m+2}{3}$$

$$2x - (m+3)y + 6 = 0 \xrightarrow{\text{شیب خط}} m_2 = \frac{-2}{-(m+3)}$$

$$= \frac{2}{m+3}$$

$$\Rightarrow \frac{m+2}{3} = \frac{2}{m+3} \Rightarrow m^2 + 5m + 6 = 6$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ ق ق} \\ m = -5 \text{ ق ق} \end{cases}$$

تنها $m = -5$ در گزینه «۴» موجود است.

دشوار درصد پاسخگویی ۱۰% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

$$۸x + ۶y = ۶ \Rightarrow m = -\frac{۸}{۶} = -\frac{۴}{۳}$$

$$۴x + ky = ۲ \Rightarrow m' = -\frac{۴}{k}$$

دو ضلع مقابل متوازی الاضلاع با هم موازیند، پس:

$$m = m' \Rightarrow k = ۳$$

$$\xrightarrow{x=0} ۸x + ۶y = ۶ \Rightarrow y = ۱ \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{y=0} ۸x + ۶y = ۶ \Rightarrow x = \frac{۳}{۴} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۴} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{1^2 + \left(\frac{۳}{۴}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{۹}{۱۶}} = \sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}} = \frac{۵}{۴}$$

فاصله دو خط موازی برابر اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AB است. بنابراین:

$$۸x + ۶y = ۶ \xrightarrow{\div ۲} ۴x + ۳y = ۳, ۴x + ۳y = ۲$$

$$\Rightarrow h = \frac{|۳-۲|}{\sqrt{۴^2+۳^2}} = \frac{۱}{\sqrt{۲۵}} = \frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت متوازی الاضلاع} = h \times AB = \frac{۱}{۵} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۱}{۴}$$

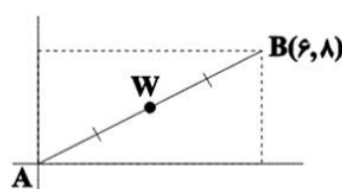
متوسط درصد پاسخگویی ۳۳% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با دقت در معادله دو خط داده شده و شیب آن‌ها، متوجه می‌شویم دو خط بر هم عمودند (حاصل ضرب شیب‌های آن‌ها (-۱) است) و از طرفی نقطه داده شده در هیچ یک از آن‌ها صدق نمی‌کند. پس می‌توان شکل فرضی مطلوب سوال را به صورت زیر رسم کرد:



$$\begin{cases} y = ۳x \\ ۶y + ۲x = ۴۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} A(۲, ۶)$$

نقطه تقاطع قطرهای مستطیل، وسط AB است که مختصات آن برابر است با:

$$\begin{cases} x_w = \frac{۲+۶}{۲} = ۴ \\ y_w = \frac{۶+۸}{۲} = ۷ \end{cases}$$

ساده درصد پاسخگویی ۳۹% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

در متوازی الاضلاع دلخواه ABCD، اگر A، B، C و D رأس‌های متوالی باشند، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 1 + 0 = 5 + x_D \Rightarrow x_D = -4$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 4 + 6 = -2 + y_D \Rightarrow y_D = 12$$

مختصات رأس چهارم متوازی الاضلاع: $(-4, 12)$

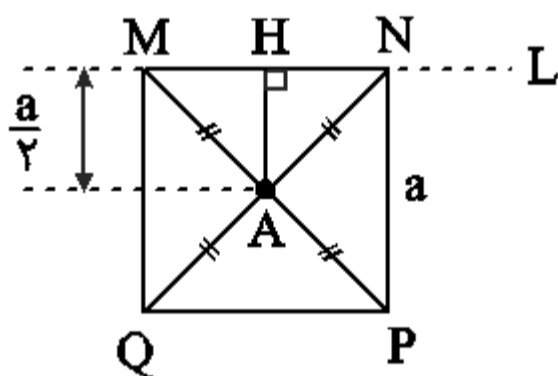
متوسط درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

شکل فرضی مقابل را در نظر می‌گیریم. همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود، فاصله وسط قطر مربع از هر ضلع آن، برابر با نصف طول ضلع مربع است.



پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع را a بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L: 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع } S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

ساده درصد پاسخگویی ۳۶% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4$$

از طرفی فاصله مرکز دایره از خط مماس بر دایره برابر شعاع دایره است، بنابراین:

$$\frac{|-4 + 3k - 6|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 4 \Rightarrow \frac{|-10 + 3k|}{5} = 4$$

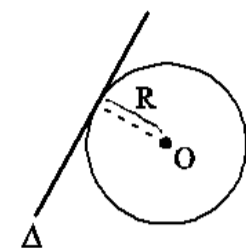
$$\Rightarrow |3k - 10| = 20 \xrightarrow{\text{مقدار مثبت } k} 3k - 10 = 20 \Rightarrow k = 10$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۵% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم فاصله مرکز دایره از خط مماس بر آن برابر شعاع دایره است.



کافی است فاصله مرکز دایره را از خط بیابیم:

$$3x - 4y - 2 = 0 \text{ و } O(-2, 3)$$

$$R = \frac{|3(-2) - 4(3) - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-6 - 12 - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4$$

بنابراین $R = 4$ و مساحت دایره برابر است با:

$$S = \pi R^2 \xrightarrow{R=4} S = 16\pi$$

دشواری درصد پاسخگویی ۴% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

دو قطر مربع بر هم عمودند، پس:

$$\left. \begin{aligned} (a+1)y + x = 5 &\Rightarrow m = \frac{-1}{a+1} \\ y - 2ax = b &\Rightarrow m' = 2a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow mm' = -1 \Rightarrow \frac{-1}{a+1} \times 2a = -1 \Rightarrow a+1 = 2a \Rightarrow a = 1$$

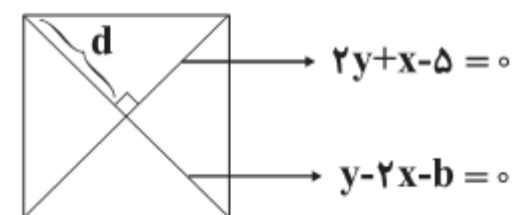
با جای‌گذاری $a = 1$ ، معادله دو قطر به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases} 2y + x - 5 = 0 \\ y - 2x - b = 0 \end{cases}$$

رأس $A(-2, 1)$ در معادله $2y + x - 5 = 0$ صدق نمی‌کند، پس روی قطر دیگر یعنی $y - 2x - b = 0$ قرار دارد.

$$1 - 2(-2) - b = 0 \Rightarrow b = 5$$

$A(-2, 1)$



فاصله $A(-2, 1)$ را از قطر $2y + x - 5 = 0$ حساب می‌کنیم:

$$\text{نصف قطر} = d = \frac{|2(1) - 2 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \text{قطر} = \sqrt{5} \times 2 = 2\sqrt{5}$$

پس مساحت مربع برابر است با:

$$S = \frac{(\quad)^2}{2} = \frac{(2\sqrt{5})^2}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

سوال ۱۲

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۷% دشوار

پاسخ: گزینه ۲

برای آن که معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 2x + 4 - 2m = 0$ ریشه‌ی حقیقی داشته باشد، باید دلتای آن نامنفی باشد، پس:

$$\Delta \geq 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} (-2)^2 - 4(1)(4 - 2m) \geq 0$$

$$\Rightarrow 4 - 16 + 8m \geq 0 \Rightarrow 8m \geq 12 \Rightarrow m \geq \frac{3}{2} \quad (1)$$

چون نقطه‌ی $A(\alpha, \beta)$ در ناحیه‌ی اول یا سوم است، پس α و β هم‌علامت‌اند، در نتیجه حاصل‌ضرب ریشه‌ها مثبت است یعنی $\alpha\beta > 0$.

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 4 - 2m > 0 \Rightarrow 4 > 2m \Rightarrow m < 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (1) و (2)}} \frac{3}{2} \leq m < 2$$

سوال ۱۳

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۰% دشوار

پاسخ: گزینه ۴

$$x^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = S = -a \\ x_1 \times x_2 = P = 1 \end{cases}$$

مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$S' = x_1^2 + 1 + x_2^2 + 1 = \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} + 2 = S^2 - 2P + 2 = a^2 - 2 + 2 = a^2$$

$$P' = (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 + x_2^2 + 1 = P^2 + S^2 - 2P + 1$$

$$= 1^2 + a^2 - 2 + 1 = a^2$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - a^2x + a^2 = 0$$

سوال ۱۴

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۱% دشوار

پاسخ: گزینه ۳

حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله $\frac{1}{4}x^2 - 4x + 4 = 0$ برابر با $\frac{c}{a} = 8$ و حاصل جمع آن‌ها $-\frac{b}{a} = 8$ است. حال اگر حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله $ax^2 + mx + \frac{1}{4} = 0$ را P و جمع آن‌ها را S در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} S + 8 = 3 \Rightarrow S = -5 \\ 8P = 1 \Rightarrow P = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + \frac{1}{8} = 0 \xrightarrow{\times 8} 8x^2 + 40x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ m = 40 \end{cases}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۶% قلمچی ۱۳۹۳

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۲

از آنجایی که خط $y=7$ بر نمودار تابع مماس است پس معادله‌ی تلاقی آن‌ها ریشه‌ی مضاعف دارد، بنابراین:

$$-x^2 + bx + 3 = 7 \Rightarrow x^2 - bx + 4 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 16 = 0 \Rightarrow b = 4, b = -4$$

بنابراین: به ازای $b = 4$ از معادله‌ی (۱)، نقطه‌ی تماس را می‌یابیم:

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow A(2, 7) \text{ نقطه‌ی تماس}$$

به ازای $b = -4$ از معادله‌ی (۱)، نقطه‌ی تماس را می‌یابیم:

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow A'(-2, 7) \text{ نقطه‌ی تماس}$$

از آن جا که $y_A = y_{A'}$ ، بنابراین فاصله‌ی دو نقطه برابر است با:

$$AA' = |2 - (-2)| = 4$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۶ گزینه‌های دام دار ۳

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا معادله $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ را حل می‌کنیم. با فرض $\sqrt{x} = t$ داریم:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های معادله جدید باید $\alpha = 2$ و $\beta = 8$ باشد. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = 2 + 8 = 10$$

$$P = \alpha\beta = 2 \times 8 = 16$$

با داشتن مجموع (S) و حاصل ضرب ریشه‌ها (P) می‌توان معادله را به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت:

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

دشوار درصد پاسخگویی ۶% قلمچی ۱۳۹۷

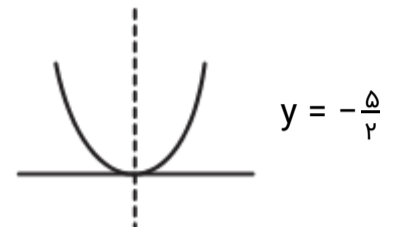
سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به مفروضات مسأله $y = -\frac{5}{2}$ عرض نقطه می‌نیم منحنی است. به شکل زیر توجه کنید.

$$-\frac{5}{2} = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{9-2a}{2} \Rightarrow a = 2$$



$$x = -\frac{b'}{2a'}$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۰% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

نقاط A و C همان ریشه‌های معادله $-x^2 + 3x + 10 = 0$ می‌باشند.

$$-x^2 + 3x + 10 = 0 \Rightarrow -(x - 5)(x + 2) = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} x_1 = -2, x_2 = 5$$

از طرفی عرض نقطه B به ازای $x = 0$ در تابع f به دست می‌آید.

$$f(x) = -x^2 + 3x + 10 \xrightarrow{x=0} f(0) = 10$$

$$A + B + C = -2 + 10 + 5 = 13 \quad \text{در نتیجه:}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۵% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

سه‌می محور xها را در -1 و 5 قطع می‌کند، پس ضابطه آن به صورت روبه‌رو است: $f(x) = a(x+1)(x-5)$

چون خط $y = 18$ بر سه‌می مماس است، عرض رأس سه‌می 18 است. از طرفی طول رأس سه‌می، میانگین ریشه‌های سه‌می است:

$$x_s = \frac{-1+5}{2} = 2 \Rightarrow f(2) = 18 \Rightarrow -9a = 18 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2(x+1)(x-5) \Rightarrow f(7) = -2(8)(2) = -32$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

اگر یکی از اضلاع مستطیل را x و ضلع دیگر را y در نظر بگیریم:

$$\text{محیط} = ۶۰ \rightarrow ۲(x + y) = ۶۰ \Rightarrow x + y = ۳۰ \Rightarrow y = ۳۰ - x \quad (۱)$$

$$\text{مساحت} = ۲۱۶ \Rightarrow xy = ۲۱۶ \xrightarrow{(۱)} x(۳۰ - x) = ۲۱۶$$

$$\Rightarrow x^2 - ۳۰x + ۲۱۶ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - ۴ac \Rightarrow \Delta = (-۳۰)^2 - ۴ \times ۲۱۶ = ۹۰۰ - ۸۶۴ = ۳۶$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{۳۰ + ۶}{۲} = ۱۸ \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{۳۰ - ۶}{۲} = ۱۲ \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۱۸ - ۱۲ = ۶$$

پس اختلاف طول و عرض مزرعه ۶m می باشد.

راه سریع تر: پس از آن که به معادله درجه ۲ مورد نظر رسیدیم می توانیم بدون حل معادله از فرمول اختلاف ریشه ها استفاده کنیم:

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۳۶}}{۱} = ۶$$

ساده

درصد پاسخگویی ۶۳%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$x^2 - ۴x + ۱ = ۰$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-۴}{۱} = ۴$$

سوال ۲۲

دشوار

درصد پاسخگویی ۸%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۱

پاسخ: گزینه ۲

در معادله درجه دوم $x^2 - 6x + 4 = 0$ ، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow S = 6$$

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow P = 4$$

عبارت داده شده را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} = \frac{\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta}}{\alpha\beta}$$

عبارت صورت کسر را برابر با A^2 قرار می‌دهیم و A^2 را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta} \Rightarrow A^2 = \underbrace{\alpha^3 + \beta^3}_{S^3 - 3SP} + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} \\ &= S^3 - 3SP + 2P\sqrt{P} = 6^3 - 3(6)(4) + 2(4)(2) \\ &= 216 - 72 + 16 = 160 \Rightarrow A = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \end{aligned}$$

پس:

$$\frac{\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta}}{\alpha\beta} = \frac{4\sqrt{10}}{4} = \sqrt{10}$$

سوال ۲۳

دشوار

درصد پاسخگویی ۸%

قلمچی ۱۳۹۵

پاسخ: گزینه ۲

برای آنکه نمودار تابع درجه‌ی دوم با ضابطه‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در دو نقطه‌ی متمایز قطع کند، باید $b^2 - 4ac > 0$.

$$f(x) = mx^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{4}(m - 5) \Rightarrow (-\sqrt{6})^2 - 4(m)\left(\frac{1}{4}(m - 5)\right) > 0$$

$$\Rightarrow 6 - m(m - 5) > 0 \Rightarrow -6 + m(m - 5) < 0 \Rightarrow m^2 - 5m - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (m + 1)(m - 6) < 0 \Rightarrow -1 < m < 6$$

اما توجه کنید که به ازای $m = 0$ ، تابع f یک تابع خطی است که معادله‌ی آن به صورت مقابل است: $m = 0 \Rightarrow f(x) = -\sqrt{6}x - \frac{5}{4}$

که نمودار آن محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، نه دو نقطه‌ی متمایز؛ یعنی باید مقدار $m = 0$ را از مقادیر $-1 < m < 6$ حذف کنیم. پس جواب، به صورت $\{m \mid -1 < m < 6, m \neq 0\}$ خواهد بود.

سوال ۲۴

ساده

درصد پاسخگویی ۴۲%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0, x + \frac{1}{x} = t$$

$$\Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \text{بدون جواب}$$

$$x + \frac{1}{x} = -2 \rightarrow x = -1$$

سوال ۲۵

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5 \Rightarrow \begin{cases} 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [2, 4]$$

یعنی سمت چپ تساوی فقط در بازه $[2, 4]$ معنی دارد. باید توجه کنید که سمت راست تساوی نیز در بازه به دست آمده باید مقداری مثبت شود تا معادله جواب داشته باشد.

با توجه به اینکه $2 \leq x \leq 4$ با جای‌گذاری ابتدا و انتهای بازه در سمت راست تساوی متوجه می‌شویم که عبارت $x-5$ همواره مقداری منفی است، بنابراین این تساوی برقرار نیست و معادله جواب حقیقی ندارد.

$$-3 \leq x-5 \leq -1$$

سوال ۲۶

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

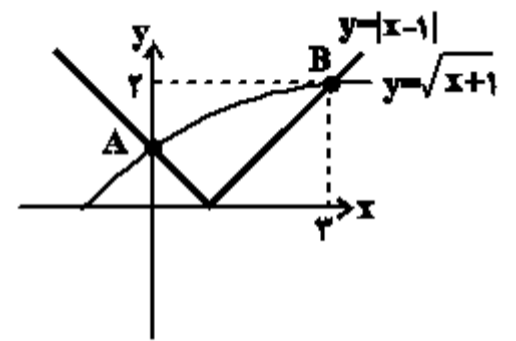
معادله $|x-1| = \sqrt{x+1}$ را حل می‌کنیم. با به توان ۲ رساندن طرفین معادله داریم:

$$x^2 - 2x + 1 = x + 1 \Rightarrow x^2 - 3x = x(x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

نقاط برخورد این دو نمودار $(0, 1)$ و $(3, 2)$ هستند. فاصله این نقاط برابر است با:

$$\sqrt{(3-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

نمودارهای این دو تابع در شکل زیر رسم شده است.



سوال ۲۷

ساده

درصد پاسخگویی ۴۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۴

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{2x+5} = 1-2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sqrt{2x+5})^2 = (1-2x)^2$$

$$2x+5 = 1+4x^2-4x \Rightarrow 4x^2-6x-4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2-3x-2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

جواب $x = 2$ در معادله صدق نمی‌کند و فقط جواب $x = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است.

سوال ۲۸

گزینه های دام دار ۲ | قلمچی ۱۳۹۸ | درصد پاسخگویی ۷% | دشوار

پاسخ: گزینه ۴

$$x - \sqrt{4x} = m \Rightarrow x - 2\sqrt{x} - m = 0 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2 - 2t - m = 0$$

برای این که معادله دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد، با توجه به تغییر متغیر هر دو ریشه باید نامنفی باشند:

$$\Delta > 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(1)(-m) > 0 \Rightarrow 4 + 4m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\begin{cases} P > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow -\frac{m}{1} > 0 \Rightarrow m < 0 \\ S > 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{2}{1} > 0 \quad \checkmark \end{cases} \Rightarrow -1 < m \leq 0$$

در حالت $m = 0$ نیز معادله به شکل زیر درمی آید که دو جواب دارد.

$$x - 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

پس مجموعه مقادیر برای m به صورت $\{m \mid -1 < m \leq 0\}$ است.

سوال ۲۹

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۶% | دشوار

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} \sqrt{2 + \frac{1}{x}} = a &\Rightarrow \sqrt{\frac{2x+1}{x}} = a \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{2x+1}} = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0) \\ 9\left(\frac{1}{a}\right) + a &= 6 \Rightarrow 9 + a^2 = 6a \\ \Rightarrow a^2 - 6a + 9 &= 0 \Rightarrow (a - 3)^2 = 0 \\ \Rightarrow a = 3 &\Rightarrow \sqrt{2 + \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow 2 + \frac{1}{x} = 9 \Rightarrow x = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$x = \frac{1}{7}$ در معادله صدق می کند.

سوال ۳۰

قلمچی ۱۳۹۷ | درصد پاسخگویی ۱۶% | متوسط

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{x + \sqrt{6}} + \sqrt{x - \sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x + \sqrt{6} + x - \sqrt{6} + 2\sqrt{x + \sqrt{6}}\sqrt{x - \sqrt{6}} = 6$$

$$\Rightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - 6} = 6 \Rightarrow x + \sqrt{x^2 - 6} = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 6} = 3 - x$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 - 6 = 9 + x^2 - 6x \Rightarrow 6x = 15 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۳% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادله را کمی ساده تر می کنیم:

$$\sqrt{2 + \frac{1}{x}} + 2\sqrt{\frac{x}{2x+1}} = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{2x+1}{x}} + 2\sqrt{\frac{x}{2x+1}} = 3$$

با فرض $t = \sqrt{\frac{2x+1}{x}}$ ، معادله را بر حسب t می نویسیم و حل می کنیم:

$$t + \frac{2}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow t = 1, t = 2$$

حال مقدار x را حساب می کنیم:

$$\sqrt{\frac{2x+1}{x}} = 1 \Rightarrow \frac{2x+1}{x} = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$\sqrt{\frac{2x+1}{x}} = 2 \Rightarrow \frac{2x+1}{x} = 4 \Rightarrow 4x = 2x+1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

بنابراین مجموع ریشه های این معادله $-\frac{1}{2}$ است. سایر گزینه ها نیز نادرست اند.

متوسط درصد پاسخگویی ۳۳% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$2x - \sqrt{4(x^2 - 1)} = -3 \Rightarrow 2x - 2\sqrt{x^2 - 1} = -3$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{x^2 - 1} = -\frac{3}{2} \quad (1)$$

با فرض (۲) $x + \sqrt{x^2 - 1} = a$ اگر طرفین تساوی های (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، نتیجه می شود:

$$(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\frac{3}{2}a$$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 + 1 = -\frac{3}{2}a \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۰% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنیم که علی به تنهایی دیوار را در x ساعت بچیند. یعنی محمد آن را در $x - 3$ ساعت می چیند. حال با توجه به اینکه اگر با هم کار کنند، کار دیوار در ۲ ساعت تمام می شود، داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x-3+x}{x^2-3x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 4x - 6 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = (x-1)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases}$$

بنابراین علی در ۶ ساعت دیوار را تمام می کند.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

مجموع دو رادیکال با فرجه زوج برابر صفر است، پس معادله زمانی جواب دارد که دو رادیکال همزمان برابر صفر باشند.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

پس $x = 3$ تنها جواب معادله است.

دشوار

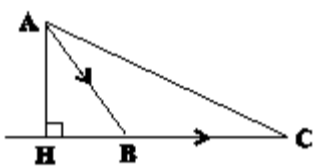
درصد پاسخگویی ۷%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۳

فاصله B از تصویر قائم A را x در نظر می‌گیریم. در نتیجه فاصله B و C برابر $12 - x$ می‌باشد. بنابراین داریم:



$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AB^2 = 36 + x^2 \Rightarrow AB = \sqrt{36 + x^2}$$

بنابراین، میزان انرژی مصرف شده توسط مرغ دریایی برابر است با:

$$14\sqrt{36 + x^2} + 10(12 - x)$$

لذا برای آن که مرغ دریایی روی هم ۱۸۰ کیلوکالری انرژی مصرف کند باید داشته باشیم:

$$14\sqrt{36 + x^2} + 120 - 10x = 180 \Rightarrow 14\sqrt{36 + x^2} = 10x + 60$$

$$\Rightarrow 7\sqrt{36 + x^2} = 5x + 30 \Rightarrow 2x^2 - 25x + 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{9}{2} \end{cases}$$

بنابراین فاصله B تا C برابر است با $12 - 8 = 4$ یا $12 - \frac{9}{2} = 7/5$.



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۲ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده درصد پاسخگویی ۳۳% قلمچی ۱۳۹۸

①

در مثلث $\triangle ABC$ ، ارتفاع‌های BH و CH' در نقطه P تلاقی کرده‌اند. اگر $PA = PB = PC$ باشد، کدام نتیجه گیری درست است؟

(۱) $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین و $AB = AC \neq BC$ است.

(۲) $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین و $BC = AC \neq AB$ است.

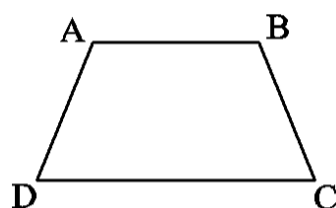
(۳) $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است.

(۴) $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است.

متوسط درصد پاسخگویی ۲۷% قلمچی ۱۳۹۷

②

در ذوزنقه زیر، نقطه‌ای که از دو سر قاعده CD به یک فاصله و همچنین از قاعده CD و ساق AD به یک فاصله است، حاصل برخورد است.



(۱) نیم‌سازهای C و D

(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

(۳) عمودمنصف CD و نیم‌ساز زاویه D

(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز وسط‌های قاعده‌ها

ساده سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

③

جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

(الف) به استدلالی که براساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه‌ی واقعیت‌هایی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم، استدلال گویند.

(ب) استدلالی که با مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت، نتیجه‌ی کلی از آن گرفته شود، استدلال است.

(پ) اگر جای فرض و حکم یک قضیه را عوض کنیم، حاصل می‌شود.

(ت) برخی از نتایج مهم و پرکاربرد استدلال استنتاجی، نامیده می‌شود.

ساده درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۶ گزینه‌های دام دار ۱

④

اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویه سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

(۱) درون مثلث

(۲) روی رأس بزرگ‌ترین زاویه

(۳) بیرون مثلث

(۴) روی بزرگ‌ترین ضلع

دشواری درصد پاسخگویی ۹% قلمچی ۱۳۹۶ گزینه‌های دام دار ۳

⑤

پاره‌خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L ، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۹

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

⑥

نقطه‌ی A بیرون خط d ، به فاصله‌ی ۱۰ واحد از آن قرار دارد. چند نقطه می‌توان در صفحه یافت که از A به فاصله‌ی ۶ و از d به فاصله‌ی ۸ باشند؟ (با رسم شکل)

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۷%

۷

کدام قضیه زیر، دو شرطی نیست؟

- (۱) در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $(\hat{A} = 90^\circ)$ ، رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ برقرار است.
 (۲) اگر دو ضلع از یک مثلث برابر باشند، ارتفاع‌های نظیر آن‌ها نیز با هم برابرند.
 (۳) اگر n عددی زوج باشد، n^2 نیز عددی زوج است. ($n \in \mathbb{N}$)
 (۴) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهای آن منصف یکدیگرند.

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۳%

۸

در مثلث ABC طول دو ضلع AB و AC به ترتیب ۴ و ۶ سانتی‌متر و مساحت مثلث برابر ۱۰ سانتی‌مترمربع است. اگر نیمساز داخلی \hat{A} ، ضلع BC را در نقطه D قطع کند، فاصله نقطه D از ضلع AB کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۱%

۹

در چهارضلعی $ABCD$ ، نقطه‌ای وجود دارد که فاصله آن از همه رأس‌های چهارضلعی به یک اندازه است. این نقطه همواره است.

- (۱) محل برخورد قطرهای چهارضلعی
 (۲) محل برخورد نیمساز زاویه‌های چهارضلعی
 (۳) محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی
 (۴) محل برخورد پاره‌خط واصل وسط اضلاع AB و CD و پاره‌خط واصل وسط اضلاع AD و BC

دشوار قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۸%

۱۰

نقطه A درون متوازی‌الاضلاعی به اضلاع a و b قرار دارد. اگر نقطه A از دو ضلع بزرگ به یک فاصله و از دو ضلع کوچک به یک فاصله باشد، مکان نقطه A کدام است؟ ($a > b$ و زوایا مخالف 90° درجه‌اند).

- (۱) هر نقطه از خطی موازی دو ضلع بزرگ‌تر و به فاصله $\frac{b}{4}$
 (۲) هر نقطه از خطی موازی دو ضلع کوچک‌تر و به فاصله $\frac{a}{4}$
 (۳) محل برخورد نیمسازهای دو زاویه مجاور
 (۴) محل برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۶%

۱۱

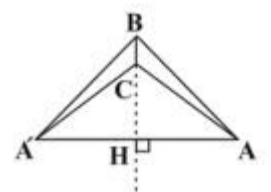
در شکل زیر، اگر مساحت دو مثلث ABC و $A'BC$ با هم برابر باشند، چند مورد از نتایج زیر الزاماً درست است؟

(الف) $AB + A'C = A'B + AC$

(ب) $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$

(ج) $\widehat{ABC} = \widehat{A'BC}$

(د) $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B}{A'C}$



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

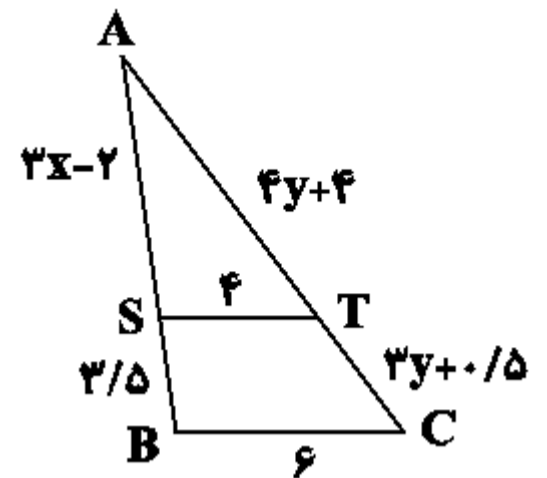
۱۲

در معادله $2x^2 - 9x + m = 0$ یکی از ریشه‌ها ۲ برابر دیگری است. m را بیابید.

ساده درصد پاسخگویی ۳۶% قلمچی ۱۳۹۹

۱۳

در شکل مقابل $ST \parallel BC$ است. حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱/۵
(۳) ۳
(۴) ۴/۵

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

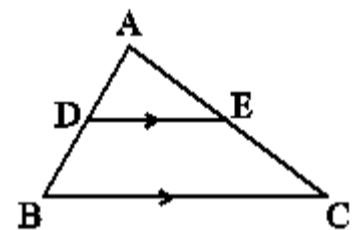
۱۴

فرض کنید AD نیمساز زاویه ی A در مثلث ABC باشد. اگر $BD \neq DC$ ثابت کنید $AB \neq AC$.

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۱۵

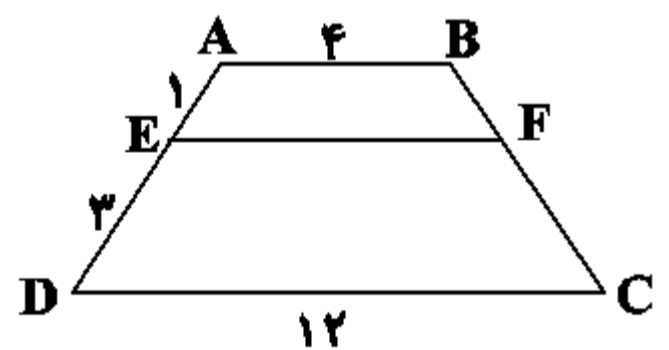
مطابق شکل، در مثلث ABC، $DE \parallel BC$ ثابت کنید $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.



متوسط درصد پاسخگویی ۳۰% قلمچی ۱۳۹۹

۱۶

دوزنقه متساوی الساقین ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. طول پاره خط EF که موازی دو قاعده رسم شده، کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۶
(۴) ۸

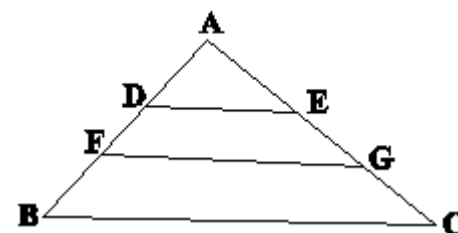
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۷

مساحت ذوزنقه DEGF برابر ۷ می‌باشد. اگر $۲AD = ۶FD = ۳FB$ باشد. مساحت مثلث ABC کدام است؟ ($FG \parallel BC$)



۳۷ (۱)

۲۰ (۲)

۱۶ (۳)

۳۶ (۴)

نسبتا دشوار

کنکور سراسری ۱۳۹۸

۱۸

در یک ذوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن ذوزنقه، کدام است؟

 $\frac{۲}{۵}$ (۴) $\frac{۱}{۴}$ (۳) $\frac{۱}{۵}$ (۲) $\frac{۱}{۶}$ (۱)

متوسط

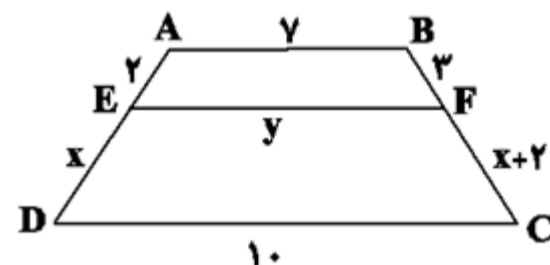
درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۴۰۰

گزینه‌های دام دار ۳

۱۹

در شکل زیر EF موازی قاعده‌های ذوزنقه ABCD است. مقدار $x+y$ کدام است؟



۱۶ (۱)

۱۵ (۲)

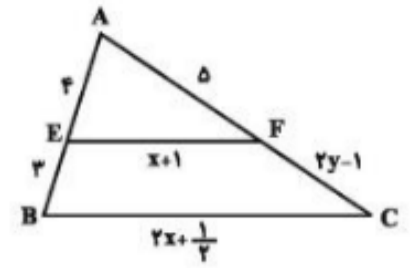
۱۴ (۳)

۱۲ (۴)

ساده درصد پاسخگویی ۶۰% قلمچی ۱۳۹۹

۲۰

در شکل زیر، $EF \parallel BC$ است. مقدار $x+y$ کدام است؟



(۱) $\frac{۲۹}{۵}$

(۲) $\frac{۶۱}{۸}$

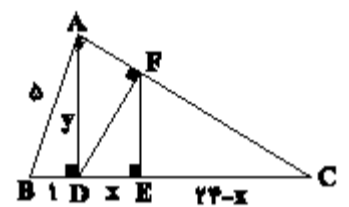
(۳) $\frac{۵۹}{۸}$

(۴) $\frac{۳۹}{۵}$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۷% قلمچی ۱۳۹۹

۲۱

در شکل مقابل مقدار $x+y$ کدام است؟



(۲) $۲/۹۱ + ۴\sqrt{۶}$

(۴) $۱/۹ + ۲\sqrt{۶}$

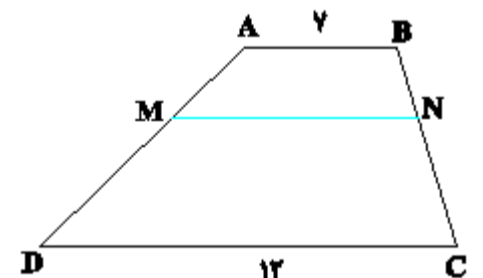
(۱) $۲/۴۹ + ۴\sqrt{۶}$

(۳) $۰/۹۶ + ۲\sqrt{۶}$

نسبتا دشوار خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۲

در ذوزنقه $ABCD$ ، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{۲}{۳}$ است. اندازه MN ، کدام است؟



(۱) ۸

(۲) $۸/۷۵$

(۳) ۹

(۴) $۹/۵$

ساده سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۲۳

هر یک از احکام زیر را با یک مثال نقض رد کنید.

(الف) هر چهار ضلعی که قطرهایش بر هم عمود باشد، مربع است.

(ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیشتر است.

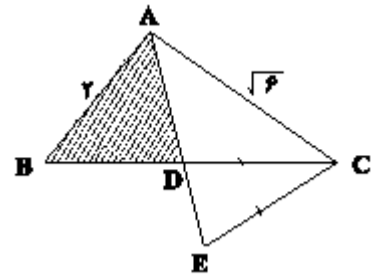
(پ) در هر مثلث، اندازه‌ی هر ضلع از اندازه‌ی هر ارتفاع بزرگتر است.

نسبتا دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۴

در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟



(۲) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{3}{3}$

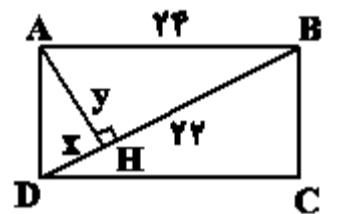
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۵

در شکل روبه‌رو ABCD مستطیل است. مقدار $x + y^2$ تقریباً کدام است؟ ($BH = 22$)



(۲) $98/5$

(۴) $92/5$

(۱) $96/18$

(۳) $94/5$

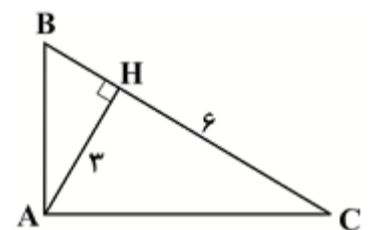
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۷

۲۶

در شکل زیر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC چقدر است؟



(۱) $12/25$

(۲) $11/25$

(۳) $11/5$

(۴) 11

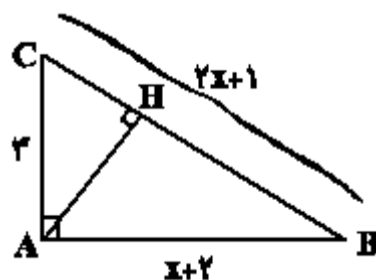
ساده

درصد پاسخگویی ۴۲%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۷

با توجه به شکل زیر، اندازه $AH + BC$ کدام است؟



(۱) $6/4$

(۲) $7/4$

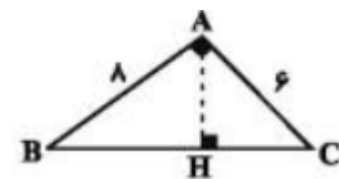
(۳) $8/2$

(۴) $9/2$

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۵۷%

۲۸

در مثلث روبه‌رو زاویه A قائمه بوده و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC است. مساحت مثلث AHC کدام است؟



۷/۳۲ (۲)

۶/۴ (۱)

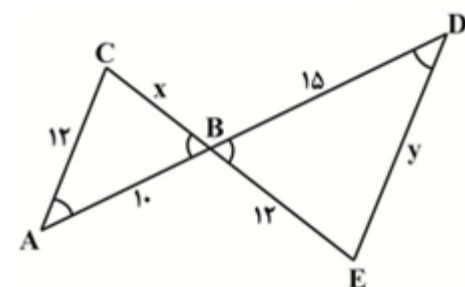
۸/۶۴ (۴)

۶/۲ (۳)

ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۶۳%

۲۹

در شکل مقابل اگر $\hat{A} = \hat{D}$ باشد، آنگاه $x + y$ کدام است؟



۱۸ (۱)

۳۰ (۲)

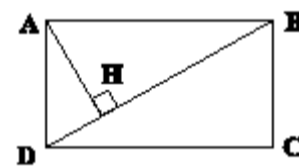
۲۴ (۳)

۲۶ (۴)

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۲%

۳۰

مطابق شکل زیر در مستطیلی به طول ۱۴، از رأس A عمودی بر قطر BD رسم می‌کنیم. اگر $BH = ۱۰$ باشد، طول قطر AC کدام است؟



۲۰/۴ (۱)

۱۶/۲ (۲)

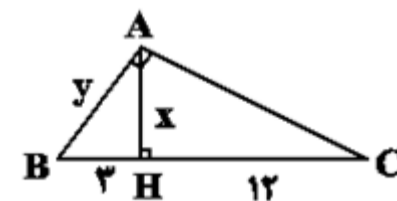
۱۹/۶ (۳)

۱۷/۲ (۴)

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۵۶%

۳۱

در شکل زیر، اندازه y کدام است؟



۲√۵ (۱)

۳√۵ (۲)

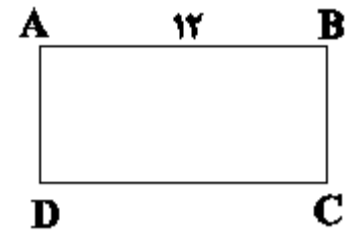
۷ (۳)

۶/۵ (۴)

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۹

۳۲

شکل زیر، مستطیلی به طول ۱۲ است. اگر از نقطه A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای این عمود را H بنامیم، طول BH برابر ۱۱ می‌شود. اندازه قطر مستطیل تقریباً کدام است؟



۱۳/۰۹ (۲)

۱۴/۷ (۱)

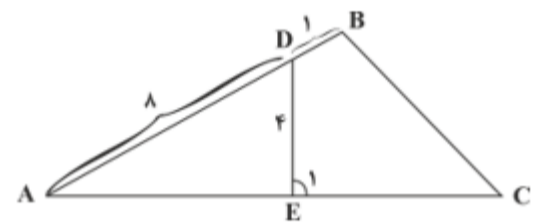
۱۴/۵ (۴)

۱۳/۵ (۳)

متوسط درصد پاسخگویی ۲۸% قلمچی ۱۳۹۸

۳۳

در شکل زیر زوایای B و E_۱ مکمل‌اند و نقطه E وسط ضلع AC است. طول ضلع BC کدام است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

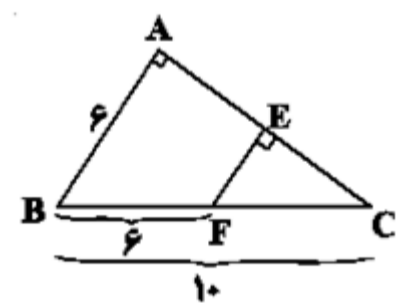
۹ (۳)

۱۰ (۴)

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۹

۳۴

در مثلث شکل مقابل، محیط مثلث کوچکتر چند درصد محیط بزرگترین مثلث است؟



۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۴۷ (۴)

۴۵ (۳)

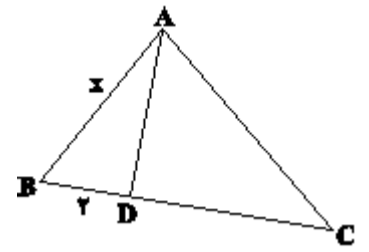
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۴۰۰

۳۵

در شکل مقابل، $\hat{B}AD = \hat{A}CD$ و مساحت مثلث ADC ، ۱۵ برابر مساحت مثلث ABD می‌باشد. مقدار x کدام است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۲ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشانساده درصد پاسخگویی ۳۳% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

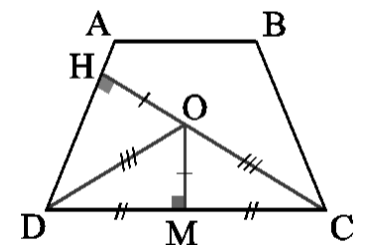
چون $PA = PB = PC$ بنابراین P نقطه تلاقی سه عمودمنصف داخلی مثلث ABC است. چون P نقطه تلاقی BH و CH' است، پس نتیجه می‌گیریم که BH و CH' در واقع هم عمودمنصف هستند و هم ارتفاع. بنابراین: $BA = BC \Rightarrow BH$ عمودمنصف و ارتفاع

 $CH' \Rightarrow CA = CB$ عمودمنصف و ارتفاع $\Rightarrow AB = AC = BC$ بنابراین مثلث ABC متساوی الاضلاع است.متوسط درصد پاسخگویی ۲۷% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

برای آنکه نقطه‌ای از دو سر قاعده CD به یک فاصله باشد باید روی عمودمنصف CD واقع باشد. برای آنکه نقطه‌ای از قاعده CD و ساق AD به یک فاصله باشد باید روی نیمساز زاویه D واقع باشد، پس نقطه برخورد عمودمنصف قاعده CD و نیمساز زاویه D ، نقطه مورد نظر است.

ساده سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

الف) استنتاجی

ب) استقرایی

پ) عکس قضیه

ت) قضیه

ساده درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۶ گزینه های دام دار ۱

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است. حال اگر رئوس مثلث را A، B و C بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow 2\hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ$$

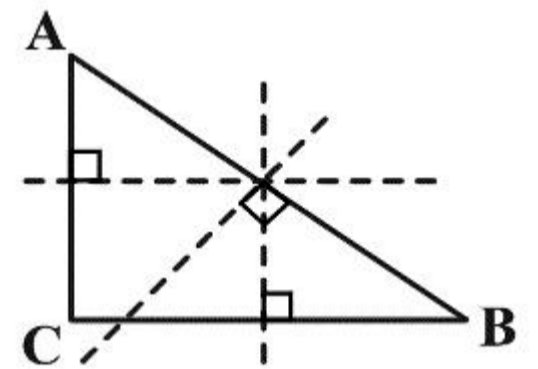
بنابراین $\triangle ABC$ یک مثلث قائم‌الزاویه

می‌باشد. در نتیجه محل تلاقی

عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث دقیقاً

در وسط ضلع AB وتر مثلث

(بزرگ‌ترین ضلع مثلث) قرار دارد.

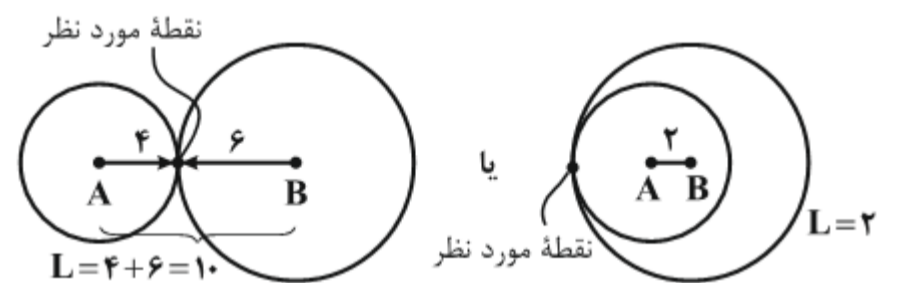


دشوار درصد پاسخگویی ۹% قلمچی ۱۳۹۶ گزینه های دام دار ۳

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

در صورتی که L یکی از دو مقدار ۲ یا ۱۰ را داشته باشد، نقطه مورد نظر تنها یک نقطه در صفحه می‌باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ است.



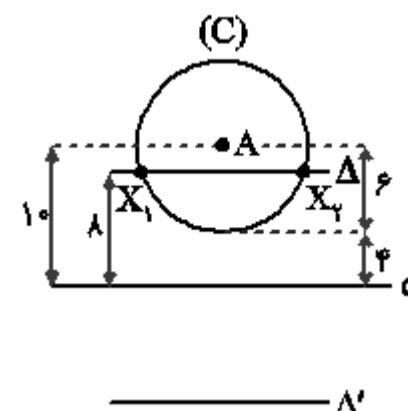
پس ۲ یا $L=10$ بوده که جمع آنها $10+2=12$ است.

سوال ۶

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹ متوسط

پاسخ: گزینه ۱

نقاطی که از A به فاصله ۶ واحد هستند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۶ قرار دارند (دایره‌ی C در شکل زیر) و نقاطی که از خط d به فاصله ۸ واحد هستند، روی دو خط به موازات d و به فاصله ۸ واحد از آن قرار دارند (Δ و Δ' در شکل زیر).



همانطور که در شکل ملاحظه می‌کنید، دایره‌ی C و خط Δ در دو نقطه (X_1 و X_2) متقاطعند که این دو نقطه جواب سؤال هستند.

سوال ۷

قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۷٪ ساده

پاسخ: گزینه ۴

در گزینه «۱»: قضیه فیثاغورس بیان شده که عکس آن نیز درست است و قضیه دو شرطی است.

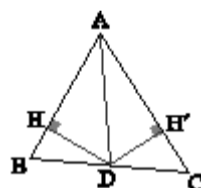
در لوزی قطرهای منصف هستند، ولی اگر قطرهای یک چهارضلعی منصف یکدیگر باشند الزاماً لوزی نیست، ولی قطعاً متوازی‌الاضلاع می‌باشد. در رابطه با گزینه «۳» باید گفت که عکس آن هم درست است.

سوال ۸

قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۳٪ متوسط

پاسخ: گزینه ۲

مجموع مساحت‌های دو مثلث ABD و ACD برابر مساحت مثلث ABC است. طول ارتفاع‌های این دو مثلث را DH و DH' فرض می‌کنیم



که چون نقطه D روی نیمساز قرار دارد این دو فاصله با هم برابرند،

پس: $DH = DH' = h$

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2}AB \times DH + \frac{1}{2}AC \times DH' = \frac{1}{2} \times 4h + \frac{1}{2} \times 6h = 5h$$

طبق صورت سؤال، مساحت مثلث ABC برابر ۱۰ است، پس:

$$10 = 5h \Rightarrow h = 2$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۱% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

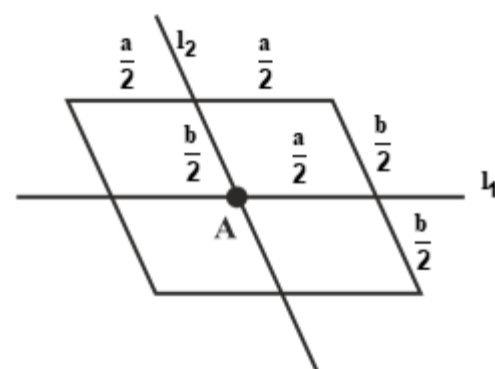
اگر نقطه‌ای وجود داشته باشد که از همه رأس‌های چهارضلعی ABCD به یک فاصله باشد، آن نقطه محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی است.

دشوار درصد پاسخگویی ۸% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، نقطه A روی خط l_1 و l_2 قرار دارد.



بنابراین نقطه A در محل تقاطع دو خط l_1 و l_2 است که همان نقطه برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع است.

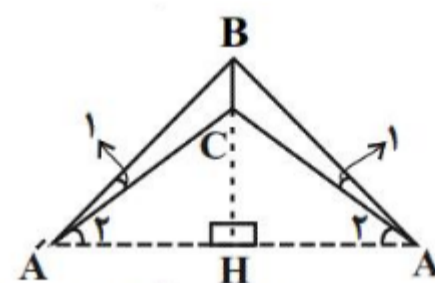
متوسط درصد پاسخگویی ۱۶% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

مساحت دو مثلث ABC و A'BC با هم برابر است. پس:

$$\frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{A'H \cdot BC}{2} \Rightarrow AH = A'H$$



بنابراین پاره خط BH عمودمنصف پاره خط AA' است. پس از دو پاره خط AA' فاصله یکسانی دارند.

(ج) BH نیمساز رأس B $\Rightarrow \hat{A}B = \hat{A}'B$ متساوی الساقین $\Rightarrow AB = A'B$

$\hat{A}C = \hat{A}'C \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A}'_2$ متساوی الساقین $\Rightarrow AC = A'C$

(ب) $\hat{A} = \hat{A}' \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}'_1$

$$\begin{cases} AB = A'B \\ AC = A'C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{AC} = \frac{A'B}{A'C} \text{ (د)} \\ AB + A'C = A'B + AC \text{ (الف)} \end{cases}$$

سوال ۱۲

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

اگر α و β را ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - 9x + m = 0$ در نظر بگیریم، طبق فرض که یکی از ریشه‌ها، دو برابر دیگری است، داریم: $\alpha = 2\beta$. از طرفی مجموع ریشه‌های معادله برابر با $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{9}{2}$ است، پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha = 2\beta \\ \alpha + \beta = \frac{9}{2} \end{cases} \xrightarrow{\alpha=2\beta} 3\beta = \frac{9}{2} \Rightarrow \beta = \frac{3}{2}, \alpha = 3$$

ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، بنابراین:

$$\xrightarrow{\alpha=3} 2(3)^2 - 9(3) + m = 0 \Rightarrow m = 9$$

سوال ۱۳

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۶%

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$ST \parallel BC \Rightarrow \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC}$$

$$\frac{3x - 2}{3x + 1/5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 9x - 6 = 6x + 3$$

$$\Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$ST \parallel BC \Rightarrow \frac{AT}{AC} = \frac{ST}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4y + 4}{7y + 4/5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow 12y + 12 = 14y + 9$$

$$\Rightarrow 2y = 3 \Rightarrow y = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{1/5} = 2$$

سوال ۱۴

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

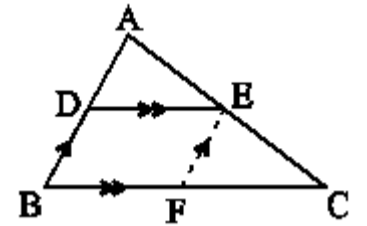
با استفاده از برهان خلف، فرض می‌کنیم $AB = AC$ در این صورت مثلث ABC متساوی‌الساقین است و نیمساز داخلی زاویه‌ی رأس A ، میانه‌ی وارد بر قاعده نیز هست، یعنی $BD = DC$ که این امر در تناقض با فرض مسأله است، پس فرض برهان خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

مطابق شکل، از نقطه‌ی E، پاره‌خط EF را موازی AB رسم می‌کنیم، داریم:



$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}$$

$$\frac{AD}{AD+BD} = \frac{AE}{AE+CE} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad (*)$$

$$EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CF}{BF} = \frac{CE}{AE} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}}$$

$$\frac{CF+BF}{BF} = \frac{CE+AE}{AE} \Rightarrow \frac{BC}{BF} = \frac{AC}{AE} \xrightarrow{\text{معکوس}}$$

$$\frac{BF}{BC} = \frac{AE}{AC} \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC} \quad (***)$$

از طرفی چهار ضلعی BDEF متوازی‌الاضلاع است، پس $BF = DE$ ، بنابراین:

$$(***) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۰٪ قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

قطر BD و EF یکدیگر را در نقطه G قطع می‌کنند. در نتیجه در مثلث ABD داریم:

$$\xrightarrow{\text{تکمیل قضیه تالس}} \frac{ED}{AD} = \frac{EG}{AB} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{EG}{۴}$$

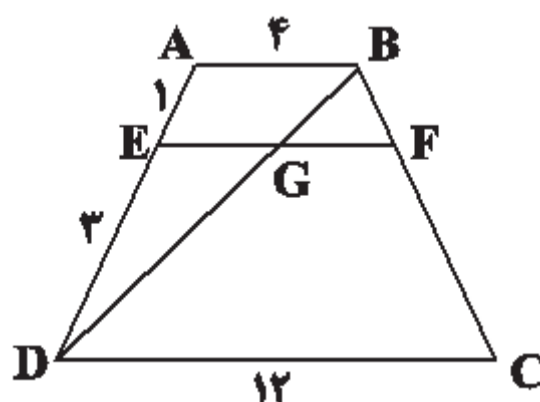
$$\Rightarrow EG = ۳$$

در مثلث BDC داریم:

$$\xrightarrow{\text{تکمیل قضیه تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{GF}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{GF}{۱۲} \Rightarrow GF = ۳$$

$$\Rightarrow EF = ۳ + ۳ = ۶$$



متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»

فرض کنید $FD = x$ پس $AD = 3x$ و $FB = 2x$ می‌باشد. مساحت $\triangle ADE$ را S و مساحت ذوزنقه $FGCB$ را S' می‌نامیم. می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

$$\triangle ADE \text{ و } \triangle AFG \text{ متشابه‌اند} \Rightarrow \frac{S}{S+V} = \left(\frac{3x}{4x}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 16S = 9S + 6V \Rightarrow S = 9$$

$$\triangle ABC \text{ با } \triangle AFG \text{ متشابه است} \Rightarrow \frac{9+V}{9+V+S'} = \left(\frac{4x}{6x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S' = 20$$

بنابراین مساحت مثلث ABC برابر ۳۶ است.

نسبتا دشوار

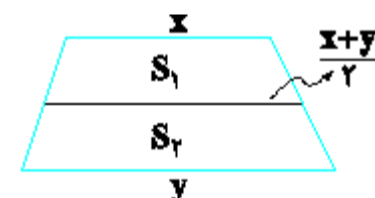
کنکور سراسری ۱۳۹۸

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲

نکته: طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین دو قاعده است.



طبق قضیه تالس ارتفاع ذوزنقه‌ها با هم برابر است:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\cancel{1}2 \times (y + \frac{x+y}{2}) \times \cancel{h}}{\cancel{1}2 \times (x + \frac{x+y}{2}) \times \cancel{h}} = 2$$

$$\Rightarrow y + \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 2x + x + y \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{5x}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{5}$$

یادآوری: ارتفاع \times مجموع دو قاعده $\times \frac{1}{2} =$ مساحت ذوزنقه

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۴۰۰

گزینه های دام دار ۳

سوال ۱۹

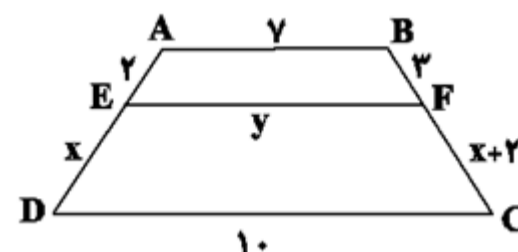
پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$EF \parallel AB \parallel DC \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{x+2}$$

$$\Rightarrow 2x + 4 = 3x \Rightarrow x = 4$$

بنابراین شکل به صورت زیر است. با رسم قطر BD داریم:



$$\triangle ABD : EM \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{EM}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{EM}{7} \Rightarrow EM = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}$$

$$\triangle BDC : MF \parallel DC \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{MF}{DC} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{MF}{10}$$

$$\Rightarrow MF = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \Rightarrow y = EF = \frac{14}{3} + \frac{10}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\Rightarrow x + y = 4 + 8 = 12$$

ساده

درصد پاسخگویی ۶۰%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

به کمک قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{5}{2y-1} \Rightarrow 8y - 4 = 15 \Rightarrow 8y = 19 \Rightarrow y = \frac{19}{8}$$

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{x+1}{2x+\frac{1}{2}} \Rightarrow 8x+2 = 7x+7$$

$$\Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow x + y = 5 + \frac{19}{8} = \frac{59}{8}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۷%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

چون $AD \parallel EF$ است، در مثلث ADC داریم:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{DE}{EC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{x}{24-x} \quad (1)$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{1}{24-x+x} = \frac{1}{24} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x}{24-x} = \frac{1}{24} \Rightarrow 24x = 24 - x$$

$$25x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{25} = 0.96$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 25 - 1 = 24$$

$$AD = y = 2\sqrt{6}$$

$$x + y = 0.96 + 2\sqrt{6}$$

و چون $DF \parallel AB$ است در مثلث ABC داریم:

نسبتا دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۹

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

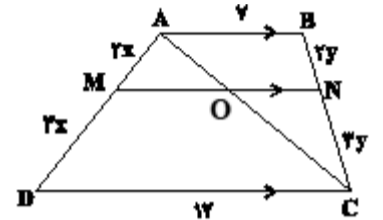
گزینه ۳

روش اول:

قطر AC را رسم می‌کنیم. با توجه به ذوزنقه ABCD و قضیه تالس داریم:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MD} = \frac{MA}{AD} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} \quad (*)$$

$$\frac{CN}{BC} = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} \quad (**)$$



طبق قضیه تالس در مثلث ACD داریم:

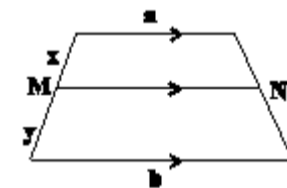
$$MO \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MO}{DC} \xrightarrow{*} \frac{2}{5} = \frac{MO}{12} \Rightarrow MO = 4/8$$

طبق قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$ON \parallel AB \Rightarrow \frac{ON}{AB} = \frac{CN}{BC} \xrightarrow{**} \frac{ON}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow ON = \frac{12}{5} = 4/2$$

$$\Rightarrow MN = MO + ON = 4/8 + 4/2 = 9$$

روش دوم: در ذوزنقه دلخواه زیر داریم:



$$MN = \frac{xb+ay}{x+y}$$

$$MN = \frac{(2x)(12) + (3x)(4)}{2x+3x} = \frac{45x}{5x} = 9$$

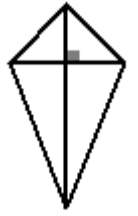
در این سؤال داریم:

سوال ۲۳ پرتکرار ۱۳۹۹ ساده

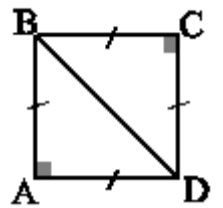
سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

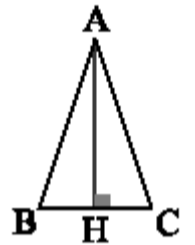
الف) شکل روبرو را در نظر بگیرید.



ب) شکل روبرو را در نظر بگیرید که در آن مساحت مربع ABCD از مساحت مثلث ABD بیشتر است.



پ) شکل روبرو را در نظر بگیرید که در آن اندازه‌ی ضلع BC از ارتفاع AH کوچکتر است.



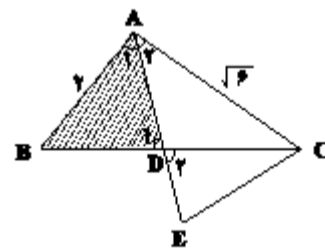
سوال ۲۴ خارج از کشور ۱۳۹۹ نسبتا دشوار

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲

در شکل مقابل و با توجه به مفروضات سؤال داریم:



$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$\text{متقابل به رأس} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2$$

به دلیل آن که $CE = CD$ ، بنابراین مثلث CDE متساوی الساقین و $\hat{D}_2 = \hat{E}$ است.

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 = \hat{E}$$

دو مثلث ABD و ACE به دلیل برابری دو زاویه متشابه هستند.

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{E} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACE$$

نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE برابر است با:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۶% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

به کمک رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHB داریم:

$$y^2 = AB^2 - BH^2 = 24^2 - 22^2 = 576 - 484 = 92$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:

$$\begin{aligned} AH^2 &= DH \times BH \Rightarrow y^2 = x \times 22 \\ \xrightarrow{y^2=92} 92 &= 22x \Rightarrow x = \frac{92}{22} \approx 4/18 \\ \Rightarrow x + y^2 &= 4/18 + 92 = 96/18 \end{aligned}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۹% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲

از تشابه دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle AHC$ و نوشتن تناسب اضلاع داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 9 = 6 \times BH \Rightarrow BH = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1/5$$

$$BC = BH + CH = 1/5 + 6 = 7/5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 7/5 = \frac{21/5}{2} = 11/25$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۲% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{رابطه فیثاغورس: } BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$\Rightarrow (2x+1)^2 = 3^2 + (x+2)^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 9 + x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x>0} x = 2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times AB = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$\Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5} = 2/4$$

$$\Rightarrow AH + BC = 2/4 + 5 = 7/4$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۷%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$BC = \sqrt{۳۶ + ۶۴} = ۱۰ \text{ و } AC^2 = HC \times BC$$

$$\Rightarrow ۳۶ = HC \times ۱۰ \Rightarrow HC = ۳/۶, BH = ۶/۴$$

$$AH^2 = BH \times CH = ۳/۶ \times ۶/۴ = (۰/۱)^2 \times (۶)^2 \times (۸)^2$$

$$\Rightarrow AH = ۴/۸$$

$$S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} AH \times HC = \frac{1}{2} \times ۴/۸ \times ۳/۶ = ۸/۶۴$$

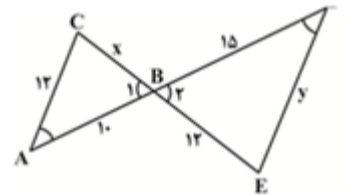
ساده

درصد پاسخگویی ۶۳%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۴



$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{cases} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABC \sim \triangle DBE \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{12}{x} = \frac{15}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{12} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \\ \frac{12}{x} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = 36 \Rightarrow y = 18 \\ 3x = 24 \Rightarrow x = 8 \end{cases} \Rightarrow x + y = 18 + 8 = 26$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ADB داریم: $AB^2 = HB \times BD$

$$\Rightarrow ۱۴^2 = ۱۰ \times BD \Rightarrow BD = ۱۹/۶$$

BD و AC هر دو قطر مستطیل هستند، پس:

$$AC = BD = ۱۹/۶$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۶% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۲

$$AH^2 = HB \times HC \Rightarrow x^2 = 3 \times 12 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow y^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$\xrightarrow{y>0} y = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

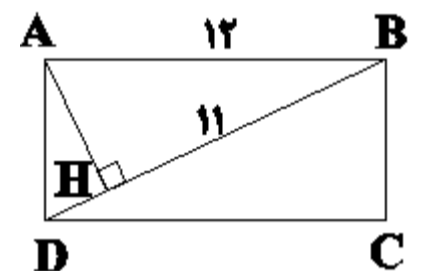
ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا قطر BD و AH عمود را رسم می‌کنیم.



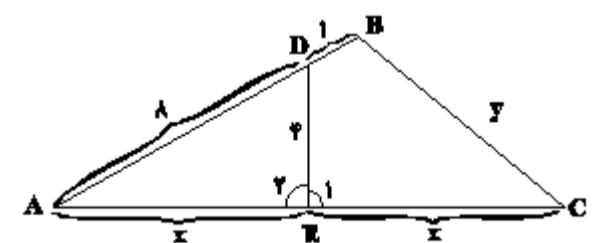
در این صورت داریم:

$$BA^2 = BH \cdot BD \Rightarrow 12^2 = 11 \times BD \Rightarrow BD = \frac{144}{11} \approx 13.09$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۸% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۱

زوایای B و E_۱ مکمل‌اند. از طرفی E_۱ و E_۲ نیز مکمل‌اند. پس B̂ با Ê_۲ برابر است.دو مثلث ADE و ACB دو زاویه برابر دارند (Â مشترک و B̂ = Ê_۲)، پس با هم متشابه‌اند.

تناسب اضلاع متناظر بین دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{1}{2x} = \frac{y}{y} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = y^2 \\ \lambda y = \lambda x \end{cases} \Rightarrow x = y = 6 = BC = 6$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول: چون زاویه های A و E برابر ۹۰ درجه می باشند، بنابراین $AB \parallel EF$ است و از رابطه تالس استفاده می کنیم.

$$CF = 10 - 6 = 4, \quad AC^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \\ \Rightarrow AC = 8$$

$$\text{تعمیم قضیه تالس} \begin{cases} \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{EF}{6} \Rightarrow EF = \frac{4 \times 6}{10} = 2/4 \\ \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow \frac{CE}{8} = \frac{4}{10} \Rightarrow CE = \frac{4 \times 8}{10} = 3/2 \end{cases}$$

$$\frac{\text{محیط } \triangle EFC}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{4 + 2/4 + 3/2}{6 + 10 + 8} = \frac{9/6}{24} = \frac{4}{10} = 40\%$$

راه حل دوم: چون دو مثلث ABC و EFC متشابه اند پس نسبت محیط های آن دو برابر نسبت تشابه است:

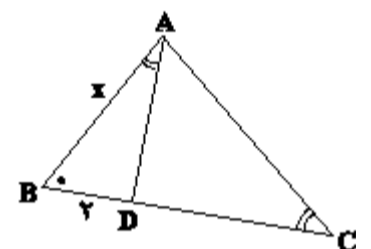
$$\frac{\text{محیط } \triangle EFC}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{FC}{BC} = \frac{10-6}{10} = \frac{4}{10} = 40\%$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۰% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ی «۲»



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B} & \text{تساوی} \\ \hat{BAD} = \hat{C} & \text{دو زاویه} \end{cases} \rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC$$

اگر مساحت $\triangle ABD$ را S بگیریم، مساحت $\triangle ABC$ ، $16S$ می شود.

می دانیم اگر K نسبت تشابه دو مثلث متشابه باشد، نسبت مساحت آن ها K^2 می شود.

$$K^2 = \frac{\text{مساحت } \triangle ABC}{\text{مساحت } \triangle ABD} = \frac{16S}{S} \Rightarrow K = 4 \\ \Rightarrow \frac{x}{y} = 4 \Rightarrow x = 8$$



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۳ زمان دار

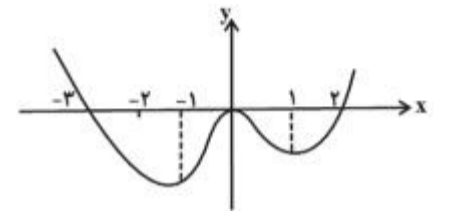
آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۵

۱

با توجه به شکل روبه‌رو دامنه‌ی تابع $\sqrt{(x-1)f(x)}$ کدام است؟(۱) $[-3, 1] - \{0\} \cup [2, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) $[-3, 2]$ (۴) $[-3, 1] \cup [2, +\infty)$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه‌های دام دار ۲ - ۳

۲

اگر $\frac{13}{4} < x < \frac{17}{3}$ باشد، حاصل $[-2x]$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟ (، []، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه‌های دام دار ۴

۳

برد تابع $y = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right]$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

دشوار

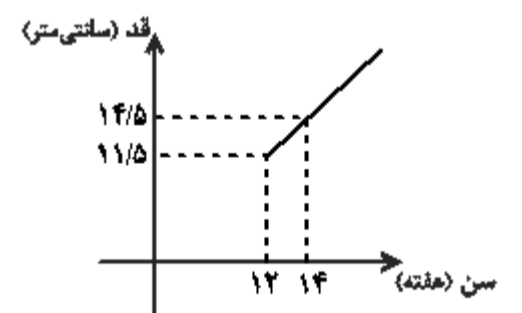
سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۴

نمودار تابع رشد قد جنین از هفته‌ی دوازدهم به بعد به صورت مقابل است. با توجه به این نمودار به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) در انتهای هفته‌ی هفدهم طول قد جنین چقدر است؟

ب) در پایان چه هفته‌ای طول قد جنین ۲۵ سانتی‌متر خواهد شد؟



متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۹

۵

مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = |x - 1| - |x|$ و محورهای کدام است؟(۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه‌های دام دار ۲

۶

کدام تابع زیر با تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ برابر است؟

$$m(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 3x^2 - 4x}{x+2}} \quad (۴)$$

$$k(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 + 4x}{x-1}} \quad (۳)$$

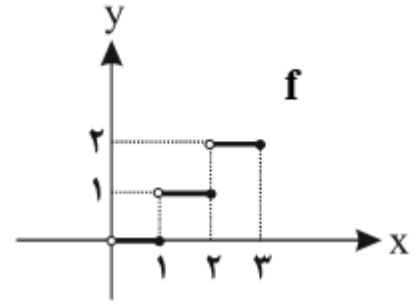
$$h(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4x)^2} \quad (۲)$$

$$g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-4} \quad (۱)$$

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۴ | درصد پاسخگویی ۴۳% | ساده

۷

با توجه به نمودار روبه‌رو، برد تابع f کدام است؟



- (۱) $(0, 3]$
 (۲) $(0, 2]$
 (۳) $[0, 3)$
 (۴) $\{0, 1, 2\}$

قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۱۸% | متوسط

۸

تابع را در نظر بگیرید. حاصل $f(\frac{\sqrt{3}}{2})$ چقدر است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱
 (۲) -۲
 (۳) -۳
 (۴) -۴

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۱۱% | دشوار

۹

اگر برد تابع $f(x) = x - 5[\frac{x}{5}] + 3$ به صورت بازه $[a, b)$ باشد، آن گاه $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۵
 (۳) ۷
 (۴) ۸

قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۳۵% | متوسط

۱۰

حاصل عبارت $\frac{[\frac{86}{13}] - [-\frac{2143}{62}]}{[\frac{447}{55}] + [-\frac{311}{21}]}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است)

- (۱) -۶
 (۲) -۷
 (۳) ۶
 (۴) ۷

گزینه های دام دار ۳ | قلمچی ۱۳۹۸ | درصد پاسخگویی ۱۳% | دشوار

۱۱

اگر مساحت بین نمودار $y = [ax]$ با محور x ها در بازه $[0, 1)$ برابر $1/5$ باشد، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

قلمچی ۱۳۹۸ | درصد پاسخگویی ۲۸% | متوسط

۱۲

طول نقاط برخورد تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ و وارونش کدام است؟

- (۱) ۱ و ۲
 (۲) ۱ و -۱
 (۳) -۱ و ۲
 (۴) ۲ و صفر

قلمچی ۱۳۹۸ | درصد پاسخگویی ۱۹% | متوسط

۱۳

اگر $f(x) = \frac{a+1}{x+2} - 1$ و $f^{-1}(2) = -3$ ، آن گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) -۳
 (۳) ۴
 (۴) -۴

قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۵۸% | ساده

۱۴

در کدام تابع زیر، وارون تابع خود یک تابع نیست؟

- (۱) $\{(1, 4), (2, 5), (-1, 3)\}$
 (۲) $\{(2, 0), (1, 1), (3, 0)\}$
 (۳) $\{(1, 5), (-1, 2), (0, 0)\}$
 (۴) $\{(-1, 1), (0, 0), (1, -1)\}$

دشوار ۱۱٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۱۵

کدام گزینه بیانگر تابعی وارون پذیر است؟

$$y = 1 - 3|x| + x \quad (۲)$$

$$y = 1 - 3x + |x| \quad (۴)$$

$$y = |x| + 1 - x \quad (۱)$$

$$y = 1 + 3|x| - x \quad (۳)$$

دشوار ۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۱۶

کدام گزینه بیانگر تابعی وارون پذیر است؟

$$y = 1 - 3|x| + x \quad (۲)$$

$$y = 1 - 3x + |x| \quad (۴)$$

$$y = |x| + 1 - x \quad (۱)$$

$$y = 1 + 3|x| - x \quad (۳)$$

دشوار ۱۱٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۱۷

اگر $f(x) = \frac{2}{3}x + a$ باشد و نمودار f^{-1} از نقطه $(۲, ۶)$ بگذرد، مقدار $f^{-1}(۰)$ کدام است؟

$$-۷ \quad (۴)$$

$$-۲ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$\frac{۱۴}{۳} \quad (۱)$$

متوسط ۳۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۱۸

کدام یک از توابع زیر، وارون پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -\frac{1}{x} & ; x < 0 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -|x| & ; x < 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ \sqrt{-x} & ; x \leq 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -x^2 & ; x < 0 \end{cases} \quad (۳)$$

متوسط ۲۸٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۱۹

وارون تابع $f(x) = 3x + |x - 3|$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \dots \end{cases} \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \dots \end{cases} \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \dots \end{cases} \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \dots \end{cases} \quad (۳)$$

متوسط ۳۱٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۲۰

اگر $f = \{(a^2 + 1, 3), (-1, 7), (b + 1, 7), (5, 3), (3, 0), (3, a + 2)\}$ تابعی یک به یک باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

$$-۴ \quad (۴)$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

متوسط ۳۳٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۲۱

نمودار وارون تابع $f(x) = 1 - \sqrt{x + 3}$ از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی کند؟

$$\text{چهارم} \quad (۴)$$

$$\text{سوم} \quad (۳)$$

$$\text{دوم} \quad (۲)$$

$$\text{اول} \quad (۱)$$

ساده ۴۷٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۲۲

تابع $f = \{(1, m^2 - m), (m, 4), (1, 6), (5, m + 1), (0, m^2 + 2)\}$ به ازای کدام مجموعه مقادیر m وارون پذیر است؟

$$\{3\} \quad (۲)$$

$$\emptyset \quad (۴)$$

$$\{-2, 3\} \quad (۱)$$

$$\{-2\} \quad (۳)$$

متوسط ۲۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۲۳

دامنه تابع $f(x) = x^2 - 6x + 10$ کدام بازه زیر باشد، تا تابع یک به یک باشد؟

$$[-3, 3] \quad (۲)$$

$$(0, 4) \quad (۴)$$

$$[-1, 4] \quad (۱)$$

$$(2, 5) \quad (۳)$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۷

۲۴

f و g دو تابع درجه دوم هستند. اگر $(f+g)(x) = 4x^2 + 1$ و $(f-g)(x) = 2x + 1$ باشند، $g(2)$ کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

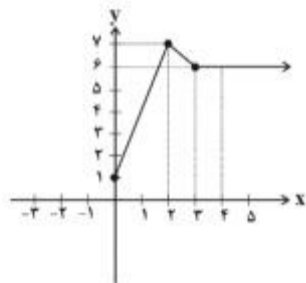
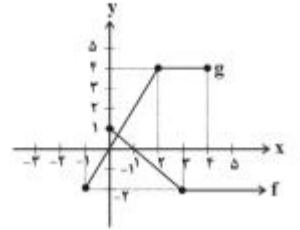
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

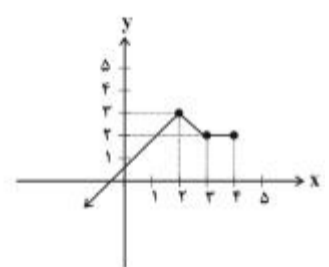
قلمچی ۱۳۹۷

۲۵

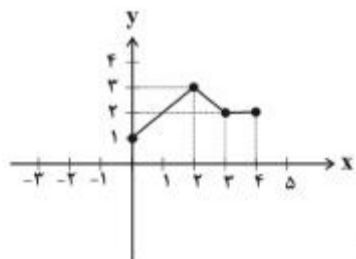
هرگاه نمودار دو تابع f و g به صورت زیر باشد، نمودار تابع $f+2g$ کدام است؟



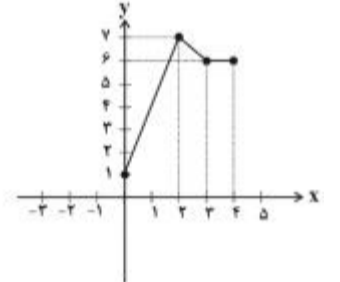
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۶

۲۶

اگر $f(x) = \begin{cases} x & , x < -3 \\ 2x^2 & , x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x & , |x| < 2 \\ \frac{1}{x} & , x < -5 \end{cases}$ باشد، تابع $f \times g$ کدام است؟

$$\begin{cases} 2x^3 & , 1 < x < 2 \\ 1 & , x < -3 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} 2x^3 & , 1 < x < 2 \\ 1 & , x < -5 \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} x^2 & , -2 < x < 2 \\ 2x & , x < -5 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} 1 & , 1 < x < 2 \\ 2x^3 & , x < -5 \end{cases} \quad (۱)$$

ساده

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۷

برای رسم نمودار $y = 1 - \sqrt{x+1}$ به کمک انتقال نمودار $y = \sqrt{x}$ چگونه عمل می‌کنیم؟

(۱) ابتدا نمودار \sqrt{x} را یک واحد به سمت راست می‌بریم، سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت بالا می‌بریم.

(۲) ابتدا نمودار \sqrt{x} را یک واحد به سمت چپ می‌بریم، سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت بالا می‌بریم.

(۳) ابتدا نمودار \sqrt{x} را یک واحد به سمت چپ می‌بریم، سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت بالا می‌بریم.

(۴) ابتدا نمودار \sqrt{x} را یک واحد به سمت راست می‌بریم، سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و در پایان یک واحد به سمت پایین می‌بریم.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۶

۲۸

اگر داشته باشیم $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ ، دامنه تابع $h(x) = \frac{f(x)+g(x)}{g(x)}$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

گزینه های دام دارا ۱۳۹۷ قلمچی درصد پاسخگویی ۱۲% دشوار

۲۹

اگر $f(x) = \frac{x-1}{x-3}$ و $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f(x)$ چند عدد صحیح را نمی‌تواند بپذیرد؟

۳ (۲)

۱ (۱)

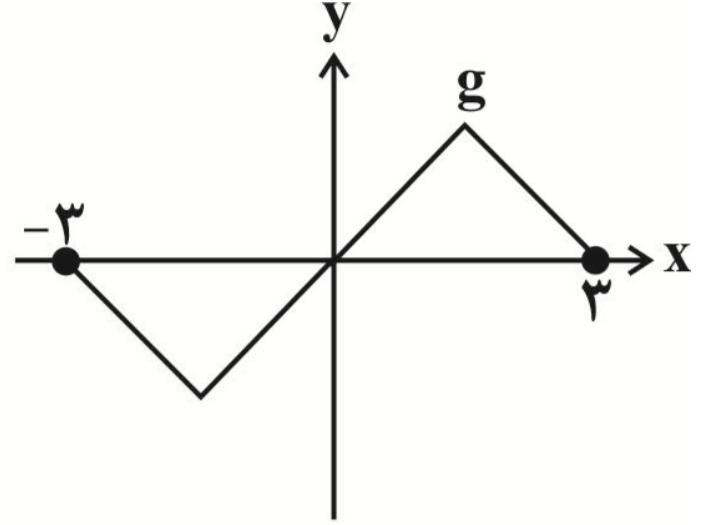
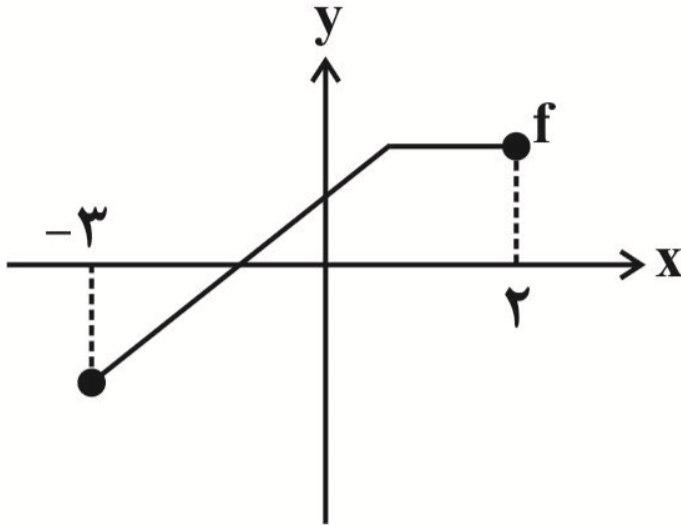
۷ (۴)

۵ (۳)

۱۳۹۶ قلمچی درصد پاسخگویی ۱۷% متوسط

۳۰

با توجه به نمودار تابع‌های f و g ، دامنه تابع $\frac{f \circ g}{g}$ کدام است؟

 $(-3, 0) \cup (0, 2]$ (۴) $[-3, 2]$ (۳) $[0, 3]$ (۲) $(0, 3)$ (۱)

۱۳۹۹ قلمچی درصد پاسخگویی ۳۰% متوسط

۳۱

اگر $f + 2g = \{(5, 6), (-1, 2), (0, 4)\}$ و $f - g = \{(0, 5), (-1, 4), (5, 6)\}$ ، آن‌گاه حاصل $f(0) - f(5)$ کدام است؟

 $-\frac{4}{3}$ (۲)

۴ (۱)

صفر (۴)

-۱ (۳)

۱۳۹۹ قلمچی درصد پاسخگویی ۴۵% ساده

۳۲

اگر $f = \{(1, 3), (-1, 4), (0, 4)\}$ و $g = \{(-1, 3), (1, 7), (0, 0)\}$ ، آنگاه $(f - g)(1)$ و $(\frac{f}{g})(0)$ به ترتیب کدام‌اند؟

۴ و وجود ندارد. (۴)

 $\frac{5}{4}$ و ۴ (۳)

-۴ و وجود ندارد. (۲)

 $\frac{5}{4}$ و -۴ (۱)

۱۳۹۹ قلمچی درصد پاسخگویی ۶۲% ساده

۳۳

اگر $f = \{(2, 3), (3, 2), (4, 0), (5, 1)\}$ و $g = \{(3, 5), (4, -1), (6, 2)\}$ باشد، تابع $\frac{fg}{f}$ کدام است؟

 $\{(3, \frac{5}{4})\}$ (۴) $\{(3, \frac{4}{5}), (4, 0)\}$ (۳) $\{(3, 5)\}$ (۲) $\{(3, 5), (4, 0)\}$ (۱)

۱۳۹۶ قلمچی درصد پاسخگویی ۳۱% متوسط

۳۴

نمودار تابع $f(x) = |x|$ را ابتدا یک واحد به چپ منتقل کرده و سپس نسبت به محور x ها قرینه کرده و در نهایت یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g حاصل شود. حاصل $g(\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

 $\sqrt{2}-2$ (۲) $2-\sqrt{2}$ (۱) $1-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}-1$ (۳)

۱۳۹۵ قلمچی درصد پاسخگویی ۱۹% متوسط

۳۵

اگر $f(x) = \frac{x+3}{1-2x}$ و $g(x) = 6x^2 - x - 2$ ، آن‌گاه حاصل $(g \circ f^{-1})(-3)$ کدام است؟

 $-\frac{23}{7}$ (۲)

۱۰ (۱)

 $-\frac{23}{49}$ (۴)

۱۳ (۳)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۳ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

متوسط درصد پاسخگویی ۲۰% قلمچی ۱۳۹۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

$$(x-1)f(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ f(x)=0 \Rightarrow x=-3, 0, 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3	0	1	2	$+\infty$
x-1		-	-	-	+	+
f(x)		+	-	-	-	+
(x-1)f(x)		-	+	+	-	+

 \Rightarrow مجموعه ی جواب $[-3, 1] \cup [2, +\infty)$

$$(x-1)f(x) \geq 0$$

راه حل دوم:

 $(x-1)$ و $f(x)$ باید هم علامت باشند یا حداقل یکی از آن ها صفر باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ f(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \xrightarrow{n} x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty) \\ \begin{cases} x-1 \leq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ f(x) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{n} -3 \leq x \leq 1 \Rightarrow [-3, 1] \end{cases}$$

جواب نهایی، اجتماع (۱) و (۲) است پس $[-3, 1] \cup [2, +\infty)$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۰% قلمچی ۱۳۹۷ گزینه های دام دار ۲-۳

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{17}{3} < [x] < \frac{13}{2} \xrightarrow{|x| \in \mathbb{Z}} 6 \leq [x] \leq 6$$

$$\Rightarrow [x] = 6 \Rightarrow 6 \leq x < 7 \Rightarrow -14 < -2x \leq -12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -14 < -2x < -13 \Rightarrow [-2x] = -14 \\ -13 \leq -2x < -12 \Rightarrow [-2x] = -13 \\ -2x = -12 \Rightarrow [-2x] = -12 \end{cases}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۴

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

برای تعیین برد یک تابع ابتدا باید دامنه آن تعیین شود که در این سوال با توجه به این که عبارت داخل جزء صحیح یک عبارت گویاست و مخرج آن نیز فاقد ریشه است دامنه آن همه اعداد حقیقی است. از عبارت گویا کاملاً مشخص است که صورت و مخرج نامنفی بوده و مخرج آن یک واحد از صورت بیشتر است، پس درون جزء صحیح همواره از یک کمتر بوده، یعنی:

$$0 \leq \frac{x^2}{x^2+1} < 1 \xrightarrow{n \leq x < n+1 \Rightarrow [x]=n} \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right] = 0$$

و این یعنی تابع مورد نظر تابعی است که برد آن فقط یک عضو دارد و آن هم $\{0\}$ می باشد که جزو اعداد صحیح است.

دشوار

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار، قد جنین با یک تابع خطی به سن او وابسته می شود که این خط از دو نقطه $A(12, 11/5)$ و $B(14, 14/5)$ می گذرد، اگر سن بر حسب هفته را با x و قد بر حسب سانتی متر را با y نمایش دهیم، معادله این خط به صورت زیر به دست می آید:

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A)$$

$$\Rightarrow y - 11/5 = \frac{14/5 - 11/5}{14 - 12} (x - 12)$$

$$\Rightarrow y - 11/5 = 1/5 (x - 12)$$

$$\Rightarrow y = 1/5 x - 18/5 + 11/5 \Rightarrow y = 1/5 x - 6/5 (*)$$

الف) از معادله $(*)$ باید مقدار y را به ازای $x = 17$ به دست آوریم:

$$y = 1/5 \times 17 - 6/5 = 19$$

یعنی در انتهای هفته ی هفدهم طول قد جنین نوزده سانتی متر است.

ب) در معادله $y = 1/5 x - 6/5$ باید مشخص کنیم به ازای چه مقداری از x ، مقدار y برابر با ۲۵ می شود:

$$25 = 1/5 x - 6/5 \Rightarrow 31/5 = 1/5 x$$

$$\Rightarrow x = \frac{31/5}{1/5} = 31$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۵

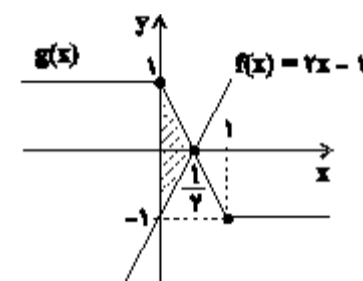
پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

$$g(x) = |x-1| - |x| = \begin{cases} -x+1+x & ; x < 0 \\ -x+1-x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ x-1-x & ; x > 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ -2x+1 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ -1 & ; x > 1 \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

مساحت ناحیه هاشورخورده

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۲

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \xrightarrow{\text{دامنه } f} x^2 - 4x \geq 0 \Rightarrow x(x-4) \geq 0$$

$$\Rightarrow (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-4} \xrightarrow{\text{دامنه } g} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 4 \Rightarrow D_g \neq D_f$$

$$\text{گزینه «۲» } h(x) = \sqrt{(x^2 - 4x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه یابی}} (x^2 - 4x)^2 \geq 0 \Rightarrow D_h = \mathbb{R} \Rightarrow D_h \neq D_f$$

$$\text{گزینه «۳» } k(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 + 4x}{x-1}}$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه } K} \frac{x(x-1)(x-4)}{x-1} \geq 0 \xrightarrow{x \neq 1} D_k = D_f$$

$$k(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \Rightarrow k(x) = f(x)$$

$$\text{گزینه «۴» } \Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = [-2, 2]$$

دامنه تابع $m(x)$ با دامنه تابع $f(x)$ برابر نیست. همچنین ضابطه‌های آن‌ها نابرابر است.

ساده **درصد پاسخگویی ۴۳%** **قلمچی ۱۳۹۴** **گزینه های دام دار ۱**

سوال ۷

پاسخ: **گزینه ۴**

با توجه به نمودار، دامنه‌ی تابع $D = \{0, 1, 2, 3\}$ و برد آن $R = \{0, 1, 2\}$ است.

متوسط **درصد پاسخگویی ۱۸%** **قلمچی ۱۳۹۶**

سوال ۸

پاسخ: **گزینه ۳**

$$f(3\sqrt{2}) = [-23\sqrt{2}] = [-43\sqrt{2}] :$$

توجه کنید که $-3 < \frac{-4}{\sqrt{3}} < -2$ است.

دشوار **درصد پاسخگویی ۱۱%** **قلمچی ۱۳۹۹** **گزینه های دام دار ۱**

سوال ۹

پاسخ: **گزینه ۲**

گزینه «۲»

می‌دانیم: $0 \leq x - [x] < 1$. بنابراین داریم:

$$f(x) = x - 5\left[\frac{x}{5}\right] + 3 = 5\left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]\right) + 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right] < 1 \xrightarrow{\times 5} 0 \leq 5\left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]\right) < 5$$

$$\xrightarrow{+3} 3 \leq R_f < 8$$

در نتیجه: $a = 3, b = 8 \Rightarrow b - a = 8 - 3 = 5$

متوسط **درصد پاسخگویی ۳۵%** **قلمچی ۱۳۹۹**

سوال ۱۰

پاسخ: **گزینه ۱**

$$\left[\frac{۸۶}{۱۲}\right] = ۷$$

$$\left[\frac{-۲۱۴۳}{۶۲}\right] = -۳۵$$

$$\left[\frac{۴۴۷}{۵۵}\right] = ۸$$

$$\left[\frac{-۳۱۱}{۲۱}\right] = -۱۵ \Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{۷ - (-۳۵)}{۸ + (-۱۵)} = \frac{۴۲}{-۷} = -۶$$

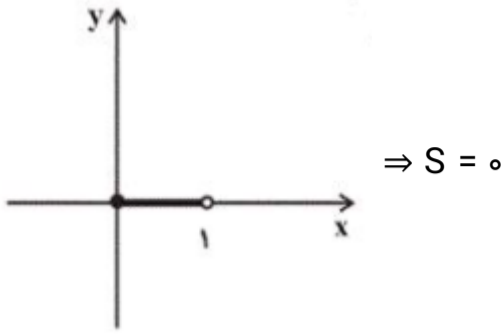
دشوار درصد پاسخگویی ۱۳% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۳

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

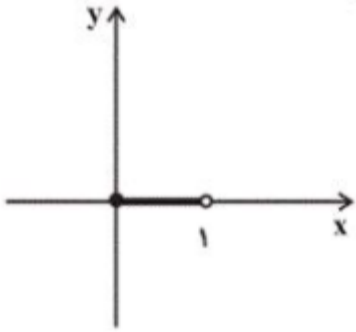
به بررسی گزینه ها می پردازیم:

$$a = 1 : y = [x]$$



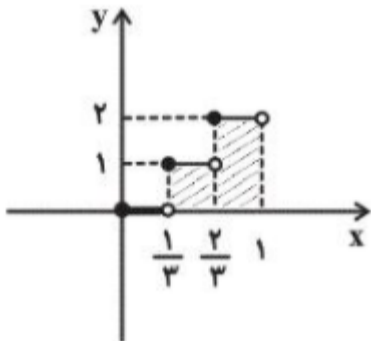
$$\Rightarrow S = 0$$

$$a = 2 : y = [2x]$$



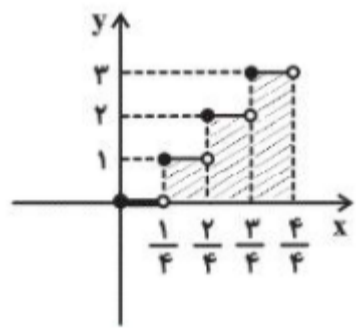
$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$a = 3 : y = [3x]$$



$$\Rightarrow S = \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 = 1$$

$$a = 4 : y = [4x]$$



$$\Rightarrow S = \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۸% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{dx-b}{-cx+a}$ است.

پس ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{-x+2}$ است. f و f^{-1} را قطع می دهیم:

$$\frac{2x+1}{x+2} = \frac{2x-1}{-x+2} \Rightarrow -2x^2 + 3x + 2 = 2x^2 + 3x - 2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

سوال ۱۳

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا توجه کنید که از $f^{-1}(2) = -3$ نتیجه می‌شود، $f(-3) = 2$.

بنابراین:

$$f(-3) = \frac{a+1}{-3+2} - 1 = 2 \Rightarrow -a - 1 = 3 \Rightarrow a = -4$$

سوال ۱۴

ساده

درصد پاسخگویی ۵۸%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

وارون هر یک از توابع را با جابه‌جا کردن مؤلفه‌های اول و دومشان یافته و سپس تابع بودن آنها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱):

$$\{(1, 4), (2, 5), (-1, 3)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(4, 1), (5, 2), (3, -1)\}$$

تابع است. \Rightarrow

گزینه (۲):

$$\{(2, 0), (1, 1), (3, 0)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(0, 2), (1, 1), (0, 3)\}$$

تابع نیست. \Rightarrow دو زوج مرتب متمایز $(0, 2)$ و $(0, 3)$ مؤلفه‌های اولشان برابرند، بنابراین تابع نیست.

گزینه (۳):

$$\{(1, 5), (-1, 2), (0, 0)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(5, 1), (2, -1), (0, 0)\}$$

تابع است. \Rightarrow

گزینه (۴):

$$\{(-1, 1), (0, 0), (1, -1)\} \xrightarrow{\text{وارون}} \{(1, -1), (0, 0), (-1, 1)\}$$

تابع است. \Rightarrow

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

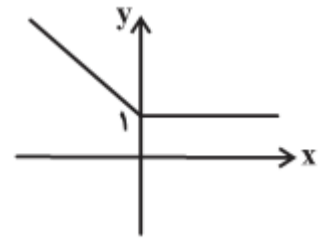
قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

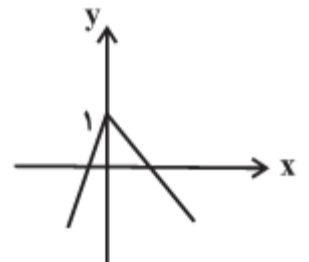
شرط آن که تابع وارون‌پذیر باشد آن است که یک‌به‌یک باشد، برای بررسی یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می‌کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



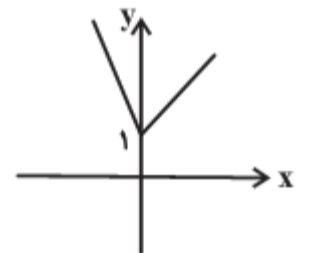
یک‌به‌یک نیست.

$$\text{گزینه «۲» : } y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



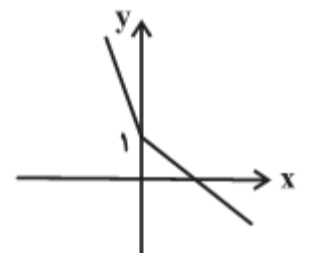
یک‌به‌یک نیست.

$$\text{گزینه «۳» : } y = 1 + 3|x| - x = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک‌به‌یک نیست.

$$\text{گزینه «۴» : } y = 1 - 3x + |x| = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک‌به‌یک است، وارون‌پذیر است.

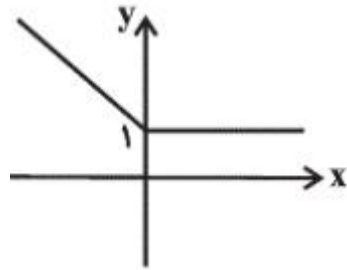
دشوار درصد پاسخگویی ۵% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

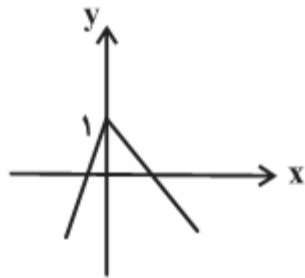
شرط آن که تابع وارون‌پذیر باشد آن است که یک‌به‌یک باشد، برای بررسی یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می‌کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



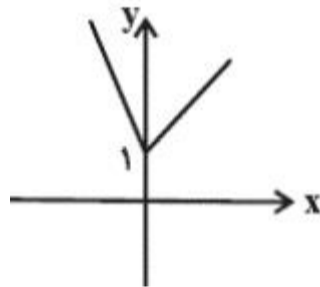
یک‌به‌یک نیست.

$$\text{گزینه «۲» : } y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



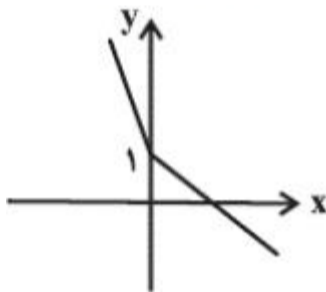
یک‌به‌یک نیست.

$$\text{گزینه «۳» : } y = 1 + 3|x| - x = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک‌به‌یک نیست.

$$\text{گزینه «۴» : } y = 1 - 3x + |x| = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک‌به‌یک است، پس وارون‌پذیر است.

دشوار درصد پاسخگویی ۱۱% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

$$(2, 6) \in f^{-1} \Rightarrow (6, 2) \in f \Rightarrow f(6) = 2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{2}{3} \times (6) + a \Rightarrow 2 = 4 + a \Rightarrow a = -2$$

ضابطه f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow \frac{2}{3}x = y + 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}(y + 2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}y + 3 \xrightarrow[\text{عوض کردن جای } x \text{ و } y]{\text{عوض کردن جای}} y = \frac{3}{2}x + 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow f^{-1}(0) = 3$$

سوال ۱۸

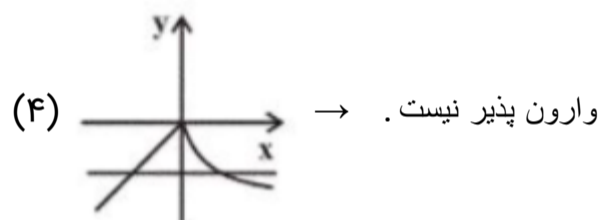
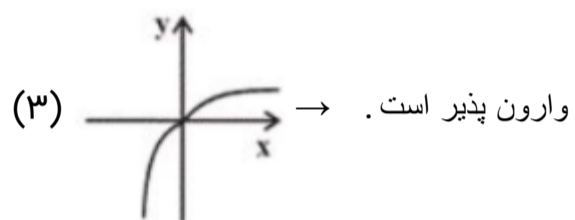
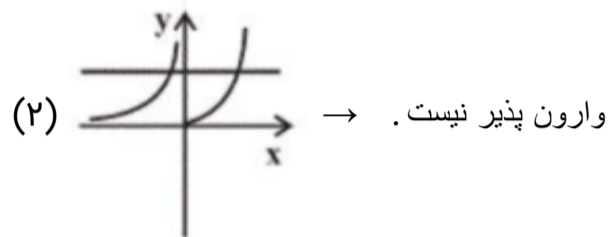
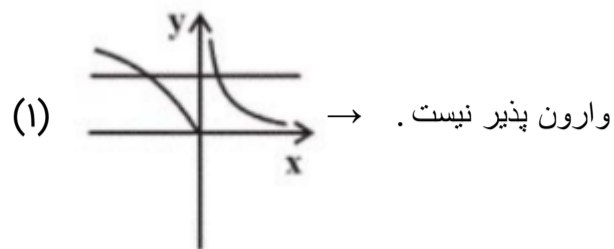
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۵%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۳

نمودار همه گزینه‌ها را رسم می‌کنیم. اگر خطی موازی محور x ها پیدا شود که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، آن نمودار یک‌به‌یک نیست و در نتیجه وارون‌پذیر نیست.



سوال ۱۹

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۱

برای به دست آوردن ضابطه وارون یک تابع می‌توانیم از روش عددگذاری استفاده کنیم. به این صورت که یک x دلخواه به تابع بدهیم و y را به دست آوریم. جای x و y را عوض می‌کنیم و در گزینه‌ها تست می‌کنیم.

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = 3(1) + |1 - 3| = 5 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \in f \Rightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \in f^{-1}$$

نقطه $(5, 1)$ تنها در گزینه «۱» صدق می‌کند.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} (a^2 + 1, 3) \in f \\ (5, 3) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{یک به یک}} a^2 + 1 = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-1, 7) \in f \\ (b+1, 7) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{یک به یک}} b+1 = -1 \Rightarrow b = -2$$

اگر $a = 2$ باشد، دو زوج مرتب $(3, 4)$ و $(3, 0)$ را داریم که شرط تابع بودن را نقض می‌کند.

اگر $a = -2$ باشد تابع f به صورت $f = \{(-1, 7), (5, 3), (3, 0)\}$ می‌شود و یک به یک است، پس: $a + b = -2 - 2 = -4$

متوسط

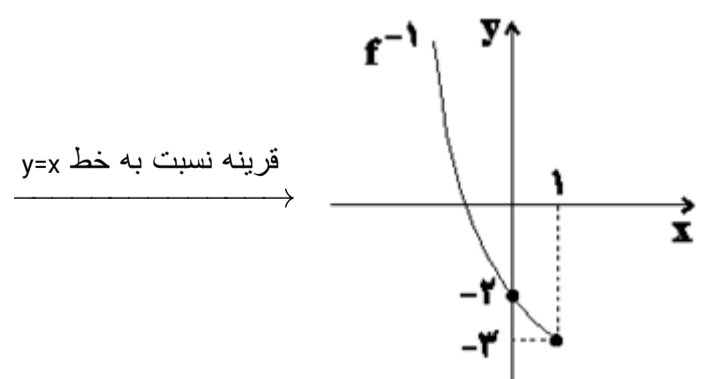
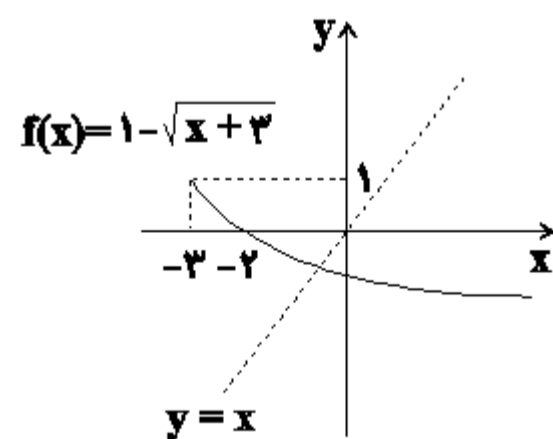
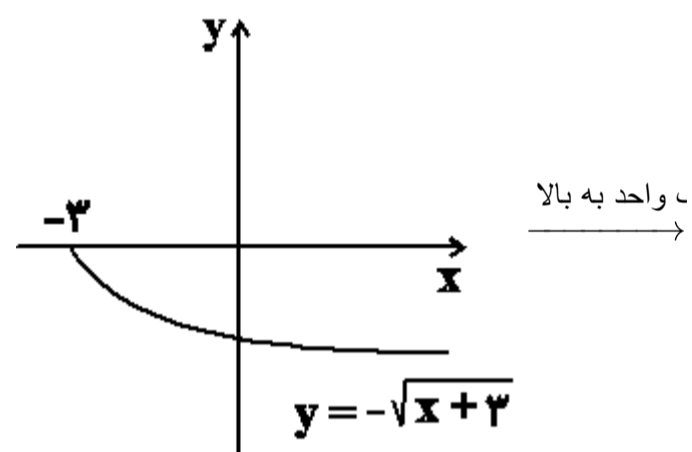
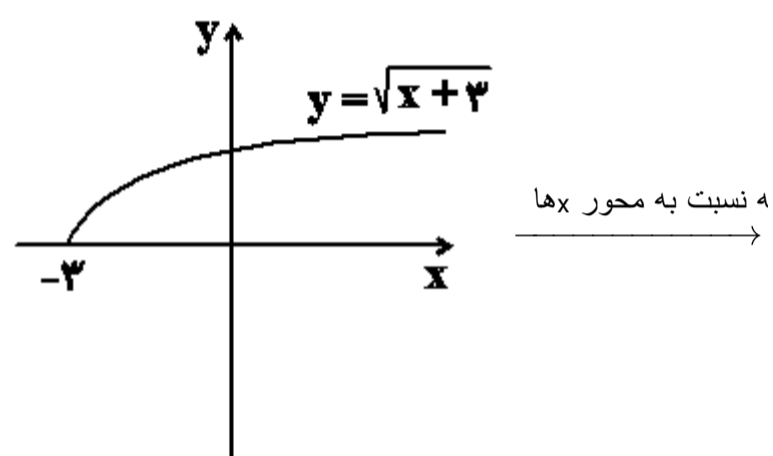
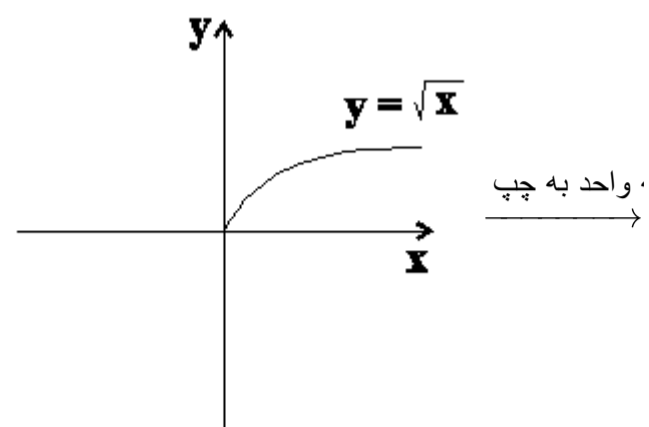
درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع $f(x) = 1 - \sqrt{x+3}$ را با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ رسم می‌کنیم و سپس نمودار را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع f^{-1} به دست آید:



پس f^{-1} از ناحیه اول عبور نمی‌کند.

سوال ۲۲

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۴۷%

پاسخ: گزینه ۴

در ابتدا، مجموعه داده شده باید تابع باشد؛ بنابراین:

$$m^2 - m = 6 \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -2 \Rightarrow (1, 6), (0, 6) \in f \\ m = 3 \Rightarrow (3, 4), (5, 4) \in f \end{cases}$$

بنابراین در هر دو صورت تابع یک‌به‌یک و وارون‌پذیر نخواهد بود.

در نتیجه هیچ مقدار از m ، f را وارون‌پذیر نخواهد کرد.

سوال ۲۳

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۵%

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

دامنه تابع درجه دوم f را طوری محدود می‌کنیم که رأس سهمی در دامنه محدود شده قرار نگیرد. (طول راس سهمی می‌تواند نقطه ابتدا یا انتهای بازه باشد).

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \text{ طول راس سهمی}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

سوال ۲۴

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۹%

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) = 4x^2 + 1 \\ (f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2f(x) = 4x^2 + 2x + 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + x + 1$$

$$f(x) + g(x) = 4x^2 + 1 \xrightarrow{f(x)=2x^2+x+1} g(x) = 2x^2 - x$$

$$\Rightarrow g(2) = 2 \times 2^2 - 2 = 6$$

سوال ۲۵

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا ضابطه توابع f و g را جداگانه با توجه به نمودار هرکدام به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 \leq x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 2x, & -1 \leq x < 2 \\ 4, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

حال دامنه تابع $f + 2g$ را به دست می‌آوریم:

$$D_{f+2g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty) \cap [-1, 4] = [0, 4]$$

حال ضابطه $(f + 2g)(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$\Rightarrow (f + 2g)(x) = \begin{cases} 1-x + 2(2x) = 3x + 1, & 0 \leq x < 2 \\ (1-x) + 2(4) = 9-x, & 2 \leq x < 3 \\ -2 + 2(4) = 6, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

حال اگر نمودار $f + 2g$ که ضابطه آن در بالا به دست آمد را رسم کنیم، گزینه «۳» جواب صحیح است.

سوال ۲۶

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۳

در دامنه‌های مشترک دو تابع f و g ، می‌بایست تابع $f \times g$ را محاسبه کرد.

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = (-\infty, -5) \cup (1, 2)$$

$$(f \times g)(x) = \begin{cases} (x)(2x^2), & 1 < x < 2 \\ (x)(\frac{1}{x}), & x < -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f \times g = \begin{cases} 2x^3, & 1 < x < 2 \\ 1, & x < -5 \end{cases}$$

ساده

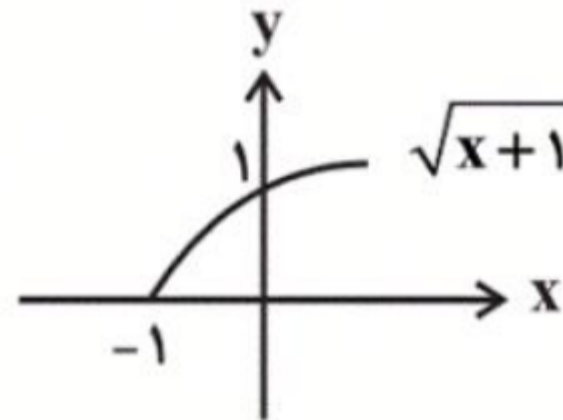
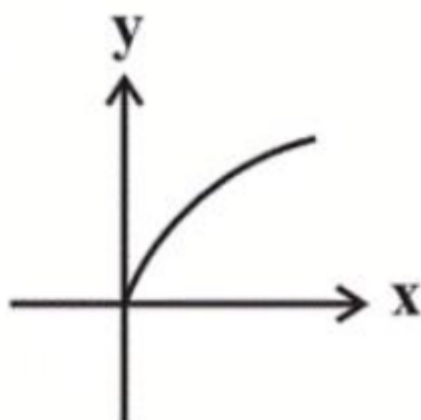
درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۳۹۹

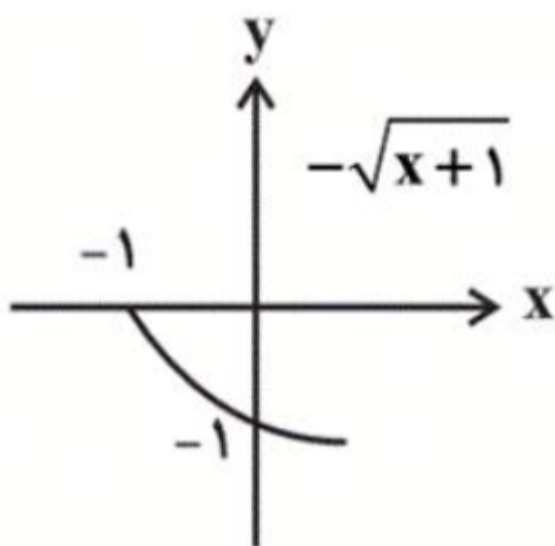
سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۳

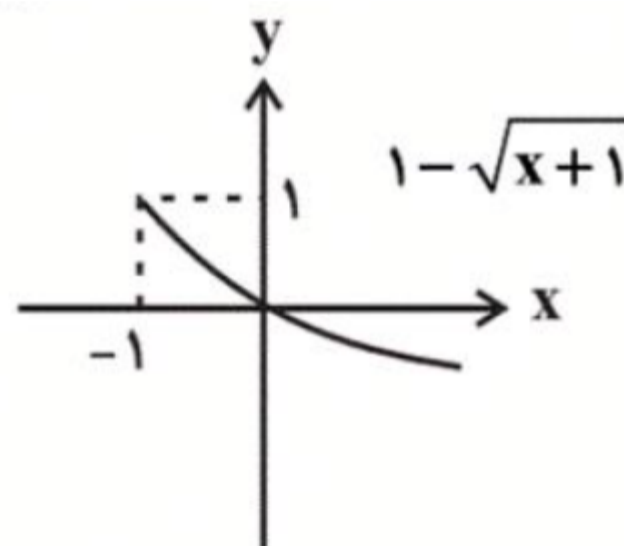
گزینه «۳»

ابتدا نمودار \sqrt{x} را رسم می‌کنیم و به کمک انتقال تابع داده شده را رسم می‌کنیم:

یک واحد به سمت چپ



قرینه نسبت به محور Xها



یک واحد به سمت بالا

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = \sqrt{3-x}$$

$$3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_f = (-\infty, 3]$$

$$g(x) = \sqrt{x-1}$$

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_g = [1, +\infty)$$

در تابع h دامنه صورت کسر اشتراک دامنه توابع f و g می‌باشد.

$$\Rightarrow D_f \cap D_g = [1, 3]$$

اما در رابطه با مخرج کسر تابع، باید ریشه‌های g را از آن دامنه کم کنیم.

$$g(x) \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

در نهایت دامنه تابع h برابر است با:

$$D_h = (1, 3]$$

که این بازه شامل ۲ عدد صحیح می‌باشد.

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۲%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دارا

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = 2 + \frac{5}{x-3} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{3\} \\ R_f = \mathbb{R} - \{2\} \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{9-x^2} \Rightarrow \begin{cases} D_g = [-3, 3] \\ R_g = [0, 3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f(x)} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \left\{ x \neq 3 \mid -3 \leq 2 + \frac{5}{x-3} \leq 3 \right\}$$

$$\text{حل نامعادله فوق: } -3 \leq 2 + \frac{5}{x-3} \leq 3 \Rightarrow -5 \leq \frac{5}{x-3} \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 < 0 : -1 \leq \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow x-3 \leq -1 \Rightarrow x \leq 2 \\ x-3 > 0 : 0 < \frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{5} \Rightarrow x-3 \geq 5 \Rightarrow x \geq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \mid x \neq 3, x \leq 2 \text{ یا } x \geq 8\} = \mathbb{R} - (2, 8)$$

بنابراین اعداد صحیح ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ نمی‌توانند جزء دامنه $(g \circ f)(x)$ باشند.

متوسط درصد پاسخگویی ۱۷% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

$$D_f = [-۳, ۲]$$

$$D_g = [-۳, ۳]$$

$$D\left(\frac{۲f}{g}\right) = (D_f \cap D_g) - \{x | g(x) = ۰\}$$

$$= [-۳, ۲] - \{-۳, ۰, ۳\} = (-۳, ۰) \cup (۰, ۲]$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۰% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به تابع $f - g$ ، تابع $۲f - ۲g$ را به دست می آوریم:

$$۲(f - g) = ۲f - ۲g = \{(۰, ۱۰), (-۱, ۸), (۵, ۱۲)\}$$

حال با جمع کردن دو تابع $f + ۲g$ و $۲f - ۲g$ داریم:

$$(f + ۲g) + (۲f - ۲g) = ۳f = \{(۰, ۱۴), (-۱, ۱۰), (۵, ۱۸)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(۰, \frac{۱۴}{۳}), (-۱, \frac{۱۰}{۳}), (۵, ۶)\}$$

$$\Rightarrow f(۰) - f(۵) = \frac{۱۴}{۳} - ۶ = -\frac{۴}{۳}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۵% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$f = \{(۱, ۳), (-۱, ۴), (۰, ۴)\}$$

$$g = \{(-۱, ۳), (۱, ۷), (۰, ۰)\}$$

$$(f - g)(۱) = f(۱) - g(۱) \quad (*)$$

$$\begin{cases} (۱, ۳) \in f \Rightarrow f(۱) = ۳ \\ (۱, ۷) \in g \Rightarrow g(۱) = ۷ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (f - g)(۱) = ۳ - ۷ = -۴$$

همچنین:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(۰) = \frac{f(۰)}{g(۰)} \quad (**)$$

$$(۰, ۰) \in g \Rightarrow g(۰) = ۰$$

پس با توجه به $(**)$ و اینکه عدد صفر نمی تواند در مخرج کسر قرار بگیرد، $\left(\frac{f}{g}\right)(۰)$ تعریف نشده است.

ساده درصد پاسخگویی ۶۲% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینه (۲)

$$\begin{aligned} D_{\frac{fg}{f}} &= D_g \cap D_f - \{x | f(x) = 0\} \\ &= \{3, 4\} - \{4\} = \{3\} \\ \Rightarrow \frac{fg}{f} &= \left\{ \left(3, \frac{2 \times 5}{2} \right) \right\} = \{(3, 5)\} \end{aligned}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = |x| \xrightarrow{\text{ک واحد به چپ}}$$

$$y = |x + 1| \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور xها}} y = -|x + 1|$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} g(x) = 1 - |x + 1|$$

$$\Rightarrow g(\sqrt{2} - 1) = 1 - |\sqrt{2} - 1 + 1| = 1 - \sqrt{2}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۹% قلمچی ۱۳۹۵

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۱

چون $(g \circ f^{-1})(-3) = g(f^{-1}(-3))$ خواسته شده، ابتدا مقدار $f^{-1}(-3)$ را به دست می آوریم.

$$f^{-1}(3) = a \Rightarrow f(a) = -3 \Rightarrow \frac{2a+3}{1-2a} = -3 \Rightarrow -3 + 6a = 2a + 3$$

$$\Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(3) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow g(f^{-1}(-3)) = g\left(\frac{3}{2}\right) = 6\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right) - 2$$

$$= 6 \times \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 2 = \frac{27}{2} - \frac{3}{2} - 2 = 10$$



نام و نام خانوادگی:

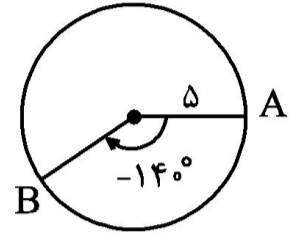
نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۴ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۴۶%

①

در شکل روبه‌رو، طول کمان بزرگتر AB کدام است؟

(۱) $\frac{22\pi}{9}$ (۳) $\frac{22\pi}{9}$ (۲) $\frac{55\pi}{9}$ (۴) $\frac{44\pi}{9}$

دشوار قلمچی ۱۳۹۹

②

دوچرخه‌سواری در مسیر دایره‌ای شکل به مساحت ۱۰۸ متر مربع در حال حرکت است. اگر او مسافتی به اندازه ۱۲ متر را در این مسیر طی کند، چه زاویه‌ای را برحسب رادیان طی کرده است؟ ($\pi = 3$)

(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) ۴

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۲%

③

انتهای زاویه‌های ۲ و ۴ رادیان به ترتیب در کدام نواحی قرار دارند؟

(۱) دوم- سوم

(۲) دوم- چهارم

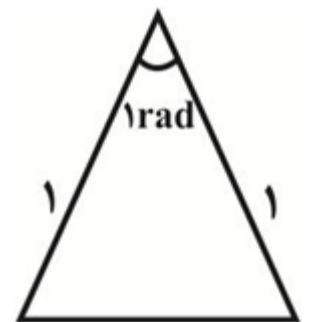
(۳) سوم- چهارم

(۴) اول- سوم

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۳% گزینه های دام دار ۱

④

در مثلث متساوی‌الساقین زیر به طول ساق‌های یک واحد، زاویه بین دو ساق برابر ۱ رادیان است. در این صورت طول قاعده مثلث چند واحد است؟



(۱) برابر ۱ واحد است.

(۲) بیشتر از ۱ واحد است.

(۳) کمتر از ۱ واحد است.

(۴) همه گزینه‌ها می‌توانند صحیح باشند.

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۵% گزینه های دام دار ۴

⑤

در مدت زمانی معین، نوک عقربه دقیقه‌شمار یک ساعت عقربه‌ای با طول ۸ سانتی‌متر، 16π سانتی‌متر مسافت را طی می‌کند. در این مدت زمان، نوک عقربه ساعت‌شمار با طول ۶ سانتی‌متر، چه مسافتی را برحسب سانتی‌متر طی می‌کند؟

(۱) π (۲) 4π (۳) 6π (۴) 12π

دشوار ۱۳۹۶ قلمچی درصد پاسخگویی ۸%

۶

چرخ و فلکی دارای ۳۶ کابین است و شما در کابین شماره پنجم قرار دارید. اگر چرخ و فلک به اندازه $\frac{11\pi}{3}$ رادیان در جهت مثبت مثلثاتی حرکت کند، در موقعیت اولیه کدام کابین قرار می‌گیرید؟ (شماره‌گذاری کابین‌ها در جهت مثبت مثلثاتی است و فاصله کابین‌ها یکسان است.)

۳۵ (۴)

۳۴ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

متوسط ۱۳۹۸ قلمچی درصد پاسخگویی ۱۵% گزینه‌های دام دار ۴

۷

کدام مقایسه زیر صحیح است؟

$$\cos 3 > \cos 2 \quad (2)$$

$$\cos 2 > \cos 1 \quad (1)$$

$$\cos 5 > \cos 6 \quad (4)$$

$$\cos 5 > \cos 4 \quad (3)$$

متوسط ۱۳۹۹ قلمچی درصد پاسخگویی ۲۵%

۸

زاویه -33° درجه برحسب رادیان کدام است و در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

$$\left(-\frac{5\pi}{6}, \text{دوم}\right) \quad (4)$$

$$\left(-\frac{5\pi}{6}, \text{اول}\right) \quad (3)$$

$$\left(-\frac{11\pi}{6}, \text{دوم}\right) \quad (2)$$

$$\left(-\frac{11\pi}{6}, \text{اول}\right) \quad (1)$$

متوسط ۱۳۹۸ قلمچی درصد پاسخگویی ۲۲%

۹

انتهای کدام یک از زوایای زیر بر انتهای زاویه 120° در دایره مثلثاتی منطبق است؟

$$3\pi - \frac{\pi}{3} \quad (4)$$

$$-\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

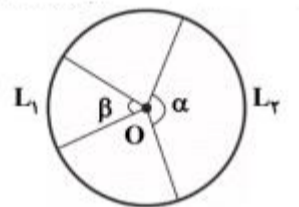
$$\frac{100\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{11\pi}{3} \quad (1)$$

دشوار ۱۳۹۷ قلمچی درصد پاسخگویی ۷%

۱۰

اگر در شکل زیر حاصلضرب طول کمان‌های L_1 و L_2 برابر $\frac{\pi}{9}$ مساحت دایره باشد و $\alpha = 4\beta$ ، آنگاه مثلثی با دو زاویه a و β از کدام نوع است؟ (O مرکز دایره است.)



(۱) متساوی الساقین

(۲) قائم‌الزاویه

(۳) قائم‌الزاویه و متساوی الساقین

(۴) هیچ کدام

ساده ۱۳۹۷ قلمچی درصد پاسخگویی ۳۸%

۱۱

قطر چرخ جلوی درشکه‌ای یک متر و قطر چرخ عقب آن 120° سانتی‌متر است. وقتی چرخ جلو 70° درجه می‌چرخد، چرخ عقب چند رادیان خواهد چرخید؟

$$\frac{7}{18}\pi \quad (2)$$

$$\frac{35}{108}\pi \quad (1)$$

$$\frac{42}{71}\pi \quad (4)$$

$$\frac{14}{23}\pi \quad (3)$$

دشوار ۱۳۹۶ قلمچی درصد پاسخگویی ۷%

۱۲

اگر $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ و $-\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{4}$ باشد، حاصل $A = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)$ کدام است؟

$$-0/68 \quad (4)$$

$$-0/28 \quad (3)$$

$$0/68 \quad (2)$$

$$0/28 \quad (1)$$

متوسط ۱۳۹۷ قلمچی درصد پاسخگویی ۲۳%

۱۳

کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$\cos 2 > \sin 1 \quad (2)$$

$$\sin 4 > \cos(-1) \quad (1)$$

$$\sin(-4) < \cos(-2) \quad (4)$$

$$\sin 3 < \cos(-1) \quad (3)$$

گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۹% دشوار

۱۴

اگر $a = \frac{\sin 200^\circ - 2 \cos 47^\circ}{3 \sin 118^\circ + \cos 52^\circ}$ باشد، جواب معادله $x + \tan 20^\circ = \frac{1}{a}$ بر حسب a کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3a-1}$

(۳) $\frac{1}{9a-3}$

(۲) $\frac{1}{1-3a}$

(۱) $\frac{1}{3-9a}$

قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۷% متوسط دشوار

۱۵

اگر $\tan 50^\circ = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2 \sin 130^\circ + \sin 4^\circ}{\cos 4^\circ - 2 \cos 23^\circ}$ برابر کدام است؟

(۴) $\frac{17}{16}$

(۳) $-\frac{17}{4}$

(۲) $-\frac{7}{16}$

(۱) $\frac{7}{4}$

گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۳% دشوار

۱۶

اگر $\sin \alpha \cos \alpha > \sin \alpha$ ، $\cos \alpha + \cot \alpha < 0$ باشد، آنگاه انتهای زاویه α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

(۲) دوم

(۱) اول

(۴) چهارم

(۳) سوم

قلمچی ۱۳۹۹ دشوار

۱۷

حاصل عبارت داده شده کدام است؟

$$A = \frac{\sin(120^\circ) - \cos(150^\circ) + \tan(-600^\circ)}{\tan(-135^\circ) + \sin(210^\circ) + \cos(540^\circ)}$$

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) صفر

(۱) $\frac{1}{2}$

قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۳% متوسط دشوار

۱۸

حاصل عبارت $\cos \frac{\pi}{30} + \cos \frac{2\pi}{30} + \dots + \cos \frac{19\pi}{30}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) ۱

قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۳% ساده

۱۹

اگر تساوی $\frac{\sin(2\pi + \alpha) + 3 \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\cos(\pi - \alpha) + 2 \cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha)} = 8$ برقرار باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۲) -۳

(۱) $\frac{1}{3}$

قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۲% دشوار

۲۰

هر گاه $\cos(x + 30^\circ) + \cos(2x + 60^\circ) = 0$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 + \tan x}{1 + \cot x}$ کدام است؟ (x در ربع اول قرار دارد.)

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۰% دشوار

۲۱

در مثلث ABC رابطه $\tan(B + 20^\circ) \tan(C + 10^\circ) = 1$ برقرار است. $\cos A$ کدام است؟

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۲% دشوار

۲۲

در تساوی $\sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$ ، دو جواب برای x در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ به دست می‌آید. مجموع این دو جواب کدام است؟

(۲) $\frac{3\pi}{32}$

(۱) $\frac{\pi}{16}$

(۴) $\frac{7\pi}{32}$

(۳) $\frac{5\pi}{32}$

قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۲۵% متوسط دشوار

۲۳

حاصل عبارت $\sin(200^\circ) + 2 \sin(-340^\circ) + \cos(-110^\circ) - 3 \cos(250^\circ) - 3 \sin 20^\circ$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) $-6 \sin 20^\circ$

(۴) $-4 \sin 20^\circ$

(۳) صفر

ساده ۳۶٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۲۴

نمودارهای توابع $y = -\frac{1}{\pi}$ و $y = -|\sin x|$ در بازه $(-\pi, \pi)$ ، در چند نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

ساده ۴۹٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۹ قلمچی

۲۵

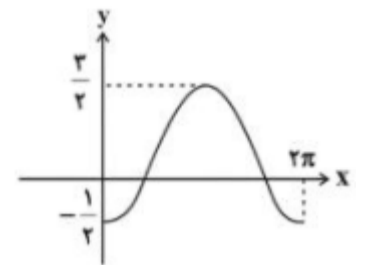
نمودار کدام تابع بر نمودار تابع $y = -\sin x + 1$ منطبق است؟

 $y = -(\sin(2\pi - x) - 1)$ (۴) $y = -\cos(\frac{3\pi}{\pi} - x) + 1$ (۳) $y = -(\sin(\pi - x) - 1)$ (۲) $y = \cos(\frac{\pi}{\pi} + x) - 1$ (۱)

متوسط ۱۹٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۲۶

شکل زیر مربوط به قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos x + b$ است. مقدار $a - 2b$ کدام است؟



۲ (۱)

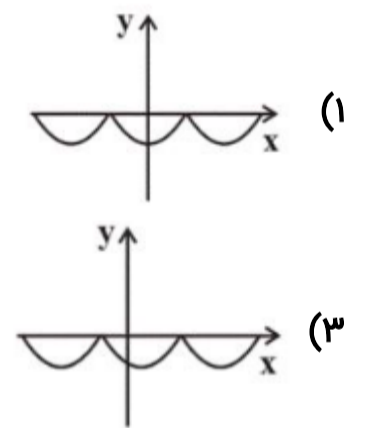
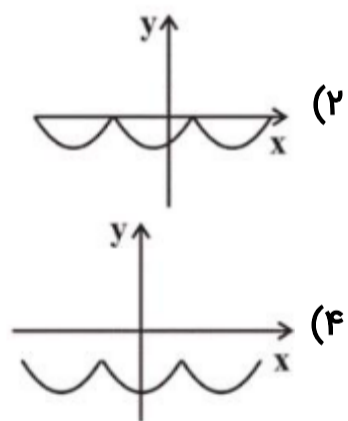
-۲ (۲)

 $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴)

متوسط ۲۱٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۹ قلمچی

۲۷

نمودار $y = -|\cos(x + \frac{\pi}{3})|$ شبیه کدام گزینه است؟



متوسط ۲۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۲۸

در تابع مثلثاتی $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 1$ در فاصله $[\frac{\pi}{4}, 2\pi]$ کمترین مقدار تابع کدام است؟

-۳ (۲)

-۴ (۱)

-۱ (۴)

-۲ (۳)

دشوار ۱۲٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی گزینه های دام دار ۱

۲۹

نمودار تابع $y = 1 - \cos(x - \frac{\pi}{6})$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند بار به محور xها برخورد می‌کند؟

۳ (۴)

صفر (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

ساده ۳۸٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۳۰

معادله $x^2 - 1 = |\sin x|$ چند ریشه دارد؟

۴ (۴) یک ریشه مضاعف

۳ (۳) ریشه ندارد.

۲ (۲) بی‌شمار

۱ (۱) دو ریشه قرینه

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۵۱%

۳۱

نمودار کدام تابع همواره پایین محور xهاست؟

(۴) $y = 1 - 2 \sin x$

(۳) $y = \sin x - \sqrt{2}$

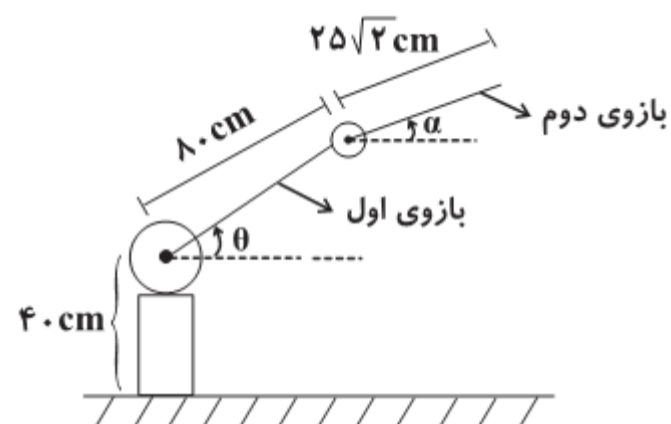
(۲) $y = \sqrt{2} - \sin x$

(۱) $y = 2 \sin x + 1$

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۷%

۳۲

شکل زیر یک ربات است که از دو بازوی متصل به هم برای برداشتن اجسام استفاده می‌کند. این ربات برای برداشتن یک شیء، بازوی دوم خود را در حالت زاویه $\alpha = -45^\circ$ نسبت به افق قرار داده است. اگر بازوی اول در وضعیت افقی قرار گیرد، ارتفاع جسم از سطح زمین برحسب سانتی‌متر کدام است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۱۵

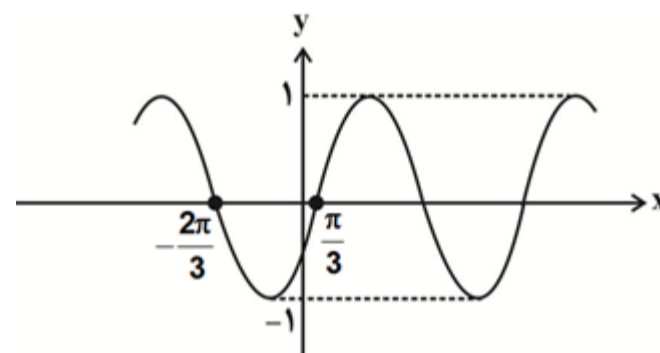
(۳) ۳۵

(۴) ۱۰

ساده قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۷%

۳۳

نمودار شکل زیر مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟



(۱) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$

(۲) $y = \sin(x - \frac{2\pi}{3})$

(۳) $y = \sin(\frac{\pi}{3} - x)$

(۴) $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۰%

۳۴

نمودار تابع $y = \frac{1}{4} \cos(x - \pi) + 2$ در بازه $(-\pi, 2\pi)$ ، در چند نقطه محور xها را قطع می‌کند؟

(۴) بی شمار

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

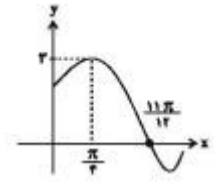
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۵

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \cos(x - \frac{\pi}{4}) + b$ را نشان می‌دهد. حاصل $f(\frac{47\pi}{13})$ کدام است؟ ($a, b > 0$)



(۱) $\sqrt{3} + 1$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) ۲

(۴) ۱



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۴ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۴۶%

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا زاویه کمان بزرگتر AB را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

با تبدیل این زاویه به رادیان خواهیم داشت:

$$\theta = 220^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{11\pi}{9}$$

از طرفی طول کمان برابر $\ell = r\theta$ است، پس:

$$\ell = r\theta \xrightarrow{r=5, \theta=\frac{11\pi}{9}} \ell = 5 \times \frac{11\pi}{9} = \frac{55\pi}{9}$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$S = \pi r^2 = 108 \xrightarrow{\pi=3} 3r^2 = 108 \Rightarrow r^2 = 36$$

$$\Rightarrow r = 6$$

$$L = r\theta \Rightarrow 12 = 6\theta \Rightarrow \theta = 2 \text{ rad}$$

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۲%

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

می‌دانیم که ۱ رادیان تقریباً معادل ۵۷ درجه است. پس ۲ رادیان تقریباً معادل ۱۱۴ درجه است و در ناحیه دوم قرار دارد.

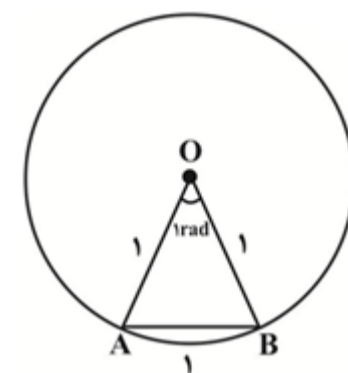
همچنین ۴ رادیان تقریباً معادل ۲۲۸ درجه است و در ناحیه سوم قرار دارد.

سوال ۴

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۱۳% | متوسط

پاسخ: گزینه ۳

اگر این مثلث را در یک دایره فرض کنیم طول کمان روبرو به زاویه 1^{rad} برابر ۱ واحد است. پس حتماً AB (قاعده مثلث) کوچکتر از ۱ می باشد.



سوال ۵

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۷ | درصد پاسخگویی ۱۵% | متوسط

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا زاویه دوران عقربه دقیقه شمار را به دست می آوریم:

$$8\theta_1 = 16\pi \Rightarrow \theta_1 = 2\pi \text{ rad}$$

عقربه دقیقه شمار یک دور کامل را طی کرده است. این یعنی مدت زمان مورد نظر یک ساعت بوده است. حال می دانیم که در یک ساعت، عقربه ساعت شمار $\frac{\pi}{6}$ رادیان می چرخد. بنابراین مسافت طی شده توسط نوک عقربه ساعت شمار برابر است با:

$$6 \times \frac{\pi}{6} = \pi \text{ سانتی متر}$$

سوال ۶

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۸% | دشوار

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا زاویه مرکزی بین هر دو کابین متوالی را به دست می آوریم:

$$\alpha = \frac{2\pi}{36} = \frac{\pi}{18}$$

$$\frac{11\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 2\pi + \frac{5\pi}{3} = 2\pi + \frac{30\pi}{18}$$

پس کابین پنجم یک دور کامل چرخیده و سپس به اندازه $\frac{30\pi}{18}$ دیگر در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت چرخیده است.

$$\frac{30\pi}{18} = 30 \times \left(\frac{\pi}{18}\right)$$

در نتیجه کابین ۵ در موقعیت کابین $5 + 30 = 35$ قرار می گیرد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

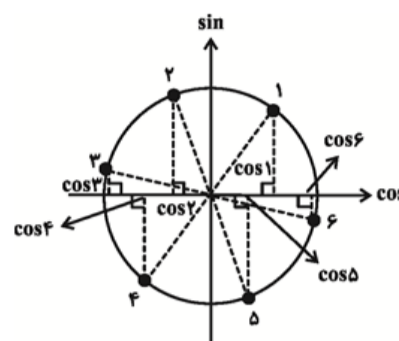
قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۴

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

روی دایره مثلثاتی زوایای ۱ الی ۶ رادیان را مشخص می‌کنیم. تصویر نقاط انتهایی کمان‌ها بر روی محور افقی برابر با کسینوس آن کمان است.



با توجه به دایره مثلثاتی می‌توانیم مقایسه زیر را انجام دهیم:

$$\cos 6 > \cos 1 > \cos 5 > \cos 2 > \cos 4 > \cos 3$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۸

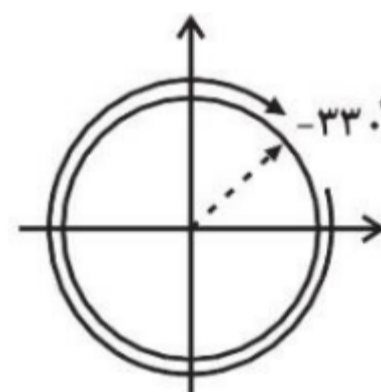
پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

برای تبدیل درجه به رادیان از رابطه $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{-33^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{-33^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{-11\pi}{6}$$

با توجه به شکل زاویه -33° در ناحیه اول مثلثاتی قرار دارد.



متوسط

درصد پاسخگویی ۲۲%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۲

زاویه 120° را بر حسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{-120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = -\frac{2\pi}{3} = -2\pi + \frac{4\pi}{3}$$

مقدار گزینه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{گزینه «۱»}: \frac{11\pi}{3} = 2\pi + \frac{5\pi}{3}$$

$$\text{گزینه «۲»}: \frac{10\pi}{3} = 3\pi + \frac{4\pi}{3}$$

$$\text{گزینه «۳»}: -\pi + \frac{2\pi}{3} = -2\pi + \frac{5\pi}{3}$$

$$\text{گزینه «۴»}: 3\pi - \frac{\pi}{3} = 2\pi + \frac{2\pi}{3}$$

دو زاویه θ و $2k\pi + \theta$ بر روی دایره مثلثاتی بر هم منطبق هستند ($k \in \mathbb{Z}$)، پس جواب گزینه «۲» می‌شود.

دشوار

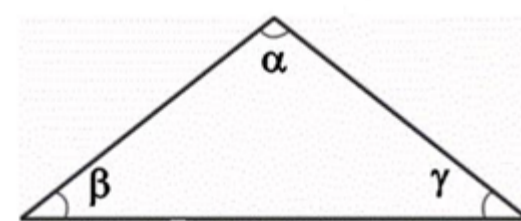
درصد پاسخگویی ۷%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} L_1 &= \beta \times r, L_2 = \alpha \times r \text{ و } \alpha = 4\beta \\ \Rightarrow L_1 \times L_2 &= \beta \times r \times \alpha \times r = \beta \times r \times 4\beta \times r \\ \Rightarrow 4\beta^2 \times r^2 &= \frac{\pi}{9} \times \pi r^2 = \frac{\pi^2}{9} \times r^2 \\ \Rightarrow 4\beta^2 &= \frac{\pi^2}{9} \Rightarrow 2\beta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = 4 \times \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \\ \Rightarrow \gamma &= \pi - (\alpha + \beta) = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \beta = \gamma \end{aligned}$$



پس مثلث متساوی‌الساقین است و چون زاویه قائمه ندارد، قائم‌الزاویه نیست.

ساده

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ۷۰ درجه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180} \Rightarrow R = \frac{70}{180} \pi = \frac{7}{18} \pi$$

مقدار مسافت طی شده هر دو چرخ با هم برابر است؛ بنابراین:

$$L = r_1 \theta_1 \Rightarrow L = 50 \times \frac{7}{18} \pi$$

برای چرخ عقب به شعاع ۶۰ سانتی‌متر خواهیم داشت:

$$L = r_2 \theta_2 \Rightarrow 50 \times \frac{7}{18} \pi = 60 \times \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{35}{108} \pi$$

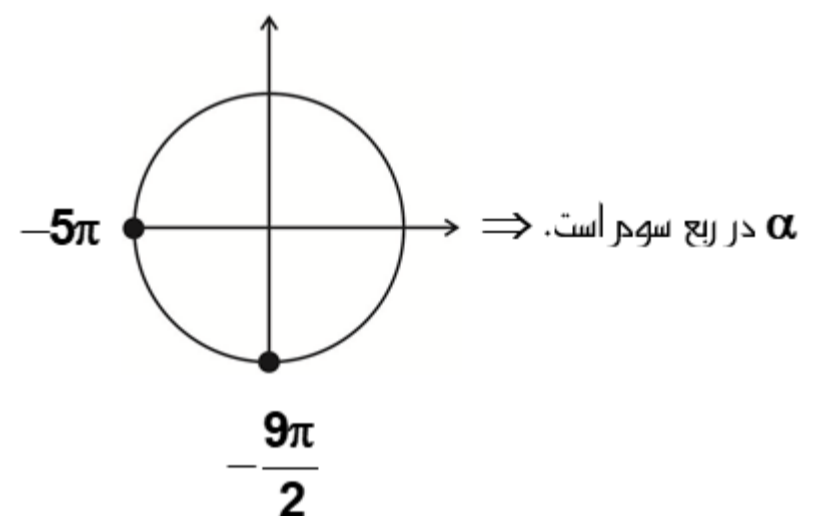
دشوار

درصد پاسخگویی ۷%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳



$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha)$$

$$\Rightarrow A = -\cos \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}, \quad -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow[\sin \alpha < 0]{\text{در ربع سوم}} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\text{ربع سوم } \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow A = -(-\frac{4}{5}) + (-\frac{3}{5}) - (-\frac{3}{5})(-\frac{4}{5}) \Rightarrow A = (\frac{4}{5} - \frac{3}{5}) - \frac{12}{25}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{5}{25} = -\frac{1}{5}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

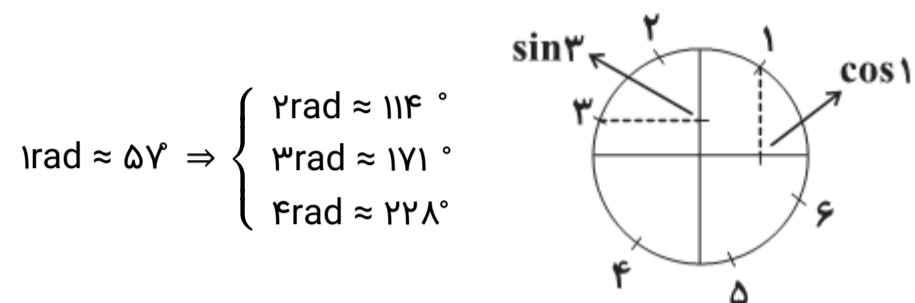
قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا توجه کنید که:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad , \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

گزینه «۱» نادرست است، زیرا: $\cos(-1) < 0 < \sin 4$ گزینه «۲» نادرست است، زیرا: $\cos 2 < 0 < \sin 1$ گزینه «۴» نادرست است، زیرا: $\cos(-2) < 0 < \sin(-4)$

گزینه «۳» با توجه به دایره مثلثاتی (شکل بالا) درست است.

دشوار

درصد پاسخگویی ۹%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۳

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\sin 20^\circ - 2 \cos 47^\circ}{3 \sin 118^\circ + \cos 52^\circ} = a$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(180^\circ + 20^\circ) - 2 \cos(36^\circ + 90^\circ + 20^\circ)}{3 \sin(72^\circ + 180^\circ - 20^\circ) + \cos(36^\circ + 180^\circ - 20^\circ)} = a$$

$$\Rightarrow \frac{-\sin 20^\circ + 2 \sin 20^\circ}{3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = a \Rightarrow \frac{\sin 20^\circ}{3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = a$$

$$\xrightarrow{\text{صورت و مخرج را بر } \cos 20^\circ \text{ تقسیم میکنیم}} \frac{\tan 20^\circ}{3 \tan 20^\circ - 1} = a$$

$$\Rightarrow 3a \tan 20^\circ - a = \tan 20^\circ \Rightarrow (3a - 1) \tan 20^\circ = a$$

$$\Rightarrow \tan 20^\circ = \frac{a}{3a-1}$$

حالا معادله را حل می‌کنیم:

$$x + \tan 20^\circ = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{a}{3a-1} = \frac{3a-1-3a}{9a-3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1}{9a-3} = \frac{1}{3-9a}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۷%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{2 \sin(180^\circ - 50^\circ) + \sin(90^\circ - 50^\circ)}{\cos(90^\circ - 50^\circ) - 2 \cos(180^\circ + 50^\circ)} = \frac{2 \sin 50^\circ + \cos 50^\circ}{\sin 50^\circ + 2 \cos 50^\circ}$$

$$\div \cos 50^\circ \quad \frac{2 \frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ} + \frac{\cos 50^\circ}{\cos 50^\circ}}{\frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ} + 2 \frac{\cos 50^\circ}{\cos 50^\circ}}$$

$$= \frac{2 \tan 50^\circ + 1}{\tan 50^\circ + 2} = \frac{2(1/2) + 1}{1/2 + 2} = \frac{3/2}{3/2} = \frac{17}{16}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۳

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha (\sin \alpha + 1)}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \cot \alpha (\sin \alpha + 1) < 0$$

پس: $\cot \alpha < 0$.

$$\sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha (\cos \alpha - 1) > 0 \Rightarrow$$

چون همواره: $\cos \alpha - 1 < 0$ پس $\sin \alpha < 0$.ناحیه‌ای که $\cot \alpha < 0$ و $\sin \alpha < 0$ ناحیه چهارم مثلثاتی است.

دشوار

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$A = \frac{\sin 120^\circ - \cos 150^\circ + \tan(-72^\circ + 120^\circ)}{\tan(-135^\circ) + \sin 210^\circ + \cos(36^\circ + 180^\circ)}$$

$$A = \frac{\sin 60^\circ - (-\cos 30^\circ) + (-\tan 60^\circ)}{\tan 45^\circ + (-\sin 30^\circ) + \cos 180^\circ}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}}{1 - \frac{1}{2} - 1} = \frac{0}{-\frac{1}{2}} = 0$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۳% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم اگر $\alpha + \beta = \pi$ آنگاه داریم:

$$\begin{aligned}\beta = \pi - \alpha &\Rightarrow \cos \beta = \cos(\pi - \alpha) \\ &\Rightarrow \cos \beta = -\cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha + \cos \beta = 0\end{aligned}$$

پس داریم:

$$\begin{aligned}& \underbrace{\left(\cos \frac{\pi}{20} + \cos \frac{19\pi}{20}\right)}_0 + \underbrace{\left(\cos \frac{2\pi}{20} + \cos \frac{18\pi}{20}\right)}_0 \\ & + \dots + \underbrace{\left(\cos \frac{9\pi}{20} + \cos \frac{11\pi}{20}\right)}_0 + \underbrace{\cos \frac{10\pi}{20}}_0 = 0\end{aligned}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۳% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\begin{aligned}\frac{\sin(2\pi + \alpha) + 3 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\pi - \alpha) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} &= 8 \\ \Rightarrow \frac{\sin \alpha + 3 \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)}{-\cos \alpha + 2 \sin \alpha} &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{-\cos \alpha + 2 \sin \alpha} &= 8 \\ \Rightarrow \sin \alpha - 3 \cos \alpha &= -8 \cos \alpha + 16 \sin \alpha \\ \Rightarrow 15 \sin \alpha = 5 \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \alpha &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۲% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

برای دو زاویه مکمل داریم: $\cos \theta = -\cos(\pi - \theta)$ و به عبارتی $\cos \theta + \cos(\pi - \theta) = 0$ است. $\cos(x + 30^\circ) + \cos(2x + 60^\circ)$ زمانی برابر صفر خواهد بود که:

$$(x + 30^\circ) + (2x + 60^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 3x = 90^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

آن‌گاه:

$$\frac{1 + \tan 30^\circ}{1 + \cot 30^\circ} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{3 + \sqrt{3}}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}(3 + \sqrt{3})}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۰% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ باشد، آنگاه $\tan \alpha \tan \beta = 1$.

بنابراین با توجه به تساوی $\tan(\widehat{B} + 20^\circ) \tan(\widehat{C} + 10^\circ) = 1$ در مثلث ABC داریم:

$$(\widehat{B} + 20^\circ) + (\widehat{C} + 10^\circ) = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 60^\circ \quad (*)$$

از طرفی در مثلث ABC تساوی $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ برقرار است. بنابراین:

$$(*) \rightarrow \widehat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۲% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

در این تست باید \sin را به \cos تبدیل کنیم و یا برعکس برای تبدیل می‌دانیم که:

$$\cos \text{ به } \sin \text{ تبدیل} \begin{cases} \cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \\ \cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \end{cases}$$

در حل از تبدیل \cos به \sin استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right) \\ &\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \quad (1) \end{aligned}$$

یا

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - 3x\right) \\ &\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \quad (2) \end{aligned}$$

(۱) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right)$ را به جای $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$ در صورت سؤال قرار می‌دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) \Rightarrow x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3x \\ \Rightarrow 2x &= \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{8} \end{aligned}$$

(۲) $\sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$ را به جای $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$ در صورت سؤال قرار می‌دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) &= \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) \Rightarrow x + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 3x \\ \Rightarrow 4x &= \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{16} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{16} \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \sin 340^\circ = \sin(360^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \end{cases}$$

$$-\sin 20^\circ - 2 \times (-\sin 20^\circ) - \sin 20^\circ - 3 \times (-\sin 20^\circ) - 3 \sin 20^\circ$$

$$= -\sin 20^\circ + 2 \sin 20^\circ - \sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - 3 \sin 20^\circ = 0$$

ساده

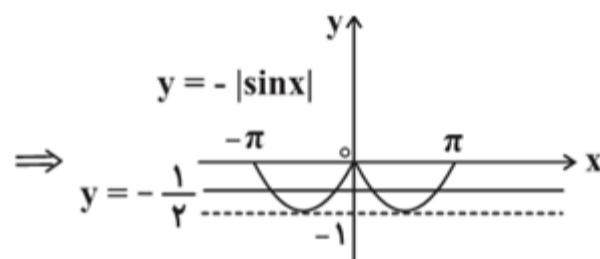
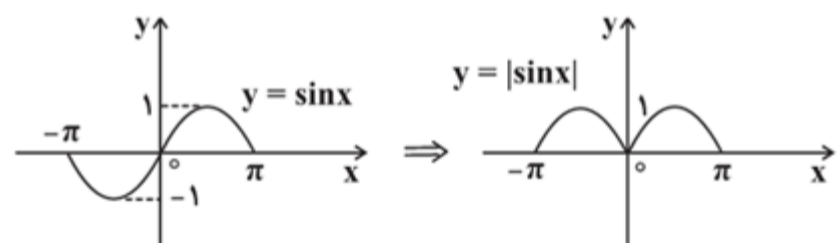
درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۴

کافی است نمودارهای این دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم نماییم:



نمودارهای رسم شده در بازه $(-\pi, \pi)$ در ۴ نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

ساده

درصد پاسخگویی ۴۹%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

در هر گزینه تابع داده شده را ساده می‌کنیم. نمودار تابعی بر نمودار تابع $y = -\sin x + 1$ منطبق است که ضابطه‌های یکسان داشته باشند.

$$\text{گزینه «۱»}: y = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 1 = -\sin x - 1$$

گزینه «۲»:

$$y = -(\sin(\pi - x) - 1) = -(\sin x - 1) = -\sin x + 1$$

$$\text{گزینه «۳»}: y = -\cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) + 1 = +\sin x + 1$$

$$\text{گزینه «۴»}: y = -(\sin(2\pi - x) - 1) = +\sin x + 1$$

متوسط

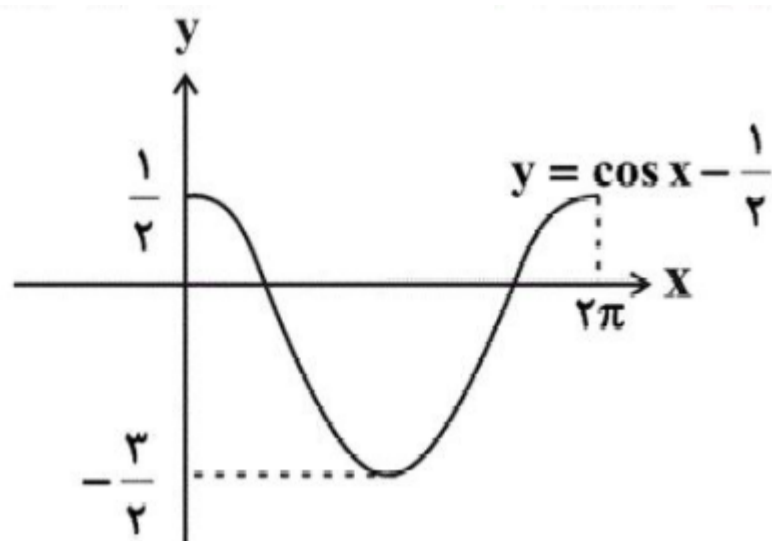
درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲

در کتاب درسی نمودار مربوط به تابع $y = \cos x - \frac{1}{2}$ به صورت زیر رسم شده است.



اگر کمی دقت کنید نمودار داده شده قرینه همین نمودار نسبت به محور x ها است. پس ضابطه آن به صورت $y = \frac{1}{2} - \cos x$ می شود.

روش دوم: مقدار تابع در $x = 0$ برابر $-\frac{1}{2}$ است. در نتیجه:

$$y = a \cos x + b \xrightarrow{x=0} a(1) + b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a + b = -\frac{1}{2}$$

به علاوه در $x = \pi$ مقدار تابع برابر $\frac{3}{2}$ می شود. در نتیجه:

$$\xrightarrow{x=\pi} a(-1) + b = \frac{3}{2} \Rightarrow -a + b = \frac{3}{2}$$

با حل دستگاه، مقادیر a و b را پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} a + b = -\frac{1}{2} \\ -a + b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{2}, a = -1 \Rightarrow a - 2b = -1 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

متوسط

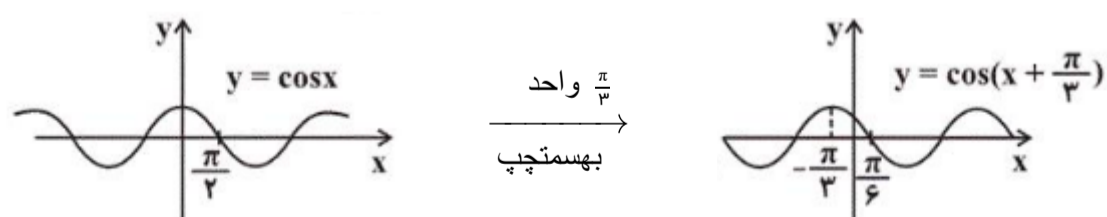
درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۹

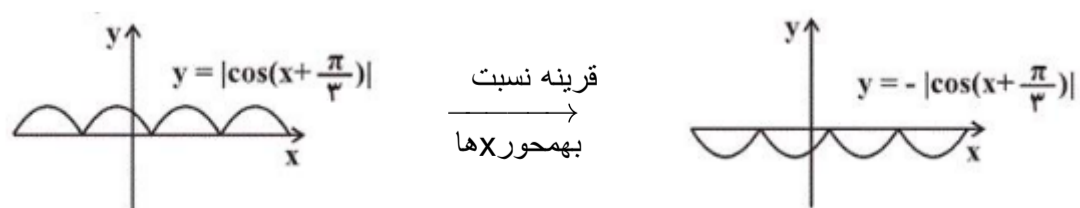
سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

از انتقال نمودار تابع $y = \cos x$ استفاده می کنیم:



حال قسمت زیر محور x ها را نسبت به این محور قرینه می کنیم:



متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

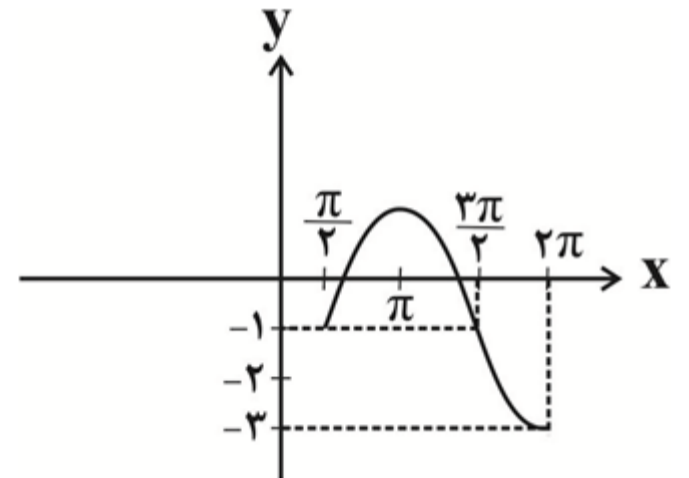
قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نقاط زیر تابع را رسم می‌کنیم.

$$\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), (\pi, 1), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, -3)$$



بنابراین کمترین مقدار -۳ است.

دشوار

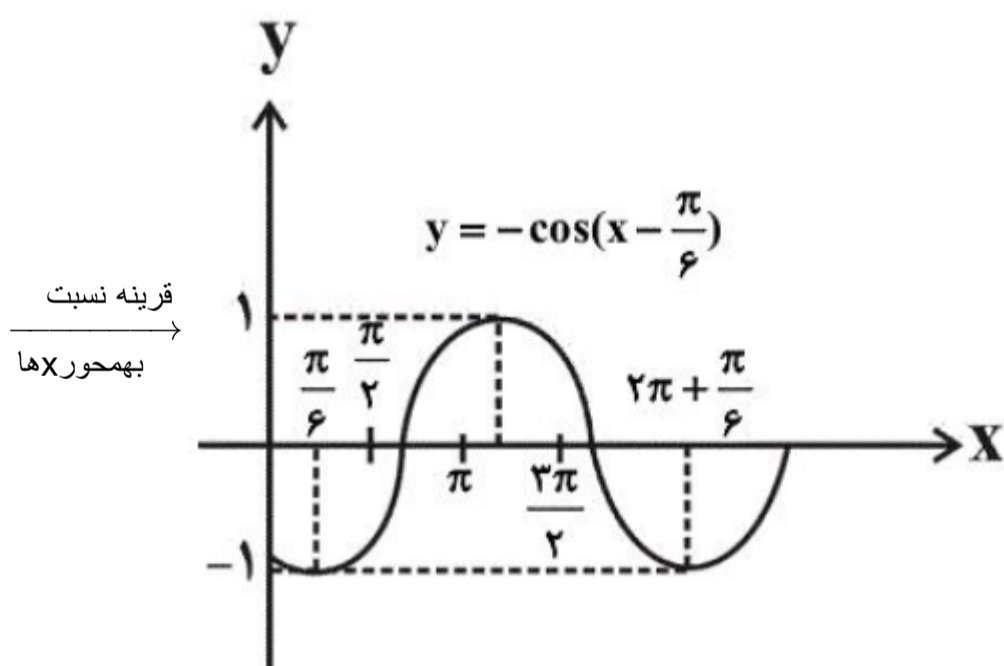
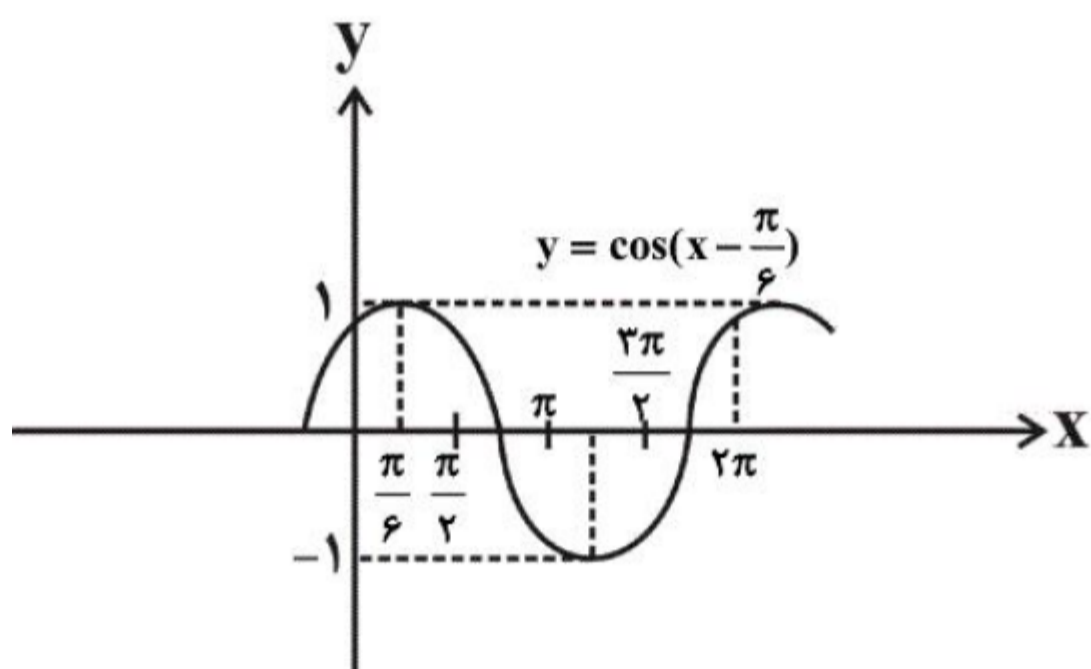
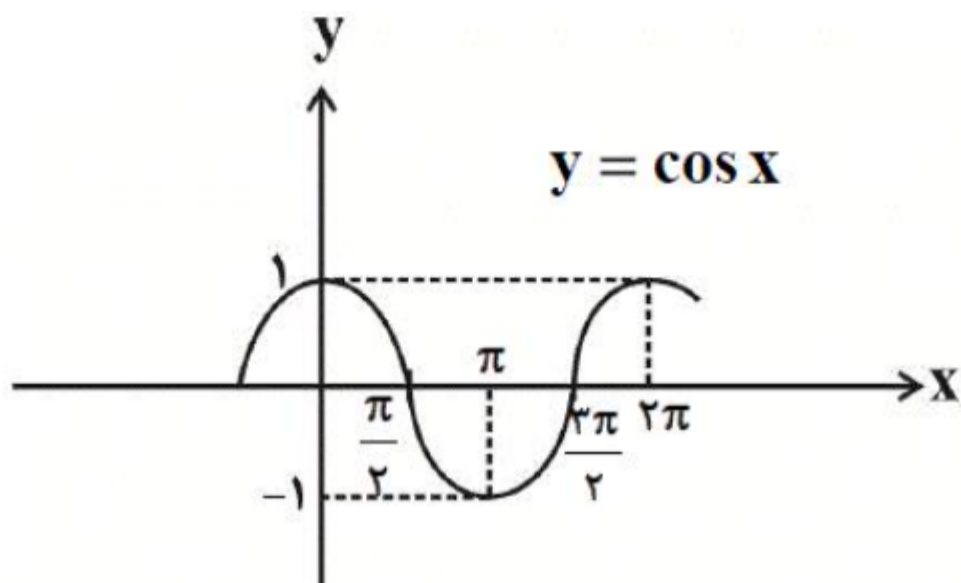
درصد پاسخگویی ۱۲%

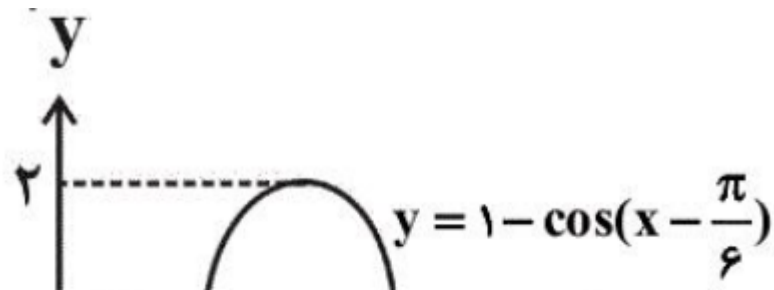
قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۱

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۲



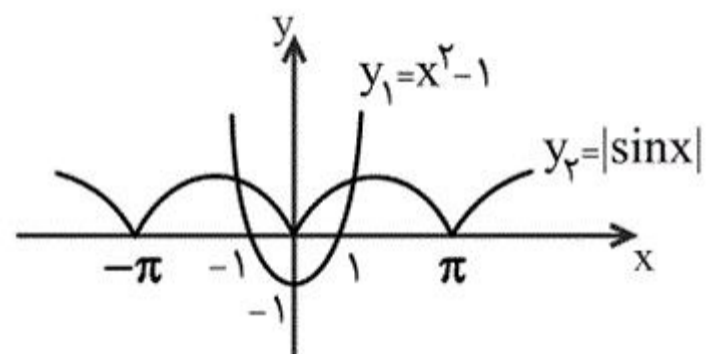


ساده درصد پاسخگویی ۳۸% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۱

تعداد ریشه‌های معادله $x^2 - 1 = |\sin x|$ ، با تعداد نقاط تلاقی نمودارهای توابع $y = x^2 - 1$ و $y = |\sin x|$ برابر است. بنابراین کافی است نمودار این دو تابع را در یک دستگاه رسم کنیم.



با توجه به شکل، دیده می‌شود که دو نمودار یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند، پس معادله دو ریشه دارد که با توجه به شکل، قرینه‌اند.

ساده درصد پاسخگویی ۵۱% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

حدود تغییرات هر یک از تابع‌ها را با یافتن مقادیر ماکزیمم و مینیمم آنها که برای تابع $y = a \sin x + b$ به ترتیب برابر با $|a| + b$ و $-|a| + b$ است، تعیین می‌کنیم.

گزینه (۱): $y = 2 \sin x + 1$

$$\begin{cases} \max(y) = 2 + 1 = 3 \\ \min(y) = -2 + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq y \leq 3$$

گزینه (۲): $y = \sqrt{2} - \sin x$

$$\begin{cases} \max(y) = \sqrt{2} + |-1| = \sqrt{2} + 1 \\ \min(y) = \sqrt{2} - |-1| = \sqrt{2} - 1 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2} - 1 \leq y \leq \sqrt{2} + 1$$

گزینه (۳): $y = \sin x - \sqrt{2}$

$$\begin{cases} \max(y) = 1 - \sqrt{2} \\ \min(y) = -1 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow -1 - \sqrt{2} \leq y \leq 1 - \sqrt{2}$$

با توجه به اینکه $\sqrt{2} \approx 1/4$ ، پس $-2/4 < y < -0/4$ ، پس مقادیر تابع همواره منفی و در نتیجه پایین محور Xهاست.

گزینه (۴): $y = 1 - 2 \sin x$

$$\begin{cases} \max(y) = 1 + |-2| = 3 \\ \min(y) = 1 - |-2| = -1 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq y \leq 3$$

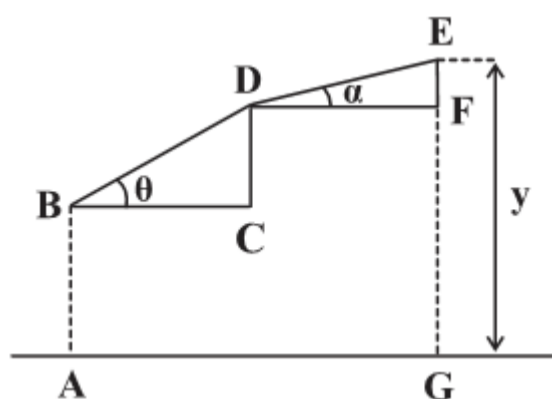
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۲



$$\sin \alpha = \frac{EF}{DE} \Rightarrow EF = DE \sin \alpha$$

$$\sin \theta = \frac{DC}{BD} \Rightarrow DC = BD \sin \theta$$

ارتفاع جسم از سطح زمین را به صورت تابع مثلثاتی زیر می‌نویسیم:

$$y = EF + DC + AB$$

$$\Rightarrow y = DE \sin \alpha + BD \sin \theta + AB$$

$$\frac{\alpha = -45^\circ, DE = 25\sqrt{2} \text{ cm}}{BD = 80 \text{ cm}, \theta = 0^\circ, AB = 40 \text{ cm}} \rightarrow EG = 25\sqrt{2} \sin(-45^\circ)$$

$$+ 80 \sin(0^\circ) + 40 = 25\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 0 + 40 = -25 + 40 = 15 \text{ cm}$$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۴

این نمودار، نمودار تابع $y = \sin x$ است که به اندازه $\frac{\pi}{3}$ واحد به سمت راست انتقال داده شده است. پس ضابطه آن به صورت $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ خواهد بود.

در گزینه (۳) باید دقت کنید $\sin(\frac{\pi}{3} - x) = -\sin(x - \frac{\pi}{3})$ که قرینه شکل صورت سؤال نسبت به محور x هاست.

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه ی «۱»

در نقطه‌ای که نمودار، محور x را قطع می‌کند، عرض نقطه برابر صفر است. بنابراین:

$$y = \frac{1}{4} \cos(x - \pi) + 2 = \frac{1}{4} \cos(\pi - x) + 2 = -\frac{1}{4} \cos x + 2$$

$$\xrightarrow{\text{محل برخورد با محور } x} -\frac{1}{4} \cos x + 2 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} \cos x = -2$$

$$\Rightarrow \cos x = 4 \text{ غ.ق. ق.}$$

حداکثر مقدار تابع $y = \cos x$ برابر یک است. بنابراین نمودار تابع مورد نظر محور x را قطع نمی‌کند.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه‌ی «۳»

با توجه به نمودار تابع $f(x) = a \cos(x - \frac{\pi}{4}) + b$ ، داریم:

$$f(\frac{\pi}{4}) = ۳ \Rightarrow a \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) + b = ۳ \Rightarrow a + b = ۳ \quad (I)$$

$$f(\frac{11}{12}\pi) = ۰ \Rightarrow a \cos(\frac{11}{12}\pi - \frac{\pi}{4}) + b = ۰$$

$$\Rightarrow a \cos(\frac{۲\pi}{۳}) + b = ۰ \Rightarrow a \cos(\pi - \frac{\pi}{۳}) + b = ۰$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{۲}a + b = ۰ \quad (II)$$

$$I \text{ و } II \begin{cases} a + b = ۳ \\ -\frac{1}{۲}a + b = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \frac{۳}{۲}a = ۳$$

$$\Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = ۱$$

$$f(x) = ۲ \cos(x - \frac{\pi}{4}) + ۱ \Rightarrow f(\frac{۴۷\pi}{۱۲}) = ۲ \cos(\frac{۴۷\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{4}) + ۱$$

$$= ۲ \cos(\frac{۴۴\pi}{۱۲}) + ۱ = ۲ \cos(\frac{۱۱\pi}{۳}) + ۱$$

$$= ۲ \cos(۴\pi - \frac{\pi}{۳}) + ۱ = ۲ \cos(\frac{\pi}{۳}) + ۱ = ۲$$



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۵ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده درصد پاسخگویی ۴۵% قلمچی ۱۴۰۰

①

اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x + 1$ از نقاط $A(1, 5)$ و $B(\frac{1}{7}, 6)$ بگذرد، آنگاه کدامیک از نقاط زیر روی نمودار وارون این تابع قرار دارد؟

(۴) (۷, ۱)

(۳) (۳, ۲)

(۲) $(\frac{49}{25}, 2)$ (۱) $(5, \frac{1}{7})$

ساده درصد پاسخگویی ۵۲% قلمچی ۱۳۹۶

②

مقدار تابع نمایی $y = (\frac{1}{a})^x$ به ازای $\dots\dots\dots$ با افزایش مقدار x رو به $\dots\dots\dots$ است.(۴) $-1 < a < 0$ - کاهش(۳) $a > 1$ - کاهش(۲) $0 < a < 1$ - کاهش(۱) $a > 0$ - افزایش

متوسط درصد پاسخگویی ۳۲% قلمچی ۱۳۹۸

③

اگر $f(x) = a^x$ یک تابع نمایی باشد و $f(x+3) = 9f(x)$ ، در این صورت $f(2)$ کدام است؟(۴) $27\sqrt[3]{3}$ (۳) $3\sqrt[3]{3}$

(۲) ۳

(۱) $\sqrt[3]{3}$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۰% قلمچی ۱۳۹۸

④

معادله $|2^x - 1| = \sqrt{x+1}$ چند جواب دارد؟

(۲) فقط یک جواب مثبت

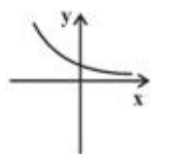
(۱) دو جواب مثبت

(۴) جواب ندارد.

(۳) یک جواب مثبت و یک جواب منفی

متوسط درصد پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۸

⑤

به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (\frac{a-1}{a})^x$ به شکل مقابل است؟(۲) $(\frac{1}{3}, +\infty)$ (۱) $(-\infty, 0)$ (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ (۳) $(0, \frac{1}{2})$

ساده درصد پاسخگویی ۳۸% قلمچی ۱۳۹۹

⑥

اگر α و β جوابهای معادله $9^x - 3^{x+2} + 8 = 0$ باشند، مقدار $9^{\alpha+\beta}$ کدام است؟

(۴) ۸۱

(۳) ۶۴

(۲) ۸

(۱) ۹

متوسط درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۸

⑦

معادله $2^{-|x|} = |x|$ چند جواب دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

متوسط درصد پاسخگویی ۱۸% قلمچی ۱۳۹۹

⑧

مجموع جوابهای معادله $(\sqrt{2}-1)^{x^2+5} = (\frac{1}{1+\sqrt{2}})^{6x}$ چند برابر حاصل ضرب جوابهای آن است؟(۴) $\frac{6}{5}$

(۳) ۵

(۲) $\frac{5}{6}$

(۱) ۶

متوسط کنکور سراسری ۱۴۰۰

۹

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a\left(\frac{1}{p}\right)^x + b$ ، محور x ها را با طول -1 و محور y ها را با عرض 2 قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x = 1$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

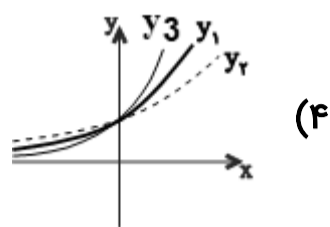
۲ (۲)

۱ (۱)

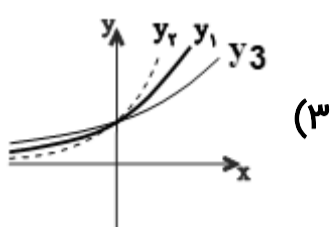
ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۴۸%

۱۰

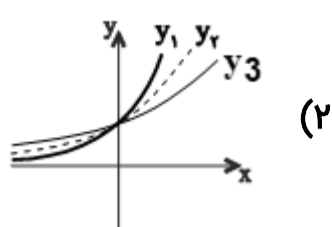
اگر $y_1 = a^x$ و $y_2 = b^x$ و $y_3 = c^x$ و $1 < a < b < c$ ، آن‌گاه کدام شکل صحیح است؟



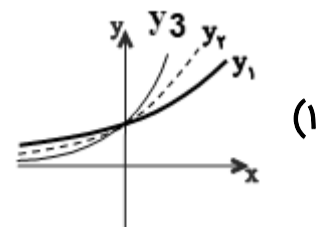
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۵%

۱۱

مجموعه جواب نامعادله $5x - x^2 - 8 < 625$ کدام است؟

(۴) (۱, ۵)

(۳) (۳, ۴)

(۲) (۲, ۳)

(۱) (۱, ۴)

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۸%

۱۲

نمودار تابع $f(x) = \log_a^{(bx-5)}$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول 3 قطع می‌کند. اگر نمودار تابع از نقطه $(\frac{fb+5}{p}, 3)$ نیز بگذرد، حاصل ab کدام است؟

(۴) -۶

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) -۴

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۳۰%

۱۳

اگر $\log_5^6 = a$ و $2^b = 0/4$ ، آنگاه حاصل \log_5^{a+b} کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۳%

۱۴

حاصل عبارت $\log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} + \log_{\sqrt{3}}^9 - \log_8^6$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۶%

۱۵

وارون تابع $f(x) = 2^{x+1} - 3$ به صورت تابع $f^{-1}(x) = \log_p^{\left(\frac{x+a}{b}\right)}$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۱%

۱۶

اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشند، حاصل \log_6^{25} کدام است؟

(۴) $\frac{a+b}{a-b}$ (۳) $\frac{2-2a}{a+b}$ (۲) $\frac{1-a}{a+b}$ (۱) $\frac{2a}{a+b}$

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۵%

۱۷

دامنه تابع $y = \log(2^x - 3)$ کدام است؟

(۴) (۰, ۱)

(۳) $(\log_2^3, +\infty)$ (۲) $(\log_3^3, +\infty)$ (۱) $(0, +\infty)$

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۲%

۱۸

اگر $\log x = \log 2 - 2 \log(x-1)$ باشد، مقدار x کدام است؟

(۲) $2 + \sqrt{3}$ (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $4 - \sqrt{3}$ (۳) $4 + \sqrt{3}$

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۵۲%

۱۹ اگر $f(x) = \log_f(x^2+4)$ ، آن گاه حاصل $f(2\sqrt{3})$ برابر است با:

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

دشوار قلمچی ۱۴۰۰

۲۰ اگر $\log_3^a = a$ باشد، حاصل \log_3^a بر حسب a کدام است؟

- $\frac{a+2}{3}$ (۱) $\frac{2a+1}{2}$ (۳) $\frac{a-1}{2}$ (۲) $\frac{1}{a}$ (۴)

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۴%

۲۱ اگر $f(x) = \log_f^{(3x-1)}$ باشد، آن گاه $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- $-\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{17}{48}$ (۳) (۴) تعریف شده نیست.

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۰%

۲۲ اگر $\log(x+3) = 2 \log 2 + \log(x-3)$ باشد، حاصل لگاریتم $(4x+5)$ در مبنای \sqrt{x} کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

دشوار قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۰%

۲۳ حاصل عبارت $(\log_{39}^3)^2 + \log_{39}^3 \times \log_{39}^{17}$ کدام است؟

- صفر (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴)

دشوار قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۰%

۲۴ اگر $5^{(\log x)-1} - 3^{(\log x)+1} = 3^{(\log x)-1} - 5^{\log x}$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{3}}^{(x-19)}$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

دشوار قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۱%

۲۵ انرژی آزاد شده (به واحد Erg) از زلزله‌ای به بزرگی M بیشتر از رابطه $\log E = 12 + 1/5M$ به دست می‌آید. اگر انرژی آزاد شده $10^{18} \times 10^{24}$ Erg باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟ ($\log 2 = 0/3$)

- ۵/۶ (۱) ۵ (۲) ۶/۶ (۳) ۶ (۴)

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۴%

۲۶ اگر $\log_3^a = a$ باشد، حاصل \log_{18}^a کدام است؟

- $\frac{2a+1}{2a+2}$ (۱) $\frac{a+1}{2a+1}$ (۳) $\frac{2a+1}{2+a}$ (۲) $\frac{a}{2a+1}$ (۴)

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۸%

۲۷ اگر $f(x) = (\sqrt{3})^x$ و $g(x) = \log_3 x$ ، آن گاه ضابطه تابع $f \circ g$ کدام است؟

- $\sqrt{2x}, x > 0$ (۱) $2x, x \in R$ (۲) $\frac{x}{3}, x > 0$ (۳) $\sqrt{x}, x > 0$ (۴)

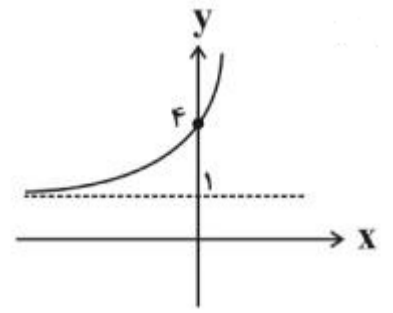
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۷

۲۸

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a(\sqrt{2})^{bx} + 1$ به صورت زیر است. کدام گزینه درست است



(۱) $b < 0, a = -3$

(۲) $b < 0, a = 3$

(۳) $b > 0, a = 3$

(۴) $b > 0, a = \frac{1}{3}$

ساده

درصد پاسخگویی ۴۸%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۹

نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۲۰ دقیقه است. اگر ۲۵۶ گرم از این ماده را در اختیار داشته باشیم، پس از گذشت ۲ ساعت، چند میلی گرم از آن باقی می ماند؟

(۴) ۱

(۳) ۴

(۲) ۱۶

(۱) ۶۴

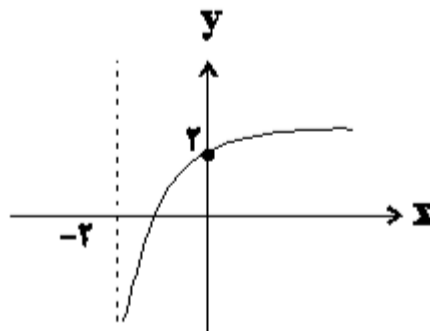
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۰

شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = \log_4^{(ax+b)}$ است. این تابع، خط $y = 5$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می کند؟



(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۴۰۰

۳۱

برد تابع $f(x) = \frac{4^x - 2^x - 2^0}{5 - 2^x}$ به صورت $(-\infty, a) - \{b\}$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۴) -۱۳

(۳) -۱۲

(۲) -۱۱

(۱) -۱۰

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۲

اگر $\log 2^0 = a$ باشد، مقدار $\log 5\sqrt{10}$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{4} - a$

(۳) $\frac{5}{4} + a$

(۲) $\frac{3}{4} - a$

(۱) $\frac{3}{4} + a$

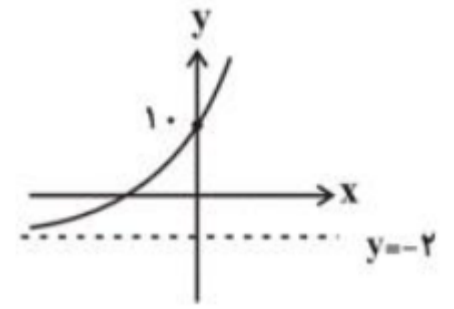
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۳

نمودار تابع $y = 3 \times 2^{x+a} + b$ به صورت زیر می باشد. حاصل $a + b$ کدام است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴) صفر

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۴%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۴

اگر بزرگی زلزله‌ای (M) در مقیاس ریشتر باشد، انرژی آزاد شده آن زلزله برابر E در واحد ایرگ (Erg) است که از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ به دست می آید. به ازای یک واحد افزایش در مقیاس M انرژی آزاد شده تقریباً چند برابر می شود؟

- ۲۳ (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۳۲ (۴)

ساده

درصد پاسخگویی ۴۵%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۳

۳۵

معادله لگاریتمی $\log_f^{(x^2-3)} = \log_f^{(2x)}$ دارای چند ریشه است؟

- ۱ (۱) فاقد ریشه است. ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۵ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۴۵%

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$۱) f(1) = 5 \Rightarrow ab + 1 = 5 \Rightarrow ab = 4$$

$$۲) f\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \Rightarrow ab^{\frac{1}{2}} + 1 = 6 \Rightarrow ab^{\frac{1}{2}} = 5$$

طرفین دو تساوی ۱ و ۲ را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{ab}{ab^{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sqrt{b} = \frac{4}{5} \Rightarrow b = \frac{16}{25} \Rightarrow a = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{25}{4} \left(\frac{16}{25}\right)^x + 1$$

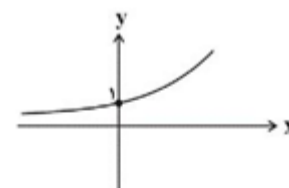
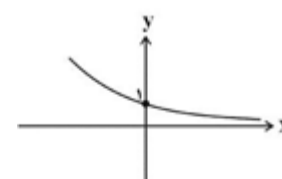
$$f(2) = \frac{25}{4} \times \left(\frac{16}{25}\right)^2 + 1 = \frac{25}{4} \times \frac{16^2}{25^2} + 1 = \frac{64}{25} + 1 = \frac{89}{25}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{89}{25}, 2\right) \in f^{-1}$$

ساده قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۵۲%

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ یک تابع نمایی است که در آن $\frac{1}{a} > 1$ است و شکل تقریبی تابع به صورت زیر است:اگر $a > 1$ باشد، آنگاه $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ یک تابع نمایی است که در آن $0 < \frac{1}{a} < 1$ است و شکل تقریبی تابع به صورت زیر است:همچنین در تابع نمایی $y = b^x$ عدد b مثبت و مخالف ۱ است، پس $0 < a < 1$ نمی‌تواند باشد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x+3) = 9f(x) \Rightarrow a^{x+3} = 9 \times a^x$$

$$\Rightarrow a^x \times a^3 = 9 \times a^x \Rightarrow a^3 = 9 \Rightarrow a = \sqrt[3]{9}$$

بنابراین $f(x) = (\sqrt[3]{9})^x$

$$f(x) = (\sqrt[3]{9})^x \xrightarrow{x=2} f(2) = (\sqrt[3]{9})^2 = \sqrt[3]{9^2}$$

$$= \sqrt[3]{27 \times 3} = 3\sqrt[3]{3}$$

دشوار

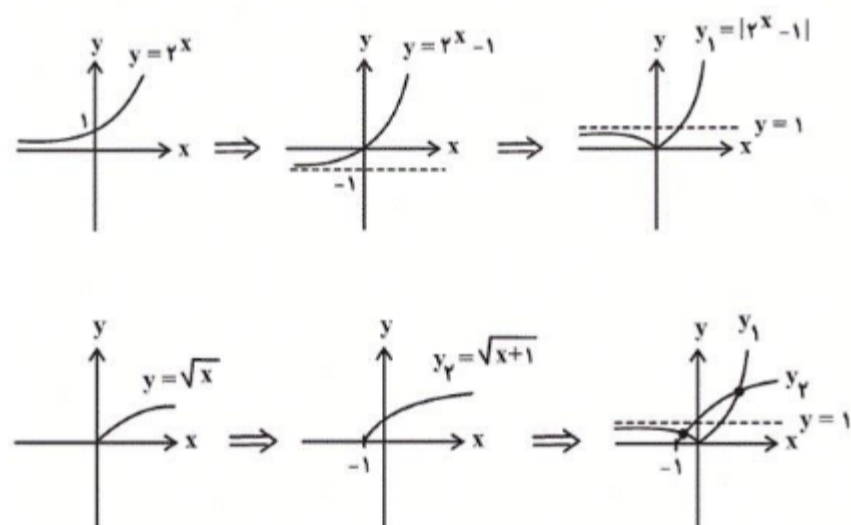
درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

معادله را می‌توانیم به روش هندسی حل کنیم به این صورت که نمودار توابع طرفین تساوی را رسم می‌کنیم. تعداد نقاط برخورد دو نمودار، تعداد جواب‌های معادله است.



معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، یک تابع نمایی با روند کاهشی داریم پس باید $\frac{3^a-1}{a}$ عددی بین صفر و یک باشد، بنابراین داریم:

$$0 < \frac{3^a-1}{a} < 1$$

$$(I) : \frac{3^a-1}{a} > 0 \Rightarrow$$

a	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
3^a-1	-	0	-	+
a	-	0	+	+
$\frac{3^a-1}{a}$	+	0	-	+

ت.ن

$$\Rightarrow a < 0 \text{ یا } a > \frac{1}{3}$$

$$(II) : \frac{3^a-1}{a} < 1 \Rightarrow \frac{3^a-1}{a} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{3^a-1-a}{a} < 0$$

$$\Rightarrow$$

a	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
3^a-1	-	0	-	+
a	-	0	+	+
$\frac{3^a-1-a}{a}$	+	0	-	+

ت.ن

$$\Rightarrow 0 < a < \frac{1}{3}$$

بین محدوده جوابهای I و II اشتراک می‌گیریم:

$$I \cap II : \frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$$

ساده درصد پاسخگویی ۳۸% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

توجه کنید که معادله را طوری ساده می‌کنیم که مجهول آن ۳^x باشد:

$$9^x - 3^{x+2} + 8 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 3^2 \times 3^x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (3^x)^2 - 9 \times 3^x + 8 \Rightarrow (3^x - 1)(3^x - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 8 \end{cases}$$

بنابراین $3^x = 1$ و $3^x = 8$ در نتیجه:

$$3^\alpha \times 3^\beta = 8 \Rightarrow 3^{\alpha+\beta} = 8 \Rightarrow 9^{\alpha+\beta} = 64$$

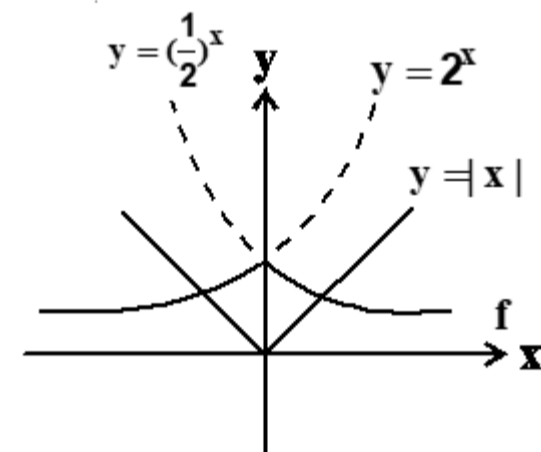
متوسط درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع‌های $f(x) = 2^{-|x|}$ و $g(x) = |x|$ را رسم می‌کنیم و تعداد نقاط برخورد آن‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$f(x) = 2^{-|x|} = \begin{cases} 2^{-x}; & x \geq 0 \\ 2^x; & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x; & x \geq 0 \\ 2^x; & x < 0 \end{cases}$$



نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند، بنابراین معادله $f(x) = g(x)$ دو جواب دارد.

متوسط درصد پاسخگویی ۱۸% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$(\sqrt{2}-1)^{x^2+5} = \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}\right)^{6x}$$

با توجه به اینکه $\frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \sqrt{2}-1$ پس داریم:

$$(\sqrt{2}-1)^{x^2+5} = (\sqrt{2}-1)^{6x} \Rightarrow x^2+5 = 6x \\ \Rightarrow x^2-6x+5 = 0$$

برای پیدا کردن مجموع و حاصل ضرب جواب‌ها یکی از دو روش زیر را می‌توان استفاده نمود:

روش اول:

$$x^2 + 5 - 6x = 0 \Rightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = 1$$

$$\begin{cases} 6 = 1 + 5 = \text{مجموع} \\ 5 = 1 \times 5 = \text{ضرب} \end{cases} \Rightarrow \frac{6}{5} = \text{نسبت خواسته شده}$$

روش دوم:

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع جواب‌ها $S = \frac{-b}{a}$ و حاصل ضرب جواب‌ها $P = \frac{c}{a}$ است، پس:

$$\frac{S}{P} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{6}{5}$$

متوسط کنکور سراسری ۱۴۰۰

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$f(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x + b$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(-1,0)} a(2) + b = 0 \\ \xrightarrow{(0,2)} a \times 1 + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ -a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2\left(\frac{1}{2}\right) + 4 = 3$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۸% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

برای راحتی بررسی به جای a ، b و c به ترتیب سه عدد 2 ، 3 ، 4 را در نظر می‌گیریم و دو حالت خواهیم داشت:

$$\text{الف) } x > 0 \Rightarrow 4^x > 3^x > 2^x$$

$$\text{(یعنی به ازای } x > 0 \text{، داریم: } y_3 > y_2 > y_1 \text{)}$$

$$\text{ب) } x < 0 \Rightarrow 4^x < 3^x < 2^x$$

$$\text{(یعنی به ازای } x < 0 \text{، داریم: } y_3 < y_2 < y_1 \text{)}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۵% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از خواص توان، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (5/2)^{5x-x^2-8} < 625 &\Rightarrow (5^{-1})^{5x-x^2-8} < 5^4 \\ &\Rightarrow 5^{x^2-5x+8} < 5^4 \end{aligned}$$

در نامساوی بالا، پایه‌ها برابر و بزرگ‌تر از یک هستند، پس با برداشتن پایه‌ها جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 8 < 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (x-4)(x-1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 4 \Rightarrow x \in (1, 4)$$

ساده درصد پاسخگویی ۳۸% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$f(3) = \log_a^{3b-5} = 0 \Rightarrow 3b - 5 = 1 \Rightarrow b = 2$$

پس $f(x) = \log_a^{x-5}$. از آنجایی که تابع از نقطه $(\frac{4b+5}{3}, 3)$ نیز می‌گذرد، داریم:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{4b+5}{3}\right) = 3 &\xrightarrow{b=2} f\left(\frac{13}{3}\right) = 3 \Rightarrow \log_a^{13-5} = 3 \\ &\Rightarrow \log_a^8 = 3 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow ab = 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۰% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} 2^b = 5/4 &\Rightarrow b = \log_2^{5/4} = \log_2^{\frac{5}{4}} = \log_2^{\frac{5}{2}} \\ &= 1 - \log_2^{\frac{3}{2}} \xrightarrow{\log_2^a} b = 1 - a \Rightarrow a + b = 1 \\ &\Rightarrow \log_2^{a+b} = \log_2^1 = 0 \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

$$\log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3^5}} + \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3^3}} - \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3^4}} = \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3^5}} + \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3^3}} - \frac{4}{3} \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5}{2} \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} + \frac{3}{2} \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2}$$

در محاسبات فوق دقت شودکه:

$$\begin{cases} \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \\ \log_b a^n = \frac{n}{m} \log_b a \\ \log_a a = 1 (a > 0, a \neq 1) \end{cases}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$y = f(x) = 2^{x+1} - 3 \Rightarrow 2^{x+1} = y + 3 \Rightarrow \log_2^{(y+3)} = x + 1$$

$$\Rightarrow x = \log_2^{(y+3)} - 1 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم}} y = f^{-1}(x) = \log_2^{(x+3)} - 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2^{(x+3)} - \log_2^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2^{\left(\frac{x+3}{2}\right)} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\log_6^{25} = \frac{\log 25}{\log 6} = \frac{2 \log 5}{\log 3 + \log 2} = \frac{2(1 - \log 2)}{\log 3 + \log 2}$$

$$= \frac{2(1-a)}{a+b} = \frac{2-2a}{a+b}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۵%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

$$2^x - 3 > 0 \Rightarrow 2^x > 3 \Rightarrow \log_2^{2^x} > \log_2^3 \Rightarrow x > \log_2^3$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۲% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

$$\log(x-1)^2 - \log 2 = \log x$$

$$\Rightarrow \log \frac{(x-1)^2}{2} = \log x$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{2} = x \Rightarrow (x-1)^2 = 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 = 12 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4 + \sqrt{12}}{2} = 2 + \sqrt{3} \text{ ق ق} \\ x_2 = \frac{4 - \sqrt{12}}{2} = 2 - \sqrt{3} \text{ غ ق} \end{cases}$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۲% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

$$f(2\sqrt{3}) = \log_4^{((2\sqrt{3})^2 + 4)} = \log_4^{(12+4)} = \log_4^{16}$$

$$\Rightarrow \log_4^{16} = a \Rightarrow 4^a = 16 \Rightarrow 4^a = 4^2 \Rightarrow a = 2$$

دشوار قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»

$$\log_4^3 = a \Rightarrow \log_{4^2}^3 = a \Rightarrow \frac{1}{2} \log_4^3 = a$$

$$\Rightarrow \log_4^3 = 2a \Rightarrow \log_4^3 = \frac{1}{2a}$$

$$\log_4^{16} = \log_{4^2}^{16} = \frac{1}{2} \log_4^{16} = 2 \log_4^3 = \frac{2}{2a} = \frac{1}{a}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۳

اگر $f(a) = -2$ باشد و تابع وارون‌پذیر باشد، در این صورت $f^{-1}(-2) = a$ می‌شود.

$$f(a) = \log_4^{(3^a - 1)} = -2 \Rightarrow 3^a - 1 = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow 3^a = \frac{1}{16} + 1 = \frac{17}{16} \Rightarrow a = \frac{17}{48}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\log(x + 3) = 2 \log 2 + \log(x - 3) \Rightarrow \log(x + 3) - \log(x - 3) = \log 2^2$$

$$\Rightarrow \log \frac{x+3}{x-3} = \log 4 \Rightarrow \frac{x+3}{x-3} = 4$$

$$\Rightarrow x + 3 = 4x - 12 \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{x}}^{(4x+5)} &\xrightarrow{x=5} \log_{\sqrt{5}}^{25} = \log_{\frac{1}{5}}^{25} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{5}} \log_5 5 = 4 \times 1 = 4 \end{aligned}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\log_{27}^{117} = \log_{27}^{9 \times 13} = \log_{27}^9 + \log_{27}^{13} = 2 \log_{27}^9 + \log_{27}^{13}$$

اگر قرار دهیم: $\log_{27}^9 = a$ و $\log_{27}^{13} = b$ ، آن گاه داریم:
پس: $\log_{27}^{117} = 2a + b$

$$a^2 + b(2a + b) = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

از طرفی $a + b = \log_{27}^9 + \log_{27}^{13} = \log_{27}^{9 \times 13} = \log_{27}^{117} = 1$ یعنی 1^2 است.

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

$$5^{\log x} + 5^{(\log x)-1} = 3^{(\log x)+1} + 3^{(\log x)-1}$$

$$\Rightarrow 5^{\log x} \left(1 + \frac{1}{5}\right) = 3^{\log x} \left(3 + \frac{1}{3}\right) \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{\log x} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{10}{3}} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{\log x} = \frac{10}{9} \Rightarrow \log x = 2 \Rightarrow x = 100$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{3}}^{(x-19)} = \log_{\sqrt{3}}^{11} = \log_{\sqrt{3}}^{3^{\frac{11}{2}}} = 11 \log_{\sqrt{3}}^3 = 11$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

$$\log 1024 \times 10^{18} = 12 + \frac{1}{5}M \Rightarrow \log 1024 + \log 10^{18} = 12 + \frac{1}{5}M$$

$$\Rightarrow \log 2^{10} + 18 \log 10 = 12 + \frac{1}{5}M \Rightarrow 10 \times \left(\frac{0}{3}\right) + 18 = 12 + \frac{1}{5}M$$

$$\Rightarrow 21 = 12 + \frac{1}{5}M \Rightarrow M = 45$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲

$$\log_a^2 = \frac{\log_a^2}{\log_a^8} = \frac{\log_a^{(2^2 \times 2^3)}}{\log_a^{(2^4 \times 2^2)}} = \frac{2 \log_a^2 + \log_a^3}{2 \log_a^2 + \log_a^2} = \frac{2a+1}{2+a}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۴

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = (\sqrt{3})^{\log_3 x}$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3 x} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 x} = 3^{\log_3 x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

دامنه تابع g ، $x > 0$ است و دامنه تابع f برابر R است، بنابراین:

$$D_{f \circ g} = \left\{ x > 0 \mid \underbrace{\log_3 x \in R}_{\text{همواره برقرار}} \right\} = \{x > 0\} \Rightarrow f(g(x)) = \sqrt{x}, x > 0$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۳

نقطه $(0, 4)$ روی نمودار تابع است، بنابراین:

$$x = 0 \Rightarrow y = a(\sqrt{2})^0 + 1 = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3(\sqrt{2})^{bx} + 1$$

از طرفی در نمودار تابع، با افزایش x مقدار y افزایش می‌یابد و

$\sqrt{2} > 1$ است، پس b مثبت است.

ساده

درصد پاسخگویی ۴۸%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۳

اگر نیمه عمر یک ماده T و جرم اولیه آن A باشد، جرم باقی‌مانده آن پس از گذشت زمان t ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m(t) = A \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow m(t) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{120}}$$

$$t = 2 \text{ ساعت} = 120 \text{ دقیقه}$$

$$\xrightarrow{\frac{t}{T}=6} m(120) = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 256 \times \frac{1}{64} = 4 \text{ میلی‌گرم}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

تابع از نقطه $(0, 2)$ می‌گذرد:

$$f(x) = \log_p^{(ax+b)} \Rightarrow 2 = \log_p^b \Rightarrow b = 4$$

$$ax + b = 0 \xrightarrow[x=-2]{b=4} -2a + 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

 $x = -2$ ، ریشه عبارت جلوی لگاریتم است:پس ضابطه به صورت $f(x) = \log_p^{(2x+4)}$ است. آن را با خط $y = 5$ قطع می‌دهیم.

$$\log_p^{(2x+4)} = 5 \Rightarrow 2x + 4 = 2^5 \Rightarrow x = 14$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۴۰۰

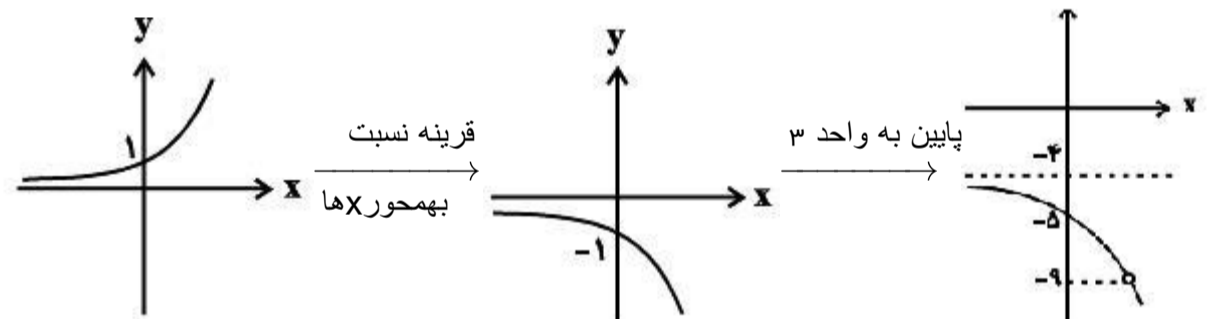
سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$f(x) = \frac{4^x - 2^x - 2^0}{5 - 2^x} = \frac{(5 - 2^x)(-2^x - 4)}{5 - 2^x} = -2^x - 4$$

ضابطه را ساده می‌کنیم:



$$y = 2^x$$

$$y = -(2^x)$$

اگر $2^x = 5$ باشد، مقدار $-(2^x) - 4$ برابر است با: $-5 - 4 = -9$ پس -9 در برد f نیست.با توجه به نمودار برد تابع f به صورت $\{-9\} - (-\infty, -4)$ است. پس:

$$\begin{aligned} a &= -4 \\ b &= -9 \end{aligned} \Rightarrow a + b = -13$$

سوال ۳۲

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۴

$$\log 20 = \log(2 \times 10) = \log 2 + \log 10 = \log 2 + 1 = a \Rightarrow \log 2 = a - 1$$

از طرفی می‌دانیم که رابطه $\log 5 = 1 - \log 2$ برقرار است. بنابراین داریم:

$$\log 5 = 1 - (a - 1) = 2 - a$$

$$\Rightarrow \log 5\sqrt{10} = \log 5 + \log \sqrt{10} = 2 - a + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - a$$

سوال ۳۳

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

چون نمودار تابع‌نمایی دارای برد $(-2, +\infty)$ می‌باشد، پس $b = -2$ می‌باشد.

$$y = 3 \times 2^{x+a} - 2 \xrightarrow{(0,10)} 10 = 3 \times 2^a - 2 \rightarrow 3 \times 2^a = 12$$

$$2^a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

سوال ۳۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۴%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\log E_1 = 11/8 + 1/5 M_1$$

$$\log E_2 = 11/8 + 1/5 M_2 = \frac{M_2 = M_1 + 1}{=} \log E_2 = 11/8 + 1/5 M_1 + 1/5$$

$$\Rightarrow \log E_2 - \log E_1 = \log \frac{E_2}{E_1} = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10^{1/5} = 10^{3/7} = \sqrt[7]{1000} \simeq 32$$

سوال ۳۵

ساده

درصد پاسخگویی ۴۵%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۳

پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 - 3 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

$x = -1$ در دامنه نیست. پس معادله دارای یک ریشه است.



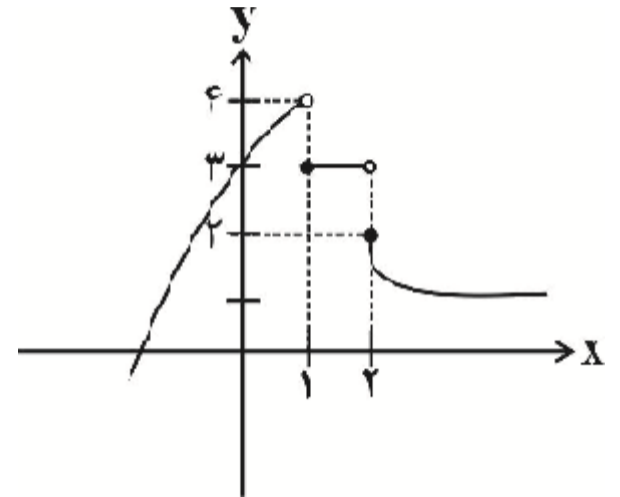
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۶ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده | درصد پاسخگویی ۴۵% | قلمچی ۱۳۹۵

①

شکل نمودار مربوط به تابع $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3f(2)$ کدام است؟

۵ (۱)

۴ (۲)

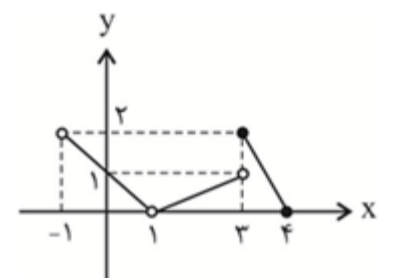
۳ (۳)

۲ (۴)

ساده | درصد پاسخگویی ۵۷% | قلمچی ۱۳۹۷

②

با توجه به شکل زیر کدام گزینه صحیح است؟

 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$ (۱) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وجود ندارد. (۲) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ (۳) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ (۴)

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۹% | قلمچی ۱۳۹۷ | گزینه های دام دار ۳

③

اگر $f(x) = (x-2)^2 + 1$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

۲) وجود ندارد، وجود ندارد.

۱) وجود ندارد.

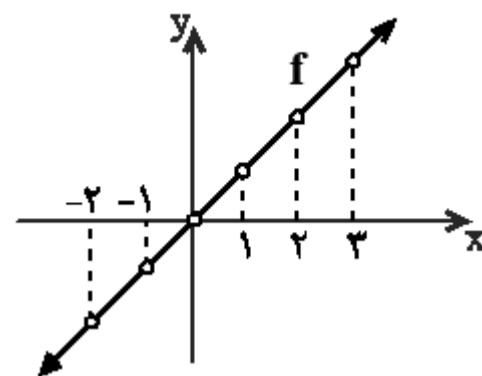
۴) صفر، ۱

۳) ۲، ۱

ساده درصد پاسخگویی ۵۸% قلمچی ۱۳۹۷

۴

نمودار تابع f به شکل مقابل است. تابع f در چه نقاطی حد دارد؟

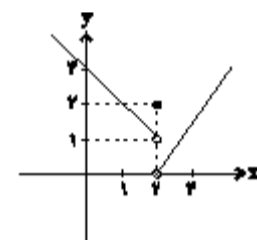


- (۱) نقاط صحیح
(۲) نقاط غیر صحیح
(۳) هر نقطه دلخواهی
(۴) هیچ نقطه‌ای

ساده درصد پاسخگویی ۶۶% قلمچی ۱۴۰۰

۵

با توجه به شکل زیر که نمودار تابع f را نشان می‌دهد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + f(2)$ کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

دشوار درصد پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۴

۶

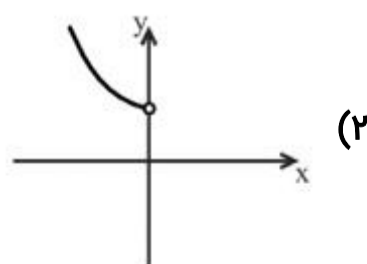
تابع $f(x) = [x] - x$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) وجود ندارد.

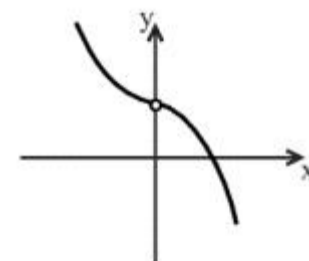
ساده درصد پاسخگویی ۶۲% قلمچی ۱۳۹۷

۷

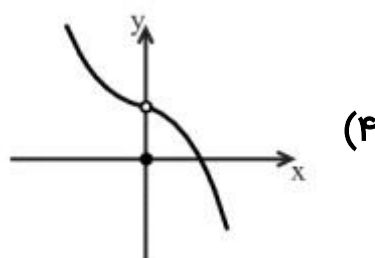
در کدام نمودار زیر، تابع در همسایگی چپ نقطه صفر تعریف شده ولی در همسایگی راست آن تعریف نشده است؟



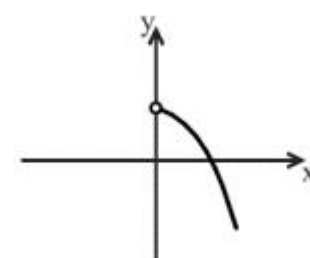
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۱

۸

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{|x|}$ ، در نقطه با کدام طول زیر، هیچ نوع همسایگی (چپ یا راست یا دو طرفه) ندارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

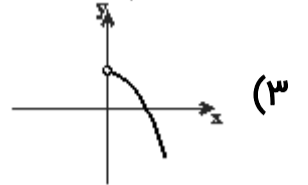
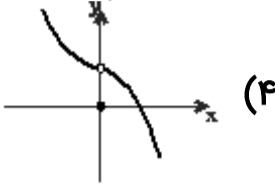
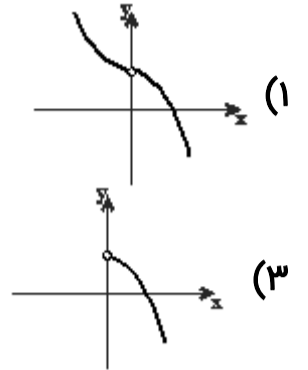
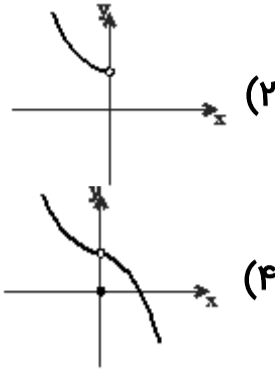
ساده

درصد پاسخگویی ۶۶%

قلمچی ۱۳۹۸

۹

در کدام نمودار زیر، تابع در همسایگی چپ نقطه صفر تعریف شده ولی در همسایگی راست آن تعریف نشده است؟



متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۴

۱۰

تابع $f(x) = [x] - x$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) وجود ندارد.

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۱

در کدام گزینه هیچ همسایگی راستی از نقطه داده شده نمی توان یافت که در دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{2-|x|}$ قرار داشته باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) $x = 0$ (۳) $x = 3$ (۲) $x = 2$ (۱) $x = 1$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۲

اگر $f(x) = \begin{cases} x+3 & , x \geq 0 \\ 2x+2 & , x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x-1 & , x \geq 0 \\ x & , x < 0 \end{cases}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

(۱) f در $x=0$ حد ندارد، g در $x=0$ حد دارد و $f+g$ نیز در $x=0$ حد ندارد.(۲) f و g در $x=0$ حد ندارند، اما $f+g$ در $x=0$ حد دارد.(۳) f و g در $x=0$ حد ندارند، اما $f-g$ در $x=0$ حد دارد.(۴) f ، g و $f+g$ در $x=0$ حد ندارند.

ساده

درصد پاسخگویی ۴۳%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۳

تابع f در $x=1$ دارای حد است، اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-x}{1+\sqrt{f(x)}} = 1$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۴

اگر $f(x) = \frac{3x+2}{3x^2-10x+8}$ و $g(x) = \frac{3x-1}{3x-4}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{3}} \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

(۲) -۳

(۱) -۲

(۴) -۴

(۳) -۱

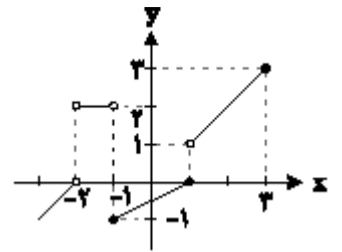
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۵

نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(-\frac{x}{3}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)]$ کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

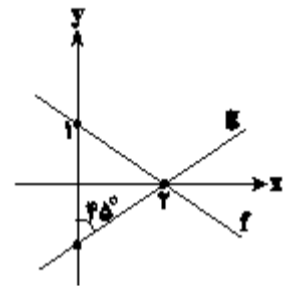
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۶

دو تابع f و g خطی و مطابق شکل روبه‌رو هستند. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $-\frac{1}{2}$ (۴)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۷

اگر توابع f و g در $x = 2$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow 2} (2f - g)(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} (f + 3g)(x) = -1$ ، آن‌گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{g}{f})(x)$ کدام است؟

-۲ (۴)

 $-\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

متوسط

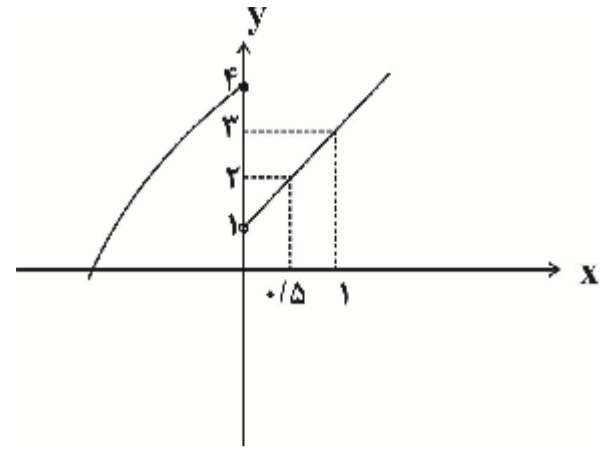
درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۵

گزینه های دام دار ۱

۱۸

اگر نمودار روبه‌رو مربوط به تابع $y = f(x)$ باشد، حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{f(x)} + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1)$ کدام است؟



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

ساده

درصد پاسخگویی ۵۳%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۹

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 20$ و $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 7$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{f(x) + g(x)})^2$ کدام است؟

 $\sqrt{27}$ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

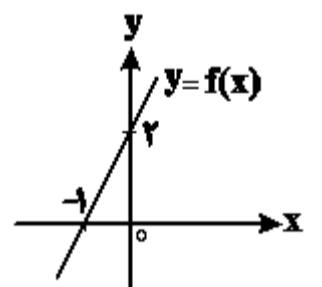
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۶

۲۰

با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2f^{-1}(x)}{x}$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۶%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۱

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} kf(x) = 1$ و $f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x+3}}{x - \sqrt{x}}$ باشد، مقدار k کدام است؟

 $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۴ درصد پاسخگویی ۴% دشوار

۲۲

اگر $f(x) = \frac{[x]}{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، آن گاه حد تابع $\frac{g}{f}$ در $x = 0$ کدام است؟ (،) نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد

قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۶% متوسط

۲۳

اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax + b}{x} = 3$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۲% متوسط

۲۴

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 + x - 2| & x < 1 \\ x - 1 & x \geq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

- (۱) $\{-3, 5\}$ (۲) $\{-3\}$ (۳) $\{5\}$ (۴) \emptyset

قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۴% متوسط

۲۵

چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

(آ) توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ روی R پیوسته اند.

(ب) تابع $y = \log_{0.1}(x-1)$ روی بازه $(1, +\infty)$ پیوسته است.

(پ) تابع $y = x^2 - 5x + 6$ در نقاط $x = 2$ و $x = 3$ پیوسته نیست.

(ت) تابع $y = \sqrt{x+1}$ در بازه $(-1, +\infty)$ پیوسته است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۳% دشوار

۲۶

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2g(a) + 1 & x \neq 1 \\ 2b + 1 & x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد و تابع $g(x) = \begin{cases} \frac{b^2 - 3}{2} & , x \geq a \\ -1 & , x < a \end{cases}$ در $x = -1$ پیوسته نباشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۵% متوسط

۲۷

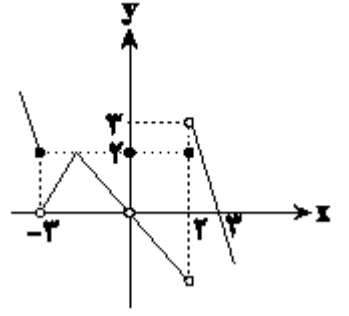
وضعیت تابع $f(x) = [\sin x] + [x]^2$ در اطراف نقطه $x = 0$ چگونه است؟

- (۱) پیوسته
(۲) فقط پیوسته از راست
(۳) فقط پیوسته از چپ
(۴) ناپیوسته از چپ و ناپیوسته از راست

گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۴% دشوار

۲۸

شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ است. تابع $y = \frac{x-2}{\sqrt{f(x)}}$ در کدام فاصله پیوسته است؟



- (۱) $[0, 2]$
 (۲) $[2, 3]$
 (۳) $(2, 3]$
 (۴) $[-3, -2]$

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۷%

۲۹

به ازای کدام مقدار ax ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sin 11x & , x \geq \frac{\pi}{6} \\ a \tan \lambda x & , x < \frac{\pi}{6} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{6}$ پیوسته است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۷%

۳۰

کدام یک از توابع زیر در بازه $[0, 1]$ پیوسته است ولی در بازه $(0, 1)$ پیوسته نیست؟ (،]، [،)، (نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $y = [x]$ (۲) $y = [-x]$ (۳) $y = \sqrt{x}$ (۴) $y = |x|$

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۲۵% متوسط

۳۱

تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|a-2x|}{x+1} & ; x > 3 \\ 2 & ; x = 3 \\ \frac{ax-2}{2} & ; x < 3 \end{cases}$ در $x = 3$ از راست پیوسته است. مجموعه مقادیر a کدام است؟

- (۱) $\{-2\}$ (۲) $\{14\}$ (۳) $\{-2, 14\}$ (۴) \emptyset

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۵۱%

۳۲

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x+b & ; x > 1 \\ a[x]+3 & ; x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، آنگاه b کدام است؟ (]: [، : نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) صفر

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۸%

۳۳

تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{5(x+2)}{|2+x|} & ; x > -2 \\ ax+1 & ; x \leq -2 \end{cases}$ در بازه $[-3, 0]$ پیوسته است. a کدام است

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۸%

۳۴

به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a|x|}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است؟

- (۱) فقط $a = 1$ (۲) فقط $a = -1$ (۳) $a = \pm 1$ (۴) هیچ مقدار a

ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۵

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a & , x = 2 \\ \frac{\sqrt{3-x} - 1}{x-2} & , x \neq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد، a کدام است؟

-۰/۲۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

-۰/۵ (۲)

۰/۵ (۱)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۶ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

ساده قلمچی ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۴۵%

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= 2 \times 4 = 8 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= 3 \\ 3f(2) &= 3 \times 2 = 6 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3f(2) = 8 + 3 - 6 = 5$$

ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۵۷%

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۴

حد راست ندارد) وجود ندارد: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

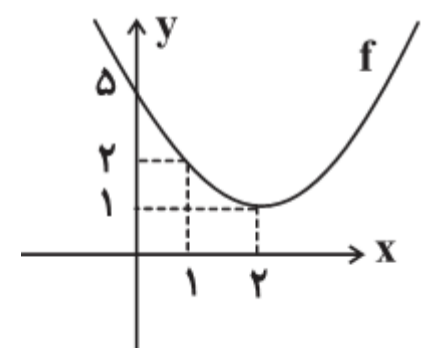
حد چپ و راست برابر نیستند) وجود ندارد: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ گزینه های دام دار ۳ درصد پاسخگویی ۲۹%

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = [1^+] = 1$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] &= [2^-] = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] &= [2^+] = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)] \text{ : موجود نیست}$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۸% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

در هر نقطه دلخواه x_0 ، وقتی x از دو طرف به x_0 میل می‌کند، مقادیر تابع به عدد مفروض L نزدیک می‌شوند، پس تابع f در هر نقطه دلخواهی حد دارد. توجه کنید که حد تابع در یک نقطه به مقدارش در آن نقطه ارتباطی ندارد.

ساده درصد پاسخگویی ۶۶% قلمچی ۱۴۰۰

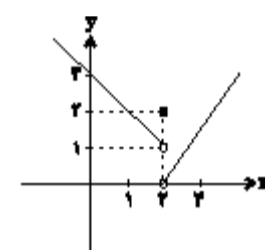
سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به نمودار تابع، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + f(2) = 0 + 1 + 2 = 3$$



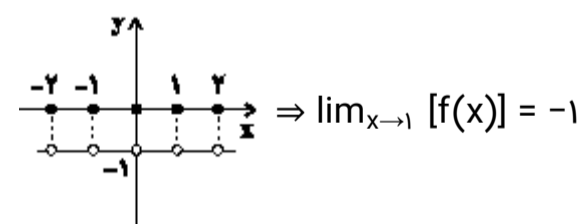
دشوار درصد پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۴

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تابع $y = [f(x)]$ را تشکیل می‌دهیم و ساده می‌کنیم:

$$y = [f(x)] = [\underbrace{[x]}_{\in \mathbb{Z}} - x] = [x] + [-x] = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$



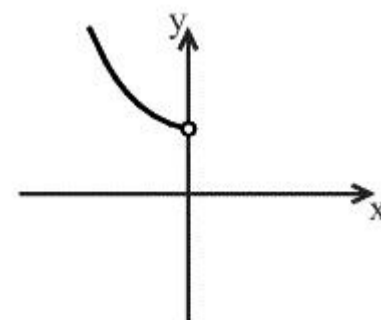
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)] = -1$$

ساده درصد پاسخگویی ۶۲% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

در گزینه (۲) تابع به ازای مقادیر بیشتر از صفر تعریف نمی‌شود، بنابراین در همسایگی راست صفر تعریف نشده است، اما تابع به ازای مقادیر کمتر از صفر تعریف شده است بنابراین در همسایگی چپ صفر تعریف شده است.



در گزینه‌های (۱) و (۴) تابع هم در همسایگی راست و هم در همسایگی چپ صفر تعریف شده است. در گزینه (۳) تابع در همسایگی راست صفر تعریف شده است ولی در همسایگی چپ آن تعریف نشده است.

متوسط درصد پاسخگویی ۱۹% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۱

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{1}{|x|} \Rightarrow D_f : [x] \neq 0 \quad (*)$$

می‌دانیم اگر $0 \leq x < 1$ ، آنگاه $[x] = 0$ ، پس با توجه به (*) می‌توان گفت:

$$D_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty) \quad \text{یا} \quad D_f = \mathbb{R} - [0, 1)$$

با توجه به گزینه‌ها و D_f ، تابع هیچ نوع همسایگی در $x = \frac{1}{p}$ ندارد.

گزینه (۱): تابع در همسایگی چپ $x = 0$ تعریف می‌شود.

گزینه (۲): تابع در همسایگی راست $x = 1$ تعریف می‌شود.

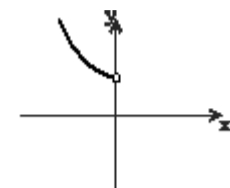
گزینه (۳): تابع هم در همسایگی چپ و هم در همسایگی راست $x = -1$ تعریف می‌شود.

ساده درصد پاسخگویی ۶۶% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۲

در گزینه (۲) تابع به ازای مقادیر بیشتر از صفر تعریف نمی‌شود، بنابراین در همسایگی راست صفر تعریف نشده است، اما تابع به ازای مقادیر کمتر از صفر تعریف شده است بنابراین در همسایگی چپ صفر تعریف شده است.



در گزینه‌های (۱) و (۴) تابع هم در همسایگی راست و هم در همسایگی چپ صفر تعریف شده است. در گزینه (۳) تابع در همسایگی راست صفر تعریف شده است ولی در همسایگی چپ آن تعریف نشده است.

متوسط درصد پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۴

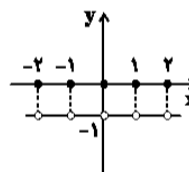
سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تابع $y = [f(x)]$ را تشکیل می‌دهیم و ساده می‌کنیم:

$$y = [f(x)] = \underbrace{[[x] - x]}_{\in \mathbb{Z}} = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & , x \in \mathbb{Z} \\ -1 & , x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس نمودار تابع به صورت مقابل است:



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)] = -1$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$2 - [x] = 0 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

$$\text{بنابراین: } D_f = (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$$

پس همسایگی راست نقطه $x = 2$ در دامنه تابع قرار ندارد.

ساده درصد پاسخگویی ۳۷% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) : \text{وجود ندارد}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) : \text{وجود ندارد}$$

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 2x+2 & , x \geq 0 \\ 3x+2 & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f+g)(x) = 2$$

$$(f-g)(x) = \begin{cases} 4 & , x \geq 0 \\ x+2 & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f-g)(x) = \text{حد ندارد}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۳% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-x}{1+\sqrt{f(x)}} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)-x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (1+\sqrt{f(x)})} = \frac{(\lim_{x \rightarrow 1} f(x)) - \lim_{x \rightarrow 1} (x)}{1 + \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)}}$$

با فرض $L = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، حاصل حد اخیر برابر است با:

$$\frac{L-1}{1+\sqrt{L}} \stackrel{\text{طبق فرمول}}{\Rightarrow} \frac{(\sqrt{L}+1)(\sqrt{L}-1)}{(\sqrt{L}+1)} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{L}-1=1 \Rightarrow \sqrt{L}=2 \Rightarrow L=4$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۳% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{F}{3}} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow \frac{F}{3}} \frac{\frac{3x+2}{3x^2-10x+8}}{\frac{3x-1}{3x-4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{F}{3}} \frac{(3x+2)(3x-4)}{(3x-1)(3x^2-10x+8)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{F}{3}} \frac{(3x+2)(3x-4)}{(3x-1)(3x-4)(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{F}{3}} \frac{3x+2}{(3x-1)(x-2)} = \frac{4+2}{(4-1)(\frac{F}{3}-2)} = -3 \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f\left(-\frac{x}{3}\right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -1$$

$$\Rightarrow -1 + (-1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)] = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [0^-] = -1$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ضابطه f و g را می نویسیم:

شیب خط f برابر $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{2}$ است.

$$f(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

شیب خط g برابر $\tan 45^\circ = 1$ است.

$$g(x) = x - 2$$

پس داریم:

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{-\frac{1}{2}x + 1}{x - 2}$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}(x-2)}{x-2} = \frac{-1}{2}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L_2$ ، آن گاه:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2f - g)(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2L_1 - L_2 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f + 3g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 3 \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L_1 + 3L_2 = -1$$

از حل دستگاه $\begin{cases} 2L_1 - L_2 = 5 \\ L_1 + 3L_2 = -1 \end{cases}$ نتیجه می شود $L_1 = 2$ و $L_2 = -1$ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{L_2}{L_1} = \frac{-1}{2}$$

سوال ۱۸

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۵

گزینه های دام دار ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{f(x)} = \sqrt{4} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$$

$$\Rightarrow A = 2 + 3 = 5$$

سوال ۱۹

ساده

درصد پاسخگویی ۵۳%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{f(x) + g(x)})^2 &= (\sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x)})^2 \\ &= (\sqrt[3]{2 + 7})^2 = 3^2 = 9 \end{aligned}$$

سوال ۲۰

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۳

نمودار تابع $y = f(x)$ خطی است که از دو نقطه $(0, 2)$ و $(-1, 0)$ می‌گذرد پس معادله آن $\frac{y}{2} - x = 1$ یا $f(x) = 2 + 2x$ است. در نتیجه $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{2}$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2f^{-1}(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + 2x + 2x \cdot \frac{x-2}{2}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + 2x + x(x-2)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x} = 3 \end{aligned}$$

سوال ۲۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۶%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۴

صورت را با اتحاد جمله مشترک و مخرج را با فاکتورگیری تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - \sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{1-3}{1} = -2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} kf(x) = 1 \Rightarrow k \times \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow k \times (-2) = 1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

سوال ۲۲

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۴ درصد پاسخگویی ۴% دشوار

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تابع $\frac{g}{f}$ را تشکیل می‌دهیم: $(\frac{g}{f})(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{|x|}} = \frac{1}{|x|}$ دامنه‌ی تابع $\frac{g}{f}$ برابر $R - [0, 1)$ است. پس حد راست تابع در $x = 0$ تعریف نشده است (حد مخرج صفر مطلق می‌شود). بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (\frac{g}{f})(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x|} = \frac{1}{-1} = -1$$

سوال ۲۳

گزینه ۳ متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۶%

پاسخ: گزینه ۳

وقتی $x \rightarrow 0$ مخرج کسر صفر می‌شود ولی حاصل حد عدد ۳ شده است پس حد صورت کسر هم باید در این نقطه صفر شود تا حد صورت و مخرج عامل مشترک x داشته باشد تا حاصل حد پس از ساده کردن کسر برابر ۳ شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow 0 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

پس حد به صورت زیر در می‌آید:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax}{x} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+a)}{x} = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x + a = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 3 + 0 = 3$$

سوال ۲۴

گزینه ۱ متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۲%

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 + x - 2|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|(x-1)(x+2)|}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+2)}{x-1} = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1 - |a - 1|$$

$$1 - |a - 1| = -3 \Rightarrow |a - 1| = 4 \Rightarrow a \in \{-3, 5\} \quad \text{در نتیجه:}$$

سوال ۲۵

گزینه ۳ متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۴%

پاسخ: گزینه ۳

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

در مورد (پ) تابع $y = x^2 - 5x + 6$ در همه نقاط پیوسته است و به طور کلی تابع چند جمله‌ای روی بازه $(-\infty, +\infty)$ پیوسته است.

دشوار درصد پاسخگویی ۱۳% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۴

از آنجایی که f در $x = 1$ پیوسته است.

$$2g(a) + 1 = 2b + 1 \xrightarrow{g(a) = \frac{b^2 - 3}{2}} 2\left(\frac{b^2 - 3}{2}\right) + 1 = 2b + 1$$

$$b^2 - 2b - 3 = 0 \Rightarrow b = -1, b = 3$$

از آنجایی که تابع g تنها می‌تواند در $x = a$ ناپیوسته باشد بنابراین $a = -1$ ، از طرفی $b \neq -1$ چون در این صورت $\frac{b^2 - 3}{2} = -1$ و تابع g در $x = -1$ پیوسته خواهد شد، بنابراین $b = 3$ و داریم $a + b = 2$.

متوسط درصد پاسخگویی ۲۵% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = [0^+] + [0^+]^2 = 0 + 0 = 0$$

$$f(0) = [0] + [0] = 0 + 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = [0^-] + [-]^2 = -1 + (-1)^2 = 0$$

پس تابع $f(x)$ در $x = 0$ پیوسته است.

دشوار درصد پاسخگویی ۴% گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

گزینه «۱»: تابع $y = f(x)$ در فاصله $(0, 2)$ زیر محور x ها و منفی است. پس $\sqrt{f(x)}$ در این بازه تعریف نشده است.گزینه «۲»: تابع $y = \frac{x-2}{\sqrt{f(x)}}$ در $x = 2$ از راست پیوسته است. چرا که:

$$y(2) = \frac{0}{\sqrt{f(2)}} = \frac{0}{\sqrt{0}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{\sqrt{f(x)}} = \frac{0}{\sqrt{0}} = 0$$

به علاوه در تمام نقاط بازه $(2, 3)$ نیز پیوسته است. پس در فاصله $[2, 3)$ پیوسته می‌شود.گزینه «۳»: می‌دانیم $f(3) = 0$ است پس تابع $y = \frac{x-2}{\sqrt{f(x)}}$ در $x = 3$ تعریف شده نیست.گزینه «۴»: تابع $f(x)$ در $x = -3$ از راست پیوسته نیست، در نتیجه $\frac{x-2}{\sqrt{f(x)}}$ هم در $x = -3$ پیوستگی راست ندارد و نمی‌تواند در فاصله $[-3, -2)$ پیوسته باشد.

ساده درصد پاسخگویی ۳۷% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{11\pi}{6} = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} f(x) = \sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^-} f(x) = a \tan \frac{4\pi}{3} = a \tan \frac{4\pi}{3} = a \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = a \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}a$$

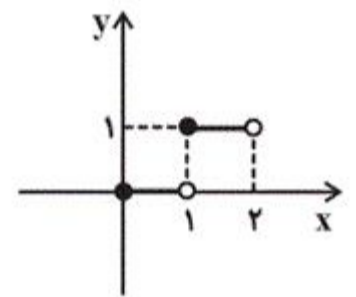
$$\sqrt{3}a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{\sqrt{3}}{6}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۷% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع گزینه «۱» به صورت زیر است:



تابع رسم شده در تمام نقاط بازه $(0, 1)$ پیوسته است و در $x = 0$ پیوستگی راست دارد، پس در بازه $[0, 1)$ پیوسته است. از طرفی در $x = 1$ پیوستگی چپ ندارد پس در بازه $[1, 2)$ پیوسته نیست.

متوسط درصد پاسخگویی ۲۵% قلمچی ۱۴۰۰ گزینه های دام دار ۲

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

جهت بررسی پیوستگی راست در $x = 3$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|a - 2x|}{x + 1} = \frac{|a - 6|}{4} = f(3) = 2$$

$$\Rightarrow |a - 6| = 8 \Rightarrow \begin{cases} a - 6 = 8 \Rightarrow a = 14 \\ a - 6 = -8 \Rightarrow a = -2 \end{cases}$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۱% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$f(1) = a[1] + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} a[x] + 3 = a[1^-] + 3 = a \times (0) + 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + b) = 1 + b$$

$$a + 3 = 3 = b + 1 \Rightarrow a = 0, b = 2$$

ساده درصد پاسخگویی ۳۸% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر $x > -2$ باشد، آنگاه $x + 2 > 0$ و $|x + 2| = x + 2$ است، پس داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 5 & ; x > -2 \\ ax + 1 & ; x \leq -2 \end{cases}$$

هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه خود پیوسته هستند، پس برای پیوسته بودن تابع f در بازه $[-3, 0]$ ، کفایت شرط پیوستگی در $x = -2$ را لحاظ کنیم:

$$\begin{cases} f(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = a(-2) + 1 = 1 - 2a \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 5 \\ \Rightarrow 1 - 2a = 5 \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2 \end{cases}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۸% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۴

حد راست، حد چپ و مقدار تابع f را در $x = 0$ حساب می‌کنیم.

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{x} = a$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{a|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-ax}{x} = -a$$

پس باید $a = -a = 1$ باشد که امکان‌پذیر نیست، پس مقداری برای a وجود ندارد.

ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\begin{aligned} a = f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3-x}-1}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3-x)-1}{(x-2)(\sqrt{3-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{(x-2)(\sqrt{3-x}+1)} \\ &= \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۷ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۸%

①

احتمال موفقیت علیرضا در آزمون ریاضی ۷۰٪ و احتمال موفقیت او در آزمون زیست‌شناسی ۴۰٪ است. با کدام احتمال علیرضا حداقل در یکی از این دو آزمون موفق خواهد شد؟

(۴) ۸۴٪

(۳) ۸۳٪

(۲) ۸۲٪

(۱) ۸۱٪

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۲%

②

در کلاس A، ۳۰ درصد دانش‌آموزان و در کلاس B، ۷۰ درصد دانش‌آموزان در رشته والیبال ثبت‌نام کرده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان کلاس A دو برابر کلاس B باشد و فردی به تصادف از بین ثبت‌نام کنندگان در رشته والیبال انتخاب کنیم، با کدام احتمال این فرد از کلاس B است؟

(۲) $\frac{7}{13}$ (۴) $\frac{7}{10}$ (۱) $\frac{3}{13}$ (۳) $\frac{3}{10}$

دشوار قلمچی ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۱۲%

③

دو تاس را پرتاب کرده و پیشامد A را «فرد بودن حداقل یکی از تاس‌ها» تعریف کرده‌ایم. پیشامد B کدام باشد تا احتمال وقوع A به شرط وقوع B کمترین مقدار را داشته باشد؟

(۱) B: مجموع دو تاس کمتر از ۴ باشد.

(۲) B: مجموع دو تاس ۴ باشد.

(۳) B: مجموع دو تاس بیش‌تر از ۱۰ باشد.

(۴) B: مجموع دو تاس ۱۰ باشد.

دشوار قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۱۲%

④

اگر $P(A|B) = \frac{3}{7}$ و $P(B|A) = \frac{13}{14}$ باشد، آنگاه احتمال رخ دادن پیشامد A چند برابر احتمال رخ دادن پیشامد B است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۰%

⑤

احتمال ازدواج پسر و دختر خانواده‌ای تا ۵ سال دیگر به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ است. اگر پسر ازدواج کند، احتمال ازدواج دختر به $\frac{1}{4}$ افزایش می‌یابد. با کدام احتمال حداقل یکی از آن‌ها تا ۵ سال دیگر ازدواج خواهد کرد؟

(۴) $\frac{5}{13}$ (۳) $\frac{7}{24}$ (۲) $\frac{13}{24}$ (۱) $\frac{11}{24}$

دشوار قلمچی ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۱۱% گزینه های دام دار ۴

⑥

یک خانواده دارای دو فرزند است که هر فرزند به‌طور مستقل با احتمال $\frac{1}{3}$ پسر و با احتمال $\frac{2}{3}$ دختر است. اگر بدانیم این خانواده حداکثر یک فرزند پسر دارد، احتمال آن‌که هر دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

(۴) $\frac{5}{66}$ (۳) $\frac{5}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۱) $\frac{5}{25}$

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۹%

⑦

در پرتاب دو تاس سالم، می‌دانیم تفاضل دو عدد رو شده، عددی اول نیست. با چه احتمالی دو عدد رو شده متوالی هستند؟

(۴) $\frac{5}{11}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{5}{8}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۶

۸

اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A|B') = ۰/۴$ و $P(B) = ۰/۳$ ، آنگاه احتمال وقوع پیشامد $A \cup B$ کدام است؟

۰/۵۸ (۴)

۰/۴۶ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۵۴ (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۶۲%

قلمچی ۱۳۹۷

۹

دو تاس سالم با هم پرتاب شده‌اند. اگر مجموع اعداد رو شده برابر ۶ باشد، احتمال آن که هر دو عدد فرد باشند، کدام است؟

۰/۲ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۴ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۰

در یک ظرف کارتهایی با شماره‌های ۱ تا ۱۱ قرار دارد. یک تاس را به هوا پرتاب می‌کنیم و سپس از ظرف یک کارت خارج می‌کنیم. احتمال آن که حاصل ضرب عدد تاس و کارت خارج شده زوج باشد، کدام است؟

 $\frac{۸}{۱۱}$ (۴) $\frac{۶}{۱۸}$ (۳) $\frac{۵}{۱۱}$ (۲) $\frac{۷}{۱۱}$ (۱)

دشوار

درصد پاسخگویی ۹%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۳

۱۱

اگر در یک جمع سه نفره، همه در یک روز هفته متولد نشده باشند، احتمال این که دو نفر در روز شنبه متولد شده باشند، چه قدر است؟

 $\frac{۱}{۲۴۳}$ (۴) $\frac{۱۸}{۳۴۳}$ (۳) $\frac{۳}{۵۶}$ (۲) $\frac{۵}{۵۶}$ (۱)

دشوار

درصد پاسخگویی ۶%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۲

۱۲

۱۰ سکه، که ۳ تایی آن‌ها هر دو رویشان A نوشته شده و ۷ سکه که دو روی آن‌ها متفاوت بوده و یک رو A و یک رو B نوشته شده است، داریم. سکه‌ای به تصادف انتخاب کرده و فقط یک روی آن را نگاه می‌کنیم و می‌بینیم که A نوشته شده است. احتمال آن که سکه انتخاب شده هر دو رویش A نوشته شده باشد، کدام است؟

 $\frac{۱}{۱۰}$ (۴) $\frac{۶}{۱۳}$ (۳) $\frac{۳}{۵}$ (۲) $\frac{۱۰}{۱۳}$ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۳

برای بررسی یک واکنش شیمیایی در یک آزمایشگاه، ماده شیمیایی داریم که ۲ تا از آن‌ها مواد A و B هستند. اگر احتمال واکنش دادن A و B به ترتیب از راست به چپ $۰/۲$ و $۰/۱$ باشد و احتمال این که حداقل یکی از این دو ماده واکنش دهد $۰/۲۵$ باشد، آنگاه احتمال واکنش ندادن ماده B اگر بدانیم ماده A واکنش داده است، کدام است؟

۰/۷۵ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۴ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۲

۱۴

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده، زوج باشد، احتمال آن که هر دو زوج باشند، کدام است؟

 $\frac{۱}{۶}$ (۴) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۱}{۴}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۴%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۵

دو نفر به سمت یک هدف تیراندازی می‌کنند. A به احتمال $\frac{۱}{۳}$ و B به احتمال $\frac{۳}{۴}$ به هدف می‌زند. احتمال آن که فقط B به هدف بزند چند برابر احتمال آن است که فقط A به هدف بزند؟

 $\frac{۱}{۴}$ (۴)

۶ (۳)

 $\frac{۴}{۳}$ (۲) $\frac{۱}{۶}$ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۳

گزینه های دام دار ۴

۱۶

دو تاس سالم را تا زمانی که برای اولین بار هر دو عدد رو شده فرد باشند، با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداکثر در دو پرتاب این نتیجه حاصل می‌شود؟

 $\frac{۳}{۱۶}$ (۲) $\frac{۱}{۱۶}$ (۴) $\frac{۵}{۱۶}$ (۱) $\frac{۷}{۱۶}$ (۳)

ساده **درصد پاسخگویی ۴۶%** **قلمچی ۱۳۹۶**

۱۷

A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند، به طوری که $P(A) = P(B|A) = 0/3$ و $P(A|B) = 0/6$. احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱) ۰/۰۵
(۲) ۰/۱۵
(۳) ۰/۲۵
(۴) ۰/۳۵

متوسط **درصد پاسخگویی ۲۵%** **قلمچی ۱۴۰۰**

۱۸

A و B دو پیشامد مستقل هستند به طوری که $P(A - B) = P(A \cap B)$ ، در این صورت حاصل $P(A - B) + P(B - A)$ کدام است؟

- (۱) ۰/۵
(۲) ۰/۴
(۳) ۰/۶
(۴) ۰/۸

ساده **گزینه های دام دار ۳** **درصد پاسخگویی ۵۵%** **قلمچی ۱۳۹۶**

۱۹

درکیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز و ۲ مهره قرمز وجود دارد. دو مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جایگذاری از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی مهره اول آبی و دومی قرمز است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$
(۲) $\frac{2}{11}$
(۳) $\frac{1}{55}$
(۴) $\frac{4}{55}$

ساده **درصد پاسخگویی ۴۰%** **قلمچی ۱۴۰۰**

۲۰

اگر A و B دو پیشامد مستقل در فضای نمونه S بوده و $P(B) = 3P(A')$ و $P(B') = 0/4$ باشد، حاصل $P((A \cap B)')$ کدام است؟

- (۱) ۰/۵۲
(۲) ۰/۵۸
(۳) ۰/۶۲
(۴) ۰/۶

ساده **درصد پاسخگویی ۴۲%** **قلمچی ۱۳۹۳**

۲۱

اگر دامنه‌ی تغییرات ۱۰ داده صفر و مجموع داده‌ها ۶۰ باشد، مقدار میانگین و میانه‌ی داده‌ها به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) ۶ و ۶
(۲) ۳ و ۶
(۳) ۶ و ۱۰
(۴) ۳ و ۶

متوسط **درصد پاسخگویی ۳۱%** **قلمچی ۱۴۰۰**

۲۲

اگر ۴۰ داده آماری را ۸ برابر کرده و سپس از هر یک ۱۶ واحد کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. مجموع داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۴۸۰
(۲) ۱۴۴۰
(۳) ۱۶۰۰
(۴) ۳۲۰۰

ساده **درصد پاسخگویی ۵۳%** **قلمچی ۱۳۹۳**

۲۳

در داده‌های ۷۰، ۸۰، ۱۱۰، X و ۶۰ میانگین، میانه و مُد با هم برابرند. مقدار X کدام است؟ (مد منحصر به فرد است.)

- (۱) ۸۰
(۲) ۷۰
(۳) ۶۰
(۴) ۱۱۰

دشوار **قلمچی ۱۴۰۰**

۲۴

ظرفی دارای ۳ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز است. ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. در صورتی که بدانیم هیچ‌یک از مهره‌ها قرمز نیست، احتمال اینکه هر سه مهره هم‌رنگ باشند، چند برابر احتمال وقوع همین پیشامد بدون دانسته قبلی (شرط قرمز نبودن) است؟

- (۱) $\frac{5}{14}$
(۲) $\frac{7}{20}$
(۳) $\frac{20}{7}$
(۴) $\frac{14}{5}$

متوسط **درصد پاسخگویی ۱۶%** **قلمچی ۱۳۹۷**

۲۵

واریانس داده‌های کمتر از چارک اول در مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۳۱ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) $\frac{35}{13}$
(۴) $\frac{21}{4}$

دشوار **گزینه های دام دار ۲** **درصد پاسخگویی ۱۵%** **قلمچی ۱۳۹۹**

۲۶

در ۲۰ داده آماری که اعداد طبیعی متمایز هستند، چارک سوم برابر با ۳۶ و چارک اول برابر با ۱۵ است. حداقل مقدار دامنه تغییرات کدام است؟

- (۱) ۳۱
(۲) ۲۱
(۳) ۴۲
(۴) ۴۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۳

۲۷

میانگین داده‌های ۱۰۰، ۹۹، ...، ۴، ۳، ۲، ۱، ۱، ۱ چقدر از میانگین داده‌های ۱۰۰، ۹۹، ...، ۳، ۲، ۱ کم‌تر است؟ (در اولی عدد یک و در دومی عدد صد دو بار تکرار شده است.)

(۴) $\frac{99}{202}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{99}{100}$

(۱) $\frac{99}{101}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۸

در ۱۳ داده آماری، میانگین و واریانس، به ترتیب ۱۲ و ۲۰ هستند. با حذف داده‌های ۱۰، ۹ و ۱۷، واریانس ۱۰ داده باقیمانده کدام است؟

(۴) $22/8$

(۳) $23/8$

(۲) $22/2$

(۱) $23/2$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۴۰۰

۲۹

میانگین ۱۸ داده آماری برابر ۲۴ واحد است. ابتدا تمام داده‌ها را نصف می‌کنیم، سپس به اندازه نصف میانگین داده‌های جدید به همه داده‌ها اضافه می‌کنیم و نهایتاً ۲ واحد از تمام داده‌ها کم می‌کنیم. میانگین نهایی کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۲۲

(۲) ۱۶

(۱) ۱۸

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۰

ده داده آماری، جملات متوالی یک دنباله هندسی با جمله اول ۱ هستند. به ازای کدام قدرنسبت برای این دنباله، واریانس مقدار بیشتری نسبت به سایرین خواهد داشت؟

(۴) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) -۲

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۳

۳۱

میانگین تعدادی داده آماری برابر ۷ است. اگر تمامی این داده‌ها را سه برابر کنیم، انحراف معیار آن‌ها تغییر نمی‌کند. حاصل $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$ در داده‌های جدید کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲۱

(۱) ۷

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۲

قدرمطلق اختلاف از میانگین داده‌هایی برابر ۲، ۲، ۲، ۳، ۳ است. اگر مجموع این داده‌ها ۱۵ باشد، ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟

(۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۳

میانگین و واریانس ۱۸ داده آماری به ترتیب ۸ و ۴ است. اگر به دو برابر هریک از داده‌ها چهار واحد اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید نسبت به داده‌های اولیه چگونه است؟

(۲) ۰/۰۵ کاهش می‌یابد.

(۱) ۰/۱ کاهش می‌یابد.

(۴) ۰/۰۵ افزایش می‌یابد.

(۳) ۰/۱ افزایش می‌یابد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۴

ضریب تغییرات ۳۰ داده آماری برابر با $\frac{3}{6}$ است. اگر سه برابر میانگین این داده‌ها را به همه آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چقدر خواهد شد؟

(۲) $10/8$

(۱) $1/2$

(۴) $0/9$

(۳) $14/4$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۵

انحراف معیار ۱۱ داده آماری برابر با ۳ است. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آن‌ها حذف شود، واریانس ۱۰ داده باقی‌مانده کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) $9/9$

(۲) $9/5$

(۱) ۹



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۷ زمان دار

آکادمی کوچینگ
تحصیلی منصور رخشان

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۸%

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

برای راحتی کار از متمم استفاده می‌کنیم. یعنی احتمال عدم موفقیت علی‌رضا را حساب کنیم و از یک کم کنیم:

$$P(A') = \left(1 - \frac{7}{10}\right)\left(1 - \frac{4}{10}\right) = \frac{3}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{18}{100}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{18}{100} = \frac{82}{100}$$

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۲%

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

فرض کنیم کلاس B دارای x دانش‌آموز است، پس تعداد دانش‌آموزان کلاس A برابر ۲x خواهد بود. روی هم ۳x دانش‌آموز داریم:

$$\text{تعداد دانش‌آموزان ثبت‌نام‌کننده والیبال کلاس A} = \frac{30}{100} \times 2x = \frac{6x}{10}$$

$$\text{تعداد دانش‌آموزان ثبت‌نام‌کننده والیبال کلاس B} = \frac{70}{100} \times x = \frac{7x}{10}$$

$$P(B|\text{والیبال}) = \frac{P(B \cap \text{والیبال})}{P(\text{والیبال})} = \frac{\frac{7x}{100}}{\frac{6x}{100} + \frac{7x}{100}} = \frac{7}{13} = \frac{7}{13}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۲% قلمچی ۱۳۹۵

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

پیشامد B را نوشته و با مشخص کردن حالت‌های مطلوب (که زیر آن‌ها خط کشیده‌ایم)، $P(A|B)$ را به دست می‌آوریم:

گزینه ۱ «۱»:

$$B = \{\underline{(1, 1)}, \underline{(1, 2)}, \underline{(2, 1)}\} \Rightarrow P(A|B) = \frac{3}{3} = 1$$

گزینه ۲ «۲»:

$$B = \{\underline{(1, 3)}, \underline{(2, 2)}, \underline{(3, 1)}\} \Rightarrow P(A|B) = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ «۳»:

$$B = \{\underline{(5, 6)}, \underline{(6, 5)}, \underline{(6, 6)}\} \Rightarrow P(A|B) = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ «۴»:

$$B = \{\underline{(4, 6)}, \underline{(5, 5)}, \underline{(6, 4)}\} \Rightarrow P(A|B) = \frac{1}{3}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۲% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه ۴ «۴»

$$P(A|B) = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{5}P(B) \quad (*)$$

$$P(B'|A) = \frac{P(B' \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{13}{14}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{P(A) - \frac{3}{5}P(B)}{P(A)} = \frac{13}{14} \Rightarrow 14P(A) - 6P(B) = 13P(A)$$

$$\Rightarrow P(A) = 6P(B)$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

P(B) : احتمال ازدواج پسر تا ۵ سال دیگر

P(G) : احتمال ازدواج دختر تا ۵ سال دیگر

اول احتمال اشتراک را حساب کنیم:

$$P(G|B) = \frac{P(G \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{P(G \cap B)}{\frac{1}{4}} \Rightarrow P(G \cap B) = \frac{1}{8}$$

حال احتمال این که حداقل یکی از آنها تا ۵ سال دیگر ازدواج کند را به دست می آوریم:

$$P(G \cup B) = P(B) + P(G) - P(B \cap G)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{6+8-3}{24} = \frac{11}{24}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۵

گزینه های دام دار ۴

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

A: هر دو فرزند دختر باشند. B: حداکثر یک فرزند پسر باشد.

با تعریف های بالا، P(A|B) مورد نظر سوال است. از آن جا که A ⊂ B، داریم: A ∩ B = A، پس:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{1 - P(B')} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{8}{9}} = \frac{1}{2} = ۰/۵$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

چون تفاضل دو عدد رو شده، عددی اول نیست، بنابراین تفاضل دو عدد رو شده یکی از اعداد صفر، ۱ و ۴ است. در نتیجه:

تفاضل صفر:

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

تفاضل ۱:

$$B = \{(6, 5), (5, 6), (5, 4), (4, 5), (4, 3), (3, 4), (3, 2), (2, 3), (2, 1), (1, 2)\}$$

تفاضل ۴:

$$C = \{(6, 2), (2, 6), (5, 1), (1, 5)\}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow P(B) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $A \cap B' = A - B$ و $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ ، همچنین $P(B') = 1 - P(B)$ ، پس:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad (*)$$

طبق فرض $P(A|B') = 0/4$ و $P(B) = 0/3$ ، بنابراین از (*) نتیجه می‌شود:

$$0/4 = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - 0/3} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0/28 \quad (**)$$

از طرفی $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ، پس اگر به طرفین تساوی (**), $P(B)$ را اضافه کنیم، نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} P(A) + P(B) - P(A \cap B) &= 0/28 + P(B) \\ \Rightarrow P(A \cup B) &= 0/28 + 0/3 = 0/58 \end{aligned}$$

ساده درصد پاسخگویی ۶۲% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر فرد بودن دو عدد را پیشامد A و ۶ شدن مجموع دو عدد را پیشامد B در نظر بگیریم، خواسته مسأله $P(A|B)$ می‌باشد.

فضای نمونه‌ای جدید (مجموع ۶ شدن) عبارت است از:

$$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\}$$

در این فضای نمونه‌ای، پیشامد فرد بودن دو تاس رو شده به صورت زیر است:

$$A \cap B = \{(1, 5), (5, 1), (3, 3)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{5} = 0.6$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۷% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

همان‌طور که می‌دانیم عدد تاس و عدد کارت خارج شده پیشامدهای مستقلی نسبت به یکدیگر هستند و از طرفی حاصل ضرب دو عدد هنگامی زوج خواهد بود که حداقل یکی از اعداد زوج باشد. بنابراین:

$$P(\text{هر دو عدد فرد}) = 1 - P(\text{حاصل ضرب دو عدد زوج})$$

$$P(\text{عدد کارت خارج شده فرد})P(\text{عدد تاس فرد}) = 1 - P(\text{حاصل ضرب دو عدد زوج})$$

$$P(\text{حاصل ضرب دو عدد زوج}) = 1 - \frac{1}{4} \times \frac{6}{11} = 1 - \frac{6}{22} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11}$$

گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۹% دشوار

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول: با توجه به سوال باید $P(A|B)$ را حل کنیم:

دو نفر در روز شنبه متولد شده باشند : A

هر سه در یک روز متولد نشده باشند : B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\binom{3}{2} \left(\frac{1}{7}\right)^2 \left(\frac{6}{7}\right)^1}{1 - \frac{1}{7^3}}$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{3 \times \frac{1}{49} \times \frac{6}{7}}{1 - \frac{1}{49}} = \frac{\frac{18}{343}}{\frac{48}{49}} = \frac{18}{48 \times 7} = \frac{3}{8 \times 7} = \frac{3}{56}$$

راه حل دوم: تعداد کل حالات فضای نمونه‌ای برابر $7^3 - 7$ است (تعداد حالاتی که هر سه در یک روز متولد شده باشند (۷ حالت) را از 7^3 کم می‌کنیم). از طرفی تعداد حالاتی که دو نفر از سه نفر در روز شنبه متولد شده باشند برابر است با:

$$n(A) = \binom{3}{2} \times (1) \times 6 \rightarrow (\text{نفر سوم در ۶ روز باقی‌مانده متولد شده باشد.})$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{3}{2} \times 6}{7^3 - 7} = \frac{3}{56}$$

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۶% دشوار

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

در واقع ۱۳ حرف A، ۷ حرف B داریم. از این ۱۳ حرف A، ۶ حرف متعلق به سکه‌های دورو A، ۷ حرف متعلق به سکه‌ها تک رو A می‌باشد. پس برای این که سکه دورو A باشد، داریم:

$$\text{احتمال خواسته شده} = \frac{\text{حروف دورو} \rightarrow 6}{\text{تمام حروف} \rightarrow 13}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۴% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$P(A) = 0.2 \quad P(B) = 0.1 \quad P(A \cup B) = 0.25$$

ابتدا احتمال اشتراک را به دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.25 = 0.2 + 0.1 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.05$$

خواسته مسئله احتمال واکنش ندادن ماده B (B') به شرط واکنش دادن ماده A است:

$$\begin{aligned} P(B'|A) &= \frac{P(B' \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A-B)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2 - 0.05}{0.2} = \frac{0.15}{0.2} = 0.75 \end{aligned}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۳۹۶ گزینه های دام دار ۲

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

اگر مجموع شماره‌ها زوج باشد باید هر دو زوج و یا هر دو فرد باشند، پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$P = \frac{3 \times 3}{(3 \times 3) + (3 \times 3)} = \frac{1}{2}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۴% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

احتمال این که فقط A به هدف بزند $P(A \cap B')$ و احتمال اینکه فقط B به هدف بزند $P(B \cap A')$ است و چون پیشامدهای A و B مستقلاند داریم:

$$\frac{P(B \cap A')}{P(A \cap B')} = \frac{P(B) \times P(A')}{P(A) \times P(B')} = \frac{\frac{3}{4} \times (1 - \frac{1}{3})}{\frac{1}{3} \times (1 - \frac{3}{4})} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} = 6$$

سوال ۱۶

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۳ درصد پاسخگویی ۳۳% متوسط

پاسخ: گزینه ۳

احتمال آن که در پرتاب اول هر دو تاس فرد باشند (P_1) برابر است با:

$$P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

احتمال آن که در پرتاب اول هر دو تاس همزمان فرد نباشند ولی در پرتاب دوم هر دو تاس فرد باشند (P_2) برابر است با:

$$P_2 = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

احتمال مورد نظر برابر است با: $P = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$

سوال ۱۷

ساده قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۴۶%

پاسخ: گزینه ۲

اگر A و B دو پیشامد ناتهی در فضای نمونه‌ای S باشند، داریم:

$$\frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{\frac{P(A \cap B)}{P(A)}} = \frac{P(A)}{P(B)} \Rightarrow \frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{P(A)}{P(B)}$$

پس در این سؤال: $\frac{0/6}{0/3} = \frac{0/3}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{0/3 \times 0/3}{0/6} = 0/15$

سوال ۱۸

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۲۵%

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

و A و B دو پیشامد مستقل‌اند، پس داریم:

$$P(A - B) = P(A \cap B) \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A) = 2P(A \cap B) \Rightarrow P(A) = 2 \times P(A) \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را می‌یابیم:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{P(A)=2P(A \cap B)} P(B) = \frac{1}{2} = 0/5$$

سوال ۱۹

گزینه های دام دار ۳ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۵۵% ساده

پاسخ: گزینه ۴

$$P(\text{اولی آبی و دومی قرمز}) = \frac{4}{11} \times \frac{2}{10} = \frac{4}{55}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون A و B دو پیشامد مستقل هستند، پس A' و B' نیز مستقل هستند.

$$\begin{aligned} P(B) &= 1 - P(B') = 0.6 \\ \Rightarrow 0.6 &= 3P(A') \Rightarrow P(A') = 0.2 \\ P(A' \cap B') &= P(A') \times P(B') = 0.4 \times 0.2 = 0.08 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B)' &= P(A' \cup B') \\ &= P(A') + P(B') - P(A' \cap B') \\ &= 0.2 + 0.4 - 0.08 = 0.52 \end{aligned}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۲% قلمچی ۱۳۹۳

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۱

اگر b بزرگترین و a کوچکترین داده باشد، داریم:

همه‌ی داده‌ها با هم برابرند $R = 0 \Rightarrow b - a = 0 \Rightarrow$

$$x_1 + \dots + x_{10} = 60 \Rightarrow x_i = \frac{60}{10} = 6 \quad (i = 1, \dots, 10)$$

چون همه‌ی داده‌ها برابر ۶ هستند پس میانه نیز همان ۶ است.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

متوسط درصد پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

میانگین و انحراف معیار جدید بر حسب میانگین و انحراف معیار قدیم به صورت زیر به دست می‌آیند: $\bar{x}' = 8\bar{x} - 16$

$$\sigma' = 8\sigma$$

ضریب تغییرات ۲۰ درصد افزایش داشته، پس $1/2$ برابر شده است:

$$\begin{aligned} \frac{CV'}{CV} &= 1/2 \Rightarrow \frac{\frac{\sigma'}{\bar{x}'}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = 1/2 \Rightarrow \frac{8\sigma}{8\bar{x} - 16} = 1/2 \\ \Rightarrow \frac{8\bar{x}}{8\bar{x} - 16} &= 1/2 \Rightarrow \frac{\bar{x}}{\bar{x} - 2} = 1/2 \Rightarrow \bar{x} = 1/2\bar{x} - 2/4 \\ \Rightarrow 0.2\bar{x} &= 2/4 \Rightarrow \bar{x} = 12 \Rightarrow \bar{x}' = 8(12) - 16 = 80 \end{aligned}$$

$$\text{مجموع داده‌های جدید} = 80 \times 40 = 3200$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۳% قلمچی ۱۳۹۳

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{X} = \frac{۶۰+۷۰+۸۰+۱۱۰+X}{۵} = \frac{۳۲۰+X}{۵}$$

مد $X =$ مد منحصر به فرد است.

$\bar{X} = X$ \Rightarrow میانگین با مد برابر است.

$$X = \frac{۳۲۰+X}{۵} \Rightarrow ۵X = ۳۲۰ + X \Rightarrow X = ۸۰$$

دشوار قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

احتمال هم‌رنگ بودن هر سه مهره در صورتی که بدانیم هیچ کدام قرمز نیست برابر است با:

$$P(A_1) = \frac{\binom{۳}{۳} + \binom{۴}{۳}}{\binom{۷}{۳}} = \frac{۵}{۳۵} = \frac{۱}{۷}$$

احتمال هم‌رنگ بودن هر سه مهره بدون دانسته قبلی برابر است با:

$$P(A_2) = \frac{\binom{۳}{۳} + \binom{۴}{۳} + \binom{۳}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۶}{۱۲۰} = \frac{۱}{۲۰}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A_1)}{P(A_2)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{20}} = \frac{20}{7}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۶% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۱

میانۀ در داده‌های ۱, ۲, ..., ۳۰ برابر ۱۵/۵ است. حال میانۀ داده‌های ۱, ۲, ..., ۱۵ برابر ۸ است، پس باید واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ را

حساب کنیم: $\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+4+1+0+1+4+9}{7} = 4$$

سوال ۲۶

گزینه های دام دار ۲ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۱۵% | دشوار

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

در داده آماری میانه بین داده‌های دهم و یازدهم است. Q_1 بین داده‌های پنجم و ششم و Q_3 بین داده‌های پانزدهم و شانزدهم قرار دارد.

$$\begin{array}{cccccccccccc} x_1 & x_2 & & x_5 & & x_6 & x_{15} & & x_{16} & & x_{17} & x_{20} \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & & & & 37 & 38 & 39 & 40 & 41 \\ & & & & \downarrow & & \downarrow & & & & & & \\ & & & & Q_1=15 & & Q_3=36 & & & & & & \end{array}$$

پس با توجه به متمایز بودن داده‌های آماری، برای اینکه کمترین مقدار دامنه تغییرات به دست آید، مقادیر داده‌های دو دنباله باید ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰ و ۴۱ در راست و ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳ و ۱۴ در چپ باشند و حداقل دامنه تغییرات می‌شود: $41 - 10 = 31$

سوال ۲۷

قلمچی ۱۳۹۳ | درصد پاسخگویی ۱۸% | متوسط

پاسخ: گزینه ۱

فرض کنید $a = 1 + 2 + \dots + 100$ ، در این صورت:

$$\bar{X}_1 = \frac{1+(1+2+\dots+100)}{101} = \frac{1+a}{101}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{(1+2+\dots+100)+100}{101} = \frac{a+100}{101}$$

$$\bar{X}_2 - \bar{X}_1 = \frac{a+100}{101} - \frac{1+a}{101} = \frac{100-1}{101} = \frac{99}{101}$$

سوال ۲۸

قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۳۰% | متوسط

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\bar{X} = \frac{17 + 9 + 10}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

میانگین اعداد ۱۰، ۹، ۱۷ نیز برابر ۱۲ است. پس با حذف آن‌ها، میانگین ۱۰ داده باقیمانده، ۱۲ خواهد بود.

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2}{13} = 20$$

پس حاصل جمع $(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2$ برابر است با:

$$13 \times 20 = 260$$

واریانس جدید پس از حذف ۳ داده، به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{10} - 12)^2}{10} \\ &= \frac{260 - (17 - 12)^2 - (9 - 12)^2 - (10 - 12)^2}{10} = \frac{260 - 25 - 9 - 4}{10} \\ &= \frac{222}{10} = 22.2 \end{aligned}$$

سوال ۲۹

ساده

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با نصف کردن داده‌ها، میانگین آن‌ها نیز نصف می‌شود.

$$\bar{X}_2 = \frac{24}{2} = 12$$

به اندازه نصف میانگین جدید (یعنی ۶ واحد) به همه داده‌ها اضافه می‌کنیم، پس به میانگین ۶ واحد اضافه می‌شود.

$$\bar{X}_3 = 12 + 6 = 18$$

با کاستن ۲ واحد از تمام داده‌ها، ۲ واحد نیز از میانگین کم می‌شود.

$$\bar{X}_4 = 18 - 2 = 16$$

سوال ۳۰

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

به ازای قدرنسبت ۲-، جملات یک‌درمیان مثبت و منفی می‌شوند و بیشترین پراکندگی به وجود می‌آید، در نتیجه جواب، ۲- است و بیشترین پراکندگی در بین گزینه‌ها، به ازای این مقدار به وجود می‌آید.

سوال ۳۱

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

تنها حالتی که با سه برابر کردن داده‌ها، انحراف معیار ثابت می‌ماند، این است که انحراف معیار برابر صفر باشد. یعنی تمام داده‌ها با هم برابرند. پس تمامی داده‌های جدید برابر ۲۱ هستند. در نتیجه $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 21$ است.

پس حاصل عبارت $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$ برابر صفر خواهد شد.

دشوار درصد پاسخگویی ۱۱% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۴

$$|x_i - \bar{x}| = ۲, ۲, ۲, ۳, ۳$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2}{5}$$

$$= \frac{(۲)^2 + (۲)^2 + (۲)^2 + (۳)^2 + (۳)^2}{5} = \frac{۳۰}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = ۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۶}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_5}{5} = \frac{۱۵}{5} = ۳$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۶}}{۳} = \sqrt{\frac{۶}{۹}} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۳% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۲

نکته «۱»: اگر هر یک از داده‌های آماری را در مقدار ثابت ضرب کنیم و یا با همان مقدار ثابت جمع کنیم، میانگین آن‌ها نیز در همان مقدار ثابت ضرب و یا با همان مقدار ثابت جمع می‌شود.

نکته «۲»: اگر هر یک از داده‌های آماری را در a ضرب کنیم، انحراف معیار آن‌ها در $|a|$ ضرب می‌شود.

حال اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های جدید را به ترتیب به صورت \bar{x}_2 و σ_2 نشان دهیم، داریم:

$$\sigma_1^2 = ۴ \Rightarrow \sigma_1 = ۲$$

$$\bar{x}_2 = ۲\bar{x}_1 + ۴ = ۲(۸) + ۴ = ۲۰$$

$$\sigma_2 = ۲\sigma_1 = ۲(۲) = ۴$$

$$\Rightarrow CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{۲}{۸} = ۰/۲۵$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{۴}{۲۰} = ۰/۲$$

$$CV_2 - CV_1 = ۰/۲ - ۰/۲۵ = -۰/۰۵$$

بنابراین ضریب تغییرات ۰/۰۵ کاهش می‌یابد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ضریب تغییرات، حاصل تقسیم انحراف معیار بر میانگین است. یعنی:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = 3/6$$

نکته: می‌دانیم اگر همه داده‌ها را با عدد ثابت a جمع کنیم، میانگین نیز با a جمع خواهد شد، اما انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

طبق نکته بالا، ۳ برابر میانگین به میانگین اضافه می‌شود اما انحراف معیار ثابت می‌ماند.

$$\bar{x}_2 = \bar{x}_1 + 3\bar{x}_1 = 4\bar{x}_1 \quad \sigma_2 = \sigma_1$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{\sigma_1}{4\bar{x}_1} = \frac{1}{4} \times \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{1}{4} \times 3/6 = 0/9$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۳

واریانس داده‌ها برابر با $9 = 3^2$ است. با توجه به آن که یکی از داده‌ها برابر میانگین (\bar{x}) است، پس ۱۱ داده به صورت $\bar{x}, x_1, x_2, \dots, x_{10}$ هستند. اگر داده برابر با میانگین را حذف کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند. اگر واریانس ۱۱ داده اولیه را حساب کنیم، داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{11} = 9$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2$$

$$= 9 \times 11 = 99$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 = 99$$

حال واریانس ۱۰ داده باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2}{10} = \frac{99}{10} = 9/9$$