



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۱ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۹%

①

اگر  $A(-2, 6)$  یک رأس مربع و یک ضلع مربع روی خط  $x + y = 6$  باشد طول قطر مربع کدام است؟ $\sqrt{2}$  (۴) $2\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۴۶%

②

عرض از مبدأ خطی که بر خط  $2y - 3x + 1 = 0$  عمود است و از نقطه‌ای به طول ۲ روی خط  $y + 2x = 3$  می‌گذرد، کدام است؟ $-\frac{2}{3}$  (۲) $-3$  (۴) $\frac{3}{2}$  (۱) $\frac{1}{3}$  (۳)

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۶%

③

معادله یکی از خطوطی که بر خط به معادله  $3x + 4y + 3 = 0$  عمود بوده و فاصله مبدأ مختصات از آن برابر  $\frac{2}{5}$  باشد، کدام است؟ $3y + 4x - 2 = 0$  (۲) $4x - 3y + 3 = 0$  (۴) $3y$  (۱) $4x - 3y - 3 = 0$  (۳)

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۶%

④

خط به معادله  $mx + ny = 4$  عمود منصف پاره خط  $AB$  است. اگر  $A(3, -3)$  و  $B(-5, 1)$  باشند، حاصل  $\frac{m}{n} + n$  کدام است؟

۸ (۴)

صفر (۳)

۴ (۲)

 $-4$  (۱)

متوسط گزینه های دام دار ۱ قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۵%

⑤

اگر  $A(2, 2)$ ،  $B(6, 2)$  و  $C(10, 8)$  سه رأس یک متوازی الاضلاع باشند، کدام نقطه محل تقاطع قطرهای این متوازی الاضلاع نمی‌تواند باشد؟ $(6, 4)$  (۴) $(8, 5)$  (۳) $(6, 5)$  (۲) $(4, 2)$  (۱)

دشواری گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۱۴%

⑥

دو ضلع مستطیل  $ABCD$  روی نمودار تابع  $y = |x - 1|$  قرار دارد. اگر مختصات رأس  $A$  به صورت  $A(2, 2)$  باشد، مساحت این مستطیل کدام است؟ $\frac{5}{2}$  (۲)

۱ (۴)

 $\frac{3}{2}$  (۱)

۲ (۳)

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۹%

⑦

دو نقطه  $A(m-1, 2)$  و  $B(3, m+4)$  نسبت به خط  $d: x + y = 5$  قرینه‌اند.  $m$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ساده قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۶۲%

⑧

معادله‌ی خطی که محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع کرده و بر خط  $2x + 3y = -1$  عمود باشد، کدام است؟ $2y = 3x + 9$  (۱) $2y + 3x = 9$  (۲) $3y = 2x + 6$  (۳) $y - 3x = 2$  (۴)

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۸%

۹

در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) به رؤس  $B(1,2)$  و  $C(-3,2)$  و مساحت ۴ واحد مربع، مجموع طول و عرض نقطه  $A$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) -۵ (۳) -۳ (۴) -۱

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۷۱%

۱۰

معادله خطی که از نقطه  $(2,3)$  می‌گذرد و بر خط  $2x + 3y = 1$  عمود است، کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{3}{2}x$  (۲)  $y = \frac{3}{2}x + 6$   
(۳)  $y = -\frac{3}{2}x + 6$  (۴)  $y = -\frac{2}{3}x + 1$

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۱۱

دو ضلع مربعی منطبق بر دو خط  $2x - 2y = 3$  و  $y = x + 1$  است. مساحت این مربع را به دست آورید.

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۱۲

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x - 4 = 0$  باشند، معادله‌ی درجه دومی را بیابید که  $\frac{1}{\alpha}$  و  $\frac{1}{\beta}$  ریشه‌های آن باشند.

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۴%

۱۳

معادله درجه دومی که جواب‌های آن مربع جواب‌های معادله  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$  باشند، به صورت  $x^2 + ax + b = 0$  است. حاصل  $a + b$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) -۹ (۳) ۹ (۴) -۱

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

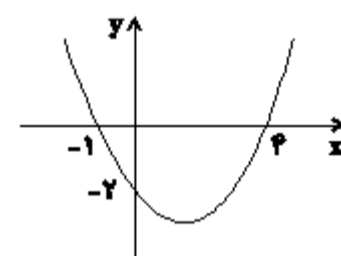
۱۴

معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش سه برابر ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - x - 1 = 0$  باشد.

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۱%

۱۵

نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به شکل زیر است. مقدار  $f(-2)$  کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

دشوار قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۷%

۱۶

حاصل جمع ریشه‌های معادله  $x^3 + 3x^2 + (a - 3)x - 1 = a$  با شرط  $(a < -1)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۳

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۱%

۱۷

نمودار تابع با ضابطه  $y = x^2 - 3x - 10$  را حداقل چند واحد به طرف  $x$  های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور  $x$  ها غیرمنفی باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۳

ساده ۵۰٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۹ قلمچی

۱۸

در معادله درجه دوم  $x^2 - (2a+3)x + 1 - a^2 = 0$ ، اگر مجموع ریشه‌ها برابر ۷ باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

-۳ (۳)

دشوار ۱۰٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۱۹

اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های حقیقی معادله  $x^2 + ax + 1 = 0$  باشند و  $a$  یک عدد حقیقی باشد، در حالت کلی، ریشه‌های کدام معادله زیر برابر  $x_1^2 + 1$  و  $x_2^2 + 1$  خواهد بود؟

$$x^2 - a^2x + a = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - a^2x - a^2 = 0 \quad (۱)$$

$$x^2 - a^2x + a^2 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 - ax - a = 0 \quad (۳)$$

متوسط ۱۷٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۲۰

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 5x + a = 0$  باشند؛ به طوری که  $|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = 1$ ، آنگاه نمودار تابع  $y = ax^2 - 2ax + 1$  از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

متوسط ۱۶٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۲۱

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 - 6x + 2 = 0$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت  $\{\frac{\beta}{\alpha} + 1, \frac{\alpha}{\beta} + 1\}$  خواهد بود؟

$$x^2 + 12x + 12 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 + 9x + 9 = 0 \quad (۱)$$

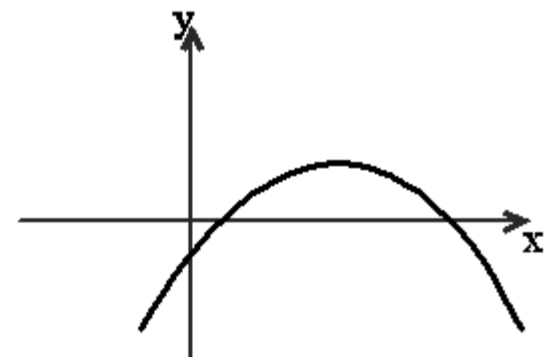
$$x^2 - 12x + 12 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 - 9x + 9 = 0 \quad (۳)$$

متوسط ۲۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۲۲

نمودار سهمی  $y = mx^2 + 8x - 2$  به صورت زیر است.  $m$  چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟



۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۲۳

محیط مستطیلی ۱۰۰ متر است. طول و عرض آن را طوری بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم شود.

متوسط ۱۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

۲۴

معادله  $x + \frac{f}{x} - 1 = 3\sqrt{x + \frac{f}{x} - 3}$  چند جواب حقیقی دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۴%

۲۵

دو کارگر A و B کاری را با هم در ۶ روز به اتمام می‌رسانند. اگر به صورت انفرادی آن کار را انجام دهند، کارگر B از کارگر A ۵ روز بیشتر کار می‌کند، برای انجام کار به تنهایی، کارگر B چند روز باید کار کند؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۳%

۲۶

جواب بزرگتر معادله  $\frac{x^2+x}{x^2+x+4} + \frac{2}{x^2+x+1} = 1$  کدام است؟

 $\sqrt{3}$  (۴)

۲ (۳)

 $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

۱ (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۱%

۲۷

تعداد جواب‌های معادله  $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x^2-6x}$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۲۲% گزینه های دام دار ۲

۲۸

معادله  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} = \frac{3x^2}{x^2+x-2}$  چند ریشه دارد؟

یک (۲)

صفر (۱)

سه (۴)

دو (۳)

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۱%

۲۹

اگر  $x=1$  یکی از جواب‌های معادله  $\sqrt{3x+a} - \sqrt{2-x} = 1$  باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

جواب دیگری ندارد. (۴)

 $\frac{3}{16}$  (۳) $-\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۵%

۳۰

در یک استخر، سه نوع شیر A، B و C برای پرکردن آب استخر وجود دارد. اگر هر سه شیر با هم باز باشند، استخر در ۲ ساعت و اگر فقط شیر A و B باز باشند و شیر C بسته باشد، استخر در ۶ ساعت پر می‌شود. شیر C به تنهایی استخر را در چند ساعت پر می‌کند؟

۹ ساعت (۴)

۳ ساعت (۳)

۶ ساعت (۲)

۴ ساعت (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۵%

۳۱

$x=1$  جواب معادله  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} = \frac{a}{4x}$  است. جواب دیگر آن کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

جواب دیگری ندارد. (۴)

-۱ (۳)

 $\frac{3}{2}$  (۲)

۲ (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۲۰% گزینه های دام دار ۱

۳۲

معادله  $\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 3$  چند جواب دارد؟

یک (۲)

هیچ (۱)

سه (۴)

دو (۳)

دشوار قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۸% گزینه های دام دار ۱

۳۳

به ازای چند مقدار m، معادله  $\frac{m-3}{x} = \frac{x-4}{x^2+3x}$  فاقد جواب حقیقی است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۴%

۳۴

حاصل ضرب جواب‌های معادله  $\sqrt{6x^2 - 12x + 3} - \sqrt{2x^2 - 4x + 2} = 1$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

متوسط

خارج از کشور ۱۳۹۸

۳۵

اگر  $2a + \sqrt{3a+16} = 1$  باشد، عدد  $4a+9$ ، کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۱ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

متوسط درصدهای پاسخگویی ۲۹% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

نقطه A روی خط  $x + y = 6$  قرار ندارد. بنابراین فاصله نقطه A تا خط  $x + y = 6$  برابر طول ضلع مربع است.

$$a = \frac{|-2+6-6|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{قطر مربع} = a\sqrt{2} \xrightarrow{a=\sqrt{2}} \text{قطر مربع} = 2$$

ساده درصدهای پاسخگویی ۴۶% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

$$\xrightarrow{x=2} y+4=3 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow \text{نقطه مورد نظر } (2, -1)$$

$$2y - 3x + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب خط } m = \frac{3}{2}$$

در نتیجه شیب خط مورد نظر برابر قرینه معکوس  $\frac{3}{2}$  یعنی  $-\frac{2}{3}$  است. بنابراین معادله خط مورد نظر برابر است با:  $y + 1 = -\frac{2}{3}(x - 2)$ 

$$\xrightarrow{x=0} y+1 = -\frac{2}{3} \times (0 - 2) \Rightarrow y = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

متوسط درصدهای پاسخگویی ۱۶% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

$$3x + 4y + 3 = 0 \Rightarrow 4y = -3x - 3 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$$

شیب خط برابر  $-\frac{3}{4}$  است و شیب خطی که بر این خط عمود باشد به صورت زیر به دست می آید:

$$m \times m' = -1 \Rightarrow \left(-\frac{3}{4}\right) \times m' = -1$$

$$\Rightarrow m' = \frac{4}{3} \xrightarrow{y=m'x+b'} y = \frac{4}{3}x + b'$$

$$\Rightarrow 3y - 4x - b = 0, O(0,0) \Rightarrow d = \frac{|3(0) - 4(0) - b|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-b|}{5}$$

$$\xrightarrow{d=\frac{2}{5}} \frac{|-b|}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow |-b| = 2 \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} 3y - 4x - 2 = 0 \\ 3y - 4x + 2 = 0 \end{cases}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۶% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

عمود منصف AB از وسط AB می‌گذرد و بر AB عمود است. بنابراین:

$$S \Rightarrow S\left(\frac{3+(-5)}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) = (-1, -1)$$

خط  $mx + ny = 4$  از S می‌گذرد پس:

$$m(-1) + n(-1) = 4 \Rightarrow m + n = -4 \quad (1)$$

$$2 = \text{شیب خط عمود} \Rightarrow -\frac{1}{p} = \frac{1-(-3)}{-5-3} = \frac{1-(-3)}{-5-3}$$

از طرفی شیب خط  $mx + ny = 4$  برابر  $-\frac{m}{n}$  است، پس:

$$-\frac{m}{n} = 2 \Rightarrow m = -2n \quad (2)$$

با جای‌گذاری (2) در (1) داریم:

$$m + n = -4 \xrightarrow{m=-2n} -2n + n = -4 \Rightarrow n = 4, m = -8$$

$$-4 + 4 = 0 \quad \text{پس } n + \frac{m}{2} \text{ برابر است با:}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۵% قلمچی ۱۳۹۹ گزینه های دام دار ۱

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به محل‌های مختلف قرارگیری رأس چهارم متوازی‌الاضلاع هر دو نقطه از ۳ نقطه A, B و C می‌توانند یکی از دو قطر متوازی‌الاضلاع را تشکیل دهد. در نتیجه وسط آن‌ها محل تقاطع قطرها خواهد بود. اگر D, E و F را به ترتیب وسط AB, AC و BC در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$D = \begin{cases} \frac{2+6}{2} = 4 \\ \frac{2+2}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow D(4, 2)$$

$$E = \begin{cases} \frac{2+10}{2} = 6 \\ \frac{2+8}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow E(6, 5)$$

$$F = \begin{cases} \frac{6+10}{2} = 8 \\ \frac{2+8}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow F(8, 5)$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۹ گزینه های دام دار ۲

سوال ۶

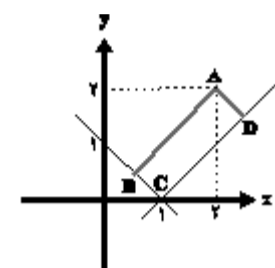
پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ضابطه های تابع  $y = |x - 1|$  را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$y = |x - 1| = \begin{cases} -x + 1; x < 1 \\ x - 1; x \geq 1 \end{cases}$$

که نمودار آن به همراه نقطه A در شکل زیر رسم شده است:



واضح است که طول اضلاع مستطیل برابر است با فاصله نقطه A از شاخه های نمودار تابع  $y = |x - 1|$ . پس داریم:

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot AD = \frac{۳}{۲} \begin{cases} AB = \frac{|۲ + ۲ - ۱|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{۳}{\sqrt{۲}} \\ AD = \frac{|۲ - ۲ + ۱|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \end{cases}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۹% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

نقطه وسط پاره خط AB روی خط  $y + x = ۵$  قرار دارد. اگر این نقطه را M بنامیم، داریم:

$$M = \frac{A+B}{۲} \Rightarrow M\left(\frac{m-۱+۳}{۲}, \frac{۲+m+۴}{۲}\right) = \left(\frac{m+۲}{۲}, \frac{m+۶}{۲}\right)$$

$$M \in d \Rightarrow \frac{m+۲}{۲} + \frac{m+۶}{۲} = ۵ \Rightarrow ۲m + ۸ = ۱۰ \Rightarrow m = ۱$$



ساده درصد پاسخگویی ۶۲% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

مختصات نقطه‌ای به طول ۳- روی محور طول‌ها  $(-۳, ۰)$  است.

$$۲x + ۳y = -۱ \Rightarrow ۳y = -۲x - ۱$$

$$\Rightarrow y = -\frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۳} \Rightarrow m = -\frac{۲}{۳}$$

شیب خط مورد نظر (خط عمود) برابر است با:

$$m' = \frac{-۱}{-\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \text{معادله ی خط مورد نظر: } y - ۰ = \frac{۳}{۲}(x - (-۳))$$

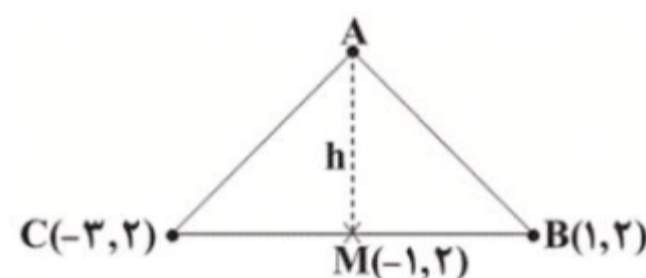
$$\Rightarrow y = \frac{۳}{۲}x + \frac{۹}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲y = ۳x + ۹$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۸% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴



شکل فرضی فوق را در نظر بگیرید. با توجه به هم‌عرض بودن نقاط B و C، مختصات نقطه M وسط پاره‌خط BC به صورت  $(\frac{-۳+۱}{۲}, ۲)$  است. از آن‌جا که مثلث متساوی‌الساقین است، قطعاً نقطه A در راستای عمودی نقطه M و به فاصله h (ارتفاع مثلث) از آن خواهد بود. یعنی:

$$A(-۱, ۲ - h) \text{ یا } A(-۱, ۲ + h)$$

حال دقت کنید که مساحت مثلث ۴ واحد مربع و طول قاعده آن (BC) هم ۴ واحد است. پس:  $S = \frac{۴ \times h}{۲} \xrightarrow{S=۴} h = ۲$

لذا مختصات نقطه A به صورت  $(-۱, ۴)$  یا  $(-۱, ۰)$  است. یعنی مجموع طول و عرض نقطه A برابر با  $-۱ + ۴ = ۳$  یا  $-۱ + ۰ = -۱$  است.

ساده درصد پاسخگویی ۷۱% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$۲x + ۳y = ۱ \Rightarrow ۳y = -۲x + ۱ \Rightarrow y = -\frac{۲}{۳}x + \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow m = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow \text{شیب خط عمود } m' = \frac{۳}{۲}$$

$$y - ۳ = \frac{۳}{۲}(x - ۲) \Rightarrow y = \frac{۳}{۲}x$$

متوسط

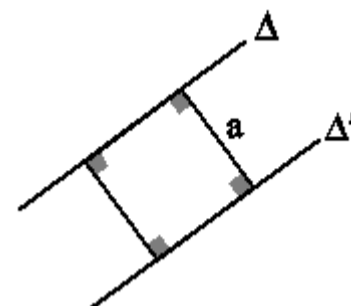
سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

شیب دو خط  $2x - 2y = 3$  و  $y = x + 1$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 3 \Rightarrow y = x - \frac{3}{2} \Rightarrow m_1 = 1 \\ y = x + 1 \Rightarrow m_2 = 1 \end{cases}$$

دو خط موازی‌اند زیرا  $m_1 = m_2$ .

با توجه به شکل فرضی مقابل، طول ضلع مربع برابر است با فاصله‌ی دو خط موازی.

برای به دست آوردن فاصله‌ی دو خط موازی کافی است یک نقطه‌ی دلخواه روی یکی از خطوط در نظر گرفته و فاصله‌ی آن را از خط دیگر بیابیم. بنابراین نقطه‌ی  $(1, 0)$  را روی خط  $y = x + 1$  در نظر می‌گیریم و فاصله‌ی آن را از خط  $2x - 2y - 3 = 0$  می‌یابیم:

$$\text{طول ضلع مربع} : a = \frac{|2 \times (0) - 2 \times 1 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{8}}$$

$$\text{مساحت مربع} : a^2 = \left(\frac{5}{\sqrt{8}}\right)^2 = \frac{25}{8}$$

متوسط

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

 $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x - 4 = 0$  هستند، بنابراین:

$$2x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

 $\frac{1}{\alpha}$  و  $\frac{1}{\beta}$  ریشه‌های معادله‌ی مورد نظرند. با یافتن مجموع و حاصلضرب ریشه‌ها، معادله را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{3}{2}}{-2} = \frac{-3}{4} \\ P = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - \left(\frac{-3}{4}\right)x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 2 = 0$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا معادله  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$  را حل می‌کنیم.

$$(x^3 - x) + (-2x^2 + 2) = x(x^2 - 1) - 2(x^2 - 1)$$

$$= (x^2 - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1, x = 2$$

حالت‌های زیر برای معادله درجه دوم داده شده امکان‌پذیر است:

الف) معادله دو جواب متمایز ۱ و ۴ را داشته باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -S = -5 \\ b = P = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

ب) معادله جواب مضاعف  $x = 1$  را داشته باشد.

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow a + b = -1$$

پ) معادله جواب مضاعف  $x = 4$  را داشته باشد.

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow a + b = 8$$

متوسط

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  را ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - x - 1 = 0$  در نظر بگیریم، ریشه‌های معادله‌ی مورد نظر  $3\alpha$  و  $3\beta$  هستند. با یافتن مجموع و حاصلضرب ریشه‌ها، می‌توان معادله را تشکیل داد.

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1} = 1 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1 \end{cases}$$

مجموع و حاصلضرب ریشه‌های معادله‌ی مورد نظر برابر است با:

$$\begin{cases} S = 3\alpha + 3\beta = 3(\alpha + \beta) = 3 \times 1 = 3 \\ P = (3\alpha)(3\beta) = 9\alpha\beta = 9 \times (-1) = -9 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - 3x - 9 = 0$$

سوال ۱۵

ساده

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

صفرهای تابع ۴ و -۱ هستند. بنابراین:

$$f(x) = a(x+1)(x-4)$$

مختصات نقطه  $(0, -2)$  را در ضابطه تابع جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(0) = -2 \Rightarrow a(0+1)(0-4) = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+1)(x-4)$$

مقدار  $f(-2)$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f(-2) = \frac{1}{4}(-2+1)(-2-4) = 3$$

سوال ۱۶

دشوار

درصد پاسخگویی ۷%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۱

$$x^3 + 3x^2 + (a-3)x - 1 - a = 0$$

با توجه به این‌که مجموع ضرایب صفر است،  $x=1$  یک جواب معادله خواهد بود. بنابراین با تقسیم چندجمله‌ای  $x^3 + 3x^2 + (a-3)x - 1 - a$  برعامل  $x-1$  داریم:

$$x^3 + 3x^2 + (a-3)x - 1 - a = (x-1)(x^2 + 4x + a+1)$$

با توجه به این‌که  $a < -1$  یا  $a+1 < 0$  است، پس  $\Delta > 0$  است و معادله  $x^2 + 4x + a+1 = 0$  دو ریشه حقیقی با مجموع -۴ دارد. بنابراین مجموع جواب‌های معادله داده شده -۳ می‌باشد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۷

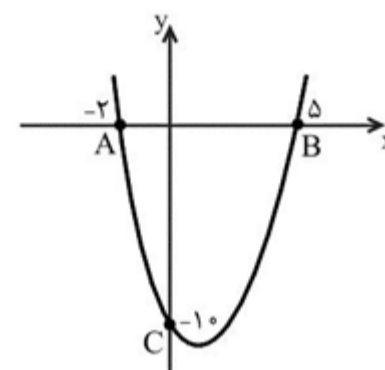
پاسخ: گزینه ۳

$$y = x^2 - 3x - 10 \Rightarrow y = (x - 5)(x + 2)$$

$$\xrightarrow{y=0} x = -2, x = 5$$

با توجه به صفرهای تابع، نمودار تابع محور  $x$  ها را در نقاط  $A(-2, 0)$  و  $B(5, 0)$  قطع می‌کند. همچنین محور  $y$  ها را در نقطه  $C(0, -10)$  قطع می‌کند.

به علت مثبت بودن ضریب  $x^2$ ، دهانه این سهمی رو به بالا باز می‌شود. بنابراین نمودار آن به شکل زیر است:



همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای آن که طول نقطه‌های تلاقی نمودار سهمی با محور  $x$  ها نامنفی باشند، باید نمودار را حداقل دو واحد به سمت  $x$  های مثبت انتقال دهیم.

ساده

درصد پاسخگویی ۵۰%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، آنگاه داریم:  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  و  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

ابتدا مقدار  $a$  را تعیین می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 = 7 \Rightarrow 2a + 3 = 7 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 - a^2 \xrightarrow{a=2} x_1 x_2 = -3$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۰% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۴

$$x^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = S = -a \\ x_1 \times x_2 = P = 1 \end{cases}$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$S' = x_1^2 + 1 + x_2^2 + 1 = \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} + 2 = S^2 - 2P + 2 = a^2 - 2 + 2 = a^2$$

$$P' = (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 + x_2^2 + 1 = P^2 + S^2 - 2P + 1 \\ = 1^2 + a^2 - 2 + 1 = a^2$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - a^2x + a^2 = 0$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۷% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

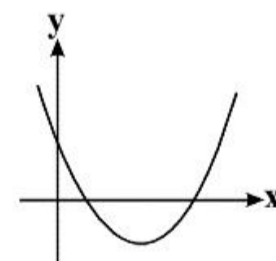
گزینه «۳»

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = 5 \\ P = \alpha\beta = a \end{cases}$$

$$|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1$$

$$5 - 2\sqrt{a} = 1 \Rightarrow 2\sqrt{a} = 4 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow y = 4x^2 - 8x + 1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ a > 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \end{cases}$$



از ناحیه سوم نمی‌گذرد.

سوال ۲۱

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۶%

پاسخ: گزینه ۳

$\frac{\alpha}{\beta} + 1$  و  $\frac{\beta}{\alpha} + 1$  ریشه‌های معادله جدید می‌باشند، مجموع و حاصل ضرب آن‌ها را به دست می‌آوریم و سپس معادله جدید را تشکیل می‌دهیم:

$$S' = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + 2 = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} + 2$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} - 2 + 2 = \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta}$$

$$P' = \left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)\left(\frac{\beta}{\alpha} + 1\right) = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2 \Rightarrow P' = S'$$

از طرفی بنابر معادله داده شده داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 3 \\ \alpha\beta = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} = \frac{3^2}{1} = 9 \Rightarrow S' = P' = 9$$

بنابراین، معادله به شکل زیر می‌تواند باشد:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 9 = 0$$

سوال ۲۲

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۵%

پاسخ: گزینه ۱

نمودار سهمی محور  $x$ ها را در دو نقطه قطع می‌کند، پس معادله  $mx^2 + 8x - 2 = 0$  دارای دو ریشه است. پس:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 64 + 8m > 0 \Rightarrow m > -8 \quad (1)$$

از طرفی محور تقارن آن  $x = -\frac{8}{2m} > 0$ ، پس:

$$x = -\frac{8}{2m} > 0 \Rightarrow \frac{8}{2m} < 0 \Rightarrow m < 0 \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲)، خواهیم داشت:  $-8 < m < 0$

بنابراین  $m$  می‌تواند هفت مقدار صحیح  $-7$  و  $-6$  و  $-5$  و  $-4$  و  $-3$  و  $-2$  و  $-1$  را داشته باشد.

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

اگر  $x$  را طول مستطیل و  $y$  را عرض مستطیل در نظر بگیریم، داریم:

$$محیط مستطیل = 2(x+y) \Rightarrow 100 = 2(x+y)$$

$$\Rightarrow x+y = 50 \Rightarrow y = 50 - x \quad (*)$$

مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = xy \quad \text{مساحت مستطیل}$$

$$\xrightarrow{(*)} S = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

 $S$  یک تابع درجه‌ی دوم است که ماکزیمم آن به ازای  $x = \frac{-b}{2a}$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$x_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-50}{2(-1)} = 25$$

$$\xrightarrow{(*)} y = 50 - 25 = 25$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۵% قلم‌چی ۱۳۹۷

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

$$x + \frac{f}{x} - 1 = 3 \sqrt{x + \frac{f}{x} - 3} \xrightarrow{x + \frac{f}{x} = t} t - 1 = 3 \sqrt{t - 3}$$

$$(t-1)^2 = 9(t-3) \Rightarrow t^2 - 11t + 28 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ یا } 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 4 \Rightarrow x + \frac{f}{x} = 4 \Rightarrow x^2 + f = 4x \\ t = 7 \Rightarrow x + \frac{f}{x} = 7 \Rightarrow x^2 + f = 7x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + f = (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x^2 - 7x + f = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2} \end{cases}$$

بنابراین معادله، ۳ جواب متمایز دارد.

متوسط درصد پاسخگویی ۲۴% قلم‌چی ۱۳۹۷

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

اگر تعداد روزهای لازم برای آن که کارگر A کار را به تنهایی انجام دهد برابر  $x$  فرض کنیم، داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x+5+x}{x(x+5)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 6(2x+5) = x(x+5) \Rightarrow 12x+30 = x^2+5x$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0 \Rightarrow (x-10)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 10 \\ \text{غ ق } x = -3 \end{cases}$$

کارگر A کار را به تنهایی در ۱۰ روز و کارگر B کار را به تنهایی در ۱۵ = ۱۰ + ۵ روز انجام می‌دهد.



سوال ۲۶

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

قرار می‌دهیم  $T = x^2 + x$ . در این صورت داریم:

$$\frac{T}{T+4} + \frac{2}{T+1} = 1 \Rightarrow \frac{T^2+T+2T+8}{(T+4)(T+1)} = 1$$

$$\Rightarrow T^2 + 3T + 8 = T^2 + 5T + 4 \Rightarrow 2T = 4 \Rightarrow T = 2$$

پس:

$$x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1$$

جواب بزرگ‌تر  $x = 1$  است.

سوال ۲۷

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x(x+6)} \xrightarrow{\times x(x+3)(x+6)}$$

$$3x(x+6) - 2(x+3)(x+6) = -12(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 18x - 2x^2 - 18x - 36 = -12x - 36$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x(x+12) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -12$$

 $x = 0$  ریشه مخرج است، پس قابل قبول نیست.

سوال ۲۸

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۲%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۲

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} = \frac{3x^2}{(x+2)(x-1)}$$

$$D = R - \{1, -2\}$$

حال ک.م.م مخرج‌ها را در عبارت ضرب می‌کنیم:

$$(x-1)(x+2) \left[ \frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} = \frac{3x^2}{(x+2)(x-1)} \right]$$

$$\Rightarrow (x+2)(x+1) + (x-1)2x = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 + 2x^2 - 2x = 3x^2 \Rightarrow 3x^2 + x + 2 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

معادله جواب ندارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{3x+a} - \sqrt{2-x} = 1 \xrightarrow{x=1} \sqrt{3+a} - 1 = 1 \Rightarrow 3+a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x} + 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 3x+1 = 2-x+1+2\sqrt{2-x}$$

$$\Rightarrow 4x-2 = 2\sqrt{2-x} \xrightarrow{\div 2} 2x-1 = \sqrt{2-x} \xrightarrow{\text{توان } 2}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 2 - x \Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(4x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق.ق} \\ x=-\frac{1}{4} \text{ غ.ق} \end{cases}$$

در  $x = -\frac{1}{4}$  معادله صدق نمی‌کند، پس قابل قبول نیست.

$$\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1 \xrightarrow{x=-\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

پس معادله فقط یک جواب  $x = 1$  را دارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۳

اگر شیر A در  $t_A$  ساعت و شیر B در  $t_B$  ساعت و شیر C در  $t_C$  ساعت استخر را پر کنند، ۳ شیر A و B و C با هم در  $t = 2$  ساعت استخر را پر می‌کنند، پس:

$$\begin{cases} \frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} + \frac{1}{t_C} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{t_C} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_C = 3 \text{ ساعت}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۵%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با جای‌گذاری  $x = 1$ ، مقدار  $a$  را به دست می‌آوریم:

$$1 - \frac{1}{1+a} = \frac{a}{4} \Rightarrow \frac{a}{a+1} = \frac{a}{4} \xrightarrow{a \neq 0} a+1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

بنابراین معادله به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{4x} \Rightarrow \frac{3}{x^2+3x} = \frac{3}{4x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x = 4x \Rightarrow x^2 - x = x(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \text{ ق.ق. غ.ق} \end{cases}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۱

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 3 \xrightarrow{+1}$$

$$\sqrt{x-2} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 4 \xrightarrow{\text{با فرض } \sqrt{x-2}+1=t}$$

$$\Rightarrow t + \frac{4}{t} = 4 \Rightarrow t^2 + 4 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-2} + 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x-2 = 1 \Rightarrow x = 3$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۸%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۱

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\frac{m-3}{x} = \frac{x-4}{x(x+3)} \xrightarrow{x \neq 0} m-3 = \frac{x-4}{x+3} \xrightarrow{\text{طرفین، وسطین}}$$

$$(m-3)x + 3m - 9 = x - 4 \Rightarrow (m-4)x = 5 - 3m$$

$$\Rightarrow x = \frac{5-3m}{m-4}$$

پس به ازای  $m = 4$  معادله فاقد جواب است. همچنین اگر جواب به دست آمده برابر ریشه‌های مخرج یعنی صفر و  $(-3)$  شود غیرقابل قبول خواهد بود.

$$x = \frac{5-3m}{m-4} = 0 \Rightarrow m = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{5-3m}{m-4} = -3 \Rightarrow 5 - 3m = -3m + 12 \Rightarrow 5 = 12 \Rightarrow \text{نشدنی}$$

پس معادله به ازای دو مقدار  $m = \frac{5}{3}$  و  $m = 4$  فاقد جواب است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با فرض  $2x^2 - 4x + 2 = t$  داریم:

$$6x^2 - 12x + 3 = 3(2x^2 - 4x + 2) - 3 = 3t - 3$$

معادله به شکل روبه‌رو درمی‌آید:  $\sqrt{3t-3} - \sqrt{t} = 1$ 

$$\begin{aligned} \sqrt{3t-3} &= \sqrt{t} + 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 3t-3 = t+1+2\sqrt{t} \\ \Rightarrow 2t-4 &= 2\sqrt{t} \xrightarrow{\div 2} t-2 = \sqrt{t} \xrightarrow{\text{توان ۲}} t^2-4t+4 = t \\ \Rightarrow (t-1)(t-4) &= 0 \quad \begin{cases} t=1 \quad \square \\ t=4 \quad \square \end{cases} \end{aligned}$$

فقط  $t=4$  در معادله صدق می‌کند:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x + 2 = 4 &\Rightarrow 2x^2 - 4x - 2 = 0 \\ \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} &= -1 \end{aligned}$$

متوسط

خارج از کشور ۱۳۹۸

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$2a + \sqrt{3a+16} = 1 \Rightarrow \sqrt{3a+16} = 1-2a$$

از آن جا که هم عدد زیر رادیکال و هم جواب رادیکال نامنفی است، پس داریم:

$$\begin{cases} 1-2a \geq 0 & \Rightarrow a \leq \frac{1}{2} \\ 3a+16 \geq 0 & \Rightarrow a \geq -\frac{16}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -\frac{16}{3} \leq a \leq \frac{1}{2}$$

پس فقط  $-\frac{16}{3} \leq a \leq \frac{1}{2}$  قابل قبول است. حال طرفین معادله را به توان ۲ رسانده و آن را حل می‌کنیم.

$$3a+16 = 1-4a+4a^2 \Rightarrow 4a^2-7a-15 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4 \times 4 \times (-15) = 289$$

$$a = \frac{7 \pm 17}{8} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{24}{8} = 3 & \text{غ ق ق} \\ a = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4} & \text{ق ق} \Rightarrow 4a+9 = -5+9 = 4 \end{cases}$$



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۲ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

گزینه های دام دار ۱ قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۷% دشوار

①

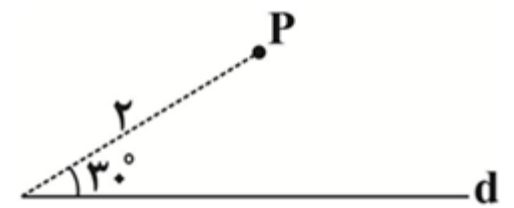
در مثلث  $ABC$ ، داریم:  $\hat{A} = 120^\circ$  و  $\hat{B} = 40^\circ$ . اگر نیمساز داخلی زاویه  $C$ ، عمودمنصف ضلع  $BC$  را در نقطه  $D$  قطع کند، آن گاه زاویه را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

 $\frac{1}{6}$  (۴) $\frac{1}{4}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۱)

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۲% متوسط

②

با توجه به شکل زیر، چند نقطه وجود دارد که از نقطه  $P$  به فاصله ۲ و از خط  $d$  به فاصله ۱ باشد؟



(۱) صفر

(۲) ۲

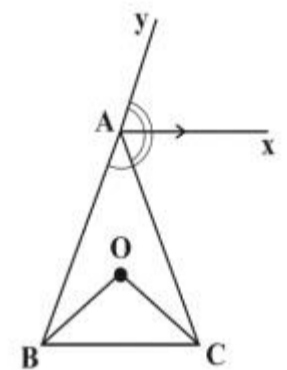
(۳) ۳

(۴) ۴

ساده قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۹%

③

شکل زیر  $AX$  نیمساز زاویه  $CAY$  و  $AX \parallel BC$  است. اگر  $BO$  و  $CO$  نیمساز زوایای  $B$  و  $C$  باشند و  $\hat{B} = 75^\circ$ ، اندازه  $\hat{BOC}$  چند درجه است؟ (  $Ay$  در امتداد  $BA$  است.)

(۱)  $95^\circ$ (۲)  $100^\circ$ (۳)  $105^\circ$ (۴)  $110^\circ$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۲

۴

مطابق شکل سه دبیرستان در نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  واقع شده‌اند. قصد داریم یک مجموعه‌ی ورزشی بسازیم تا هر سه دبیرستان از آن استفاده کنند. محل احداث این مجموعه کجا باشد تا فاصله‌ی دسترسی آن از هر سه دبیرستان یکسان باشد؟

A

B

C

- (۱) وسط پاره خط  $BC$
- (۲) محل تلاقی سه میانه‌ی مثلث  $ABC$
- (۳) محل تلاقی سه نیمساز مثلث  $ABC$
- (۴) محل تلاقی عمودمنصف‌های  $AB$  و  $AC$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۲

۵

در مثلث  $ABC$ ، نقاط  $D$  و  $E$  را به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $AD = AE$  باشد. در نقاط  $D$  و  $E$ ، به ترتیب عمودهایی بر دو ضلع  $AB$  و  $AC$  رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع نمایند. نقطه  $M$  همواره روی کدام یک از خطوط زیر قرار دارد؟

- (۱) نیمساز داخلی زاویه  $A$
- (۲) عمودمنصف ضلع  $BC$
- (۳) ارتفاع نظیر رأس  $A$
- (۴) میانه نظیر رأس  $A$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۲%

قلمچی ۱۳۹۷

۶

نقطه  $A$  به فاصله ۴ سانتیمتر از خط  $d$  قرار دارد. اگر بخواهیم نقاط  $B$  و  $C$  را روی خط  $d$  چنان انتخاب کنیم که مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین بوده و مساحت آن ۱۲ سانتی‌متر مربع باشد، باید دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاعی با کدام طول بزنیم تا نقاط  $B$  و  $C$  را روی خط بوجود آورد؟

- (۱)  $4/5$
- (۲) ۵
- (۳)  $5/5$
- (۴)  $4\sqrt{2}$

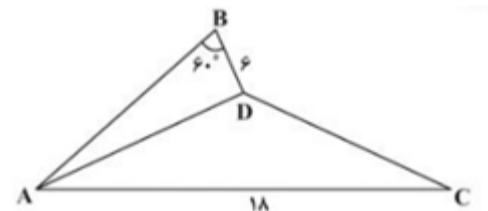
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۶

۷

در شکل مقابل،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. مساحت مثلث  $ACD$  کدام است؟



- (۱)  $9\sqrt{3}$
- (۲)  $3\sqrt{3}$
- (۳)  $27\sqrt{3}$
- (۴)  $6\sqrt{3}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۶

۸

چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع  $d_1$  و  $d_2$  به یک فاصله باشد؟

- (۱) حداکثر ۲
- (۲) حداقل ۲
- (۳) حداکثر ۴
- (۴) حداقل ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۴

۹

اگر فاصله دو خط موازی  $d$  و  $d'$  برابر ۶ باشد، در این صورت کدام گزینه نشانگر همه نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

- (۱) یک خط موازی با  $d$  و  $d'$  و بین این دو
- (۲) دو خط موازی با  $d$  و  $d'$  و بین این دو
- (۳) دو خط موازی با  $d$  و  $d'$  و خارج این دو
- (۴) چهار خط موازی با  $d$  و  $d'$

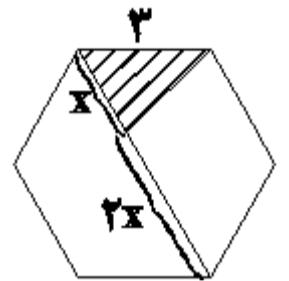
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۰

در شش ضلعی منتظم مقابل، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (۴)}$$

$$3\sqrt{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (۲)}$$

$$6\sqrt{3} \text{ (۱)}$$

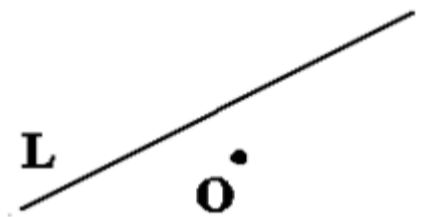
ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۱

مطابق شکل زیر در یک صفحه فاصله نقطه  $O$  از خط  $L$  برابر یک واحد است. چند نقطه وجود دارد که از نقطه  $O$  به فاصله ۳ واحد و از خط  $L$  به فاصله ۲ واحد باشند؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

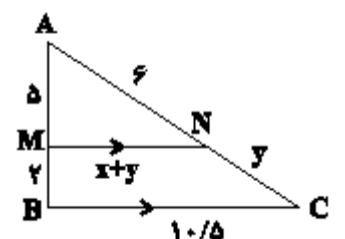
ساده

درصد پاسخگویی ۵۸%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۲

در شکل مقابل  $MN \parallel BC$  است. مقدار  $x$  کدام است؟



۵/۱ (۱)

۵/۳ (۲)

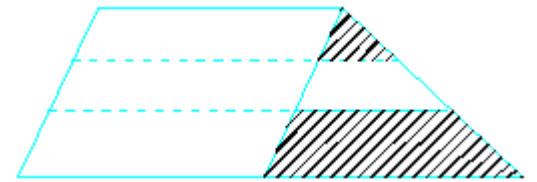
۵/۴ (۳)

۴/۸ (۴)

نسبتا دشوار خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۳

یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه‌زده، کدام است؟



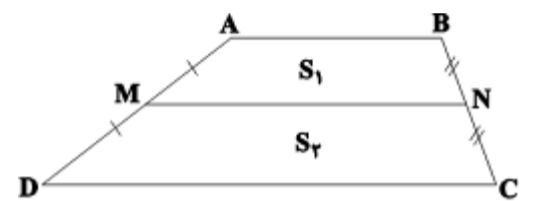
(۲)  $\frac{1}{5}$   
(۴)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{1}{6}$   
(۳)  $\frac{2}{9}$

متوسط قلم‌چی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۲۴%

۱۴

در دوزنقه زیر،  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط اضلاع  $AD$  و  $BC$  هستند. در این دوزنقه  $S_1$  مساحت  $ABNM$  و  $S_2$  مساحت  $MNCD$  هستند. اگر نسبت  $\frac{S_1}{S_2}$  برابر  $\frac{5}{7}$  باشد،  $\frac{AB}{DC}$  کدام است؟



(۴)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{5}{7}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۱۵

با استفاده از برهان خلف ثابت کنید:

اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n^2$  عددی فرد باشد، آنگاه  $n$  نیز عددی فرد است.

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۱۶

صورت قضیه‌ی تالس را بیان نموده و با رسم شکل اثبات کنید.

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

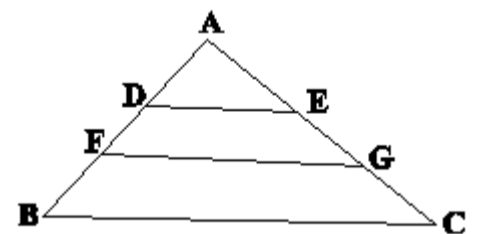
۱۷

در معادله‌ی  $2x^2 - 9x + m = 0$  یکی از ریشه‌ها ۲ برابر دیگری است.  $m$  را بیابید.

متوسط قلم‌چی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۲۹%

۱۸

مساحت دوزنقه  $DEGF$  برابر  $7$  می‌باشد. اگر  $2AD = 6FD = 3FB$  باشد. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟ ( $FG \parallel BC$ )



(۱) ۳۷

(۲) ۲۰

(۳) ۱۶

(۴) ۳۶

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۱۹

قضیه‌ی تالس را به صورت یک قضیه‌ی دو شرطی بنویسید.

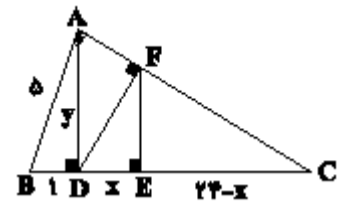


متوسط

درصد پاسخگویی ۱۷%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۰

در شکل مقابل مقدار  $x+y$  کدام است؟

(۲)  $2/91 + 4\sqrt{6}$

(۴)  $1/9 + 2\sqrt{6}$

(۱)  $2/49 + 4\sqrt{6}$

(۳)  $0/96 + 2\sqrt{6}$

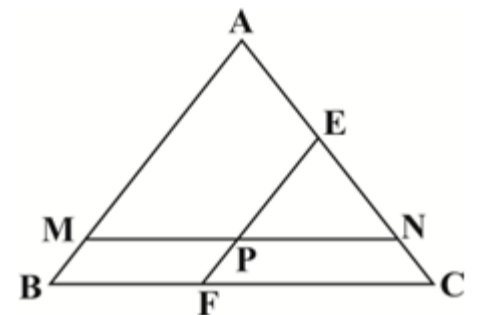
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۱

در مثلث  $\triangle ABC$  داریم:  $BC=8$  و  $AC=6$ ، خط  $MN$  به موازات  $BC$  و به طول ۶ رسم شده است و خط  $EF$  به موازات  $AB$  از وسط  $MN$  گذشته است. طول  $EC$  کدام است؟



(۱)  $3/25$

(۲)  $3/75$

(۳)  $2/5$

(۴) ۲

ساده

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

۲۲

مفاهیم زیر را تعریف کنید.

(پ) مثال نقض

(ب) برهان خلف

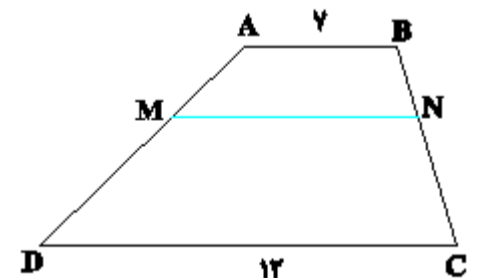
(الف) استدلال استقرایی

نسبتا دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۳

در دوزنقه  $ABCD$ ، پاره خط  $MN$  موازی قاعده‌ها و  $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$  است. اندازه  $MN$ ، کدام است؟



(۱) ۸

(۲)  $8/75$

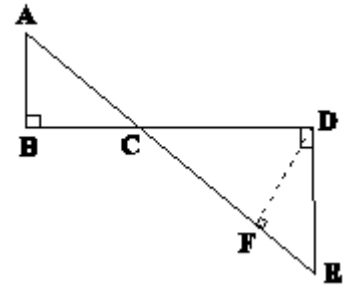
(۳) ۹

(۴)  $9/5$

ساده    درصد پاسخگویی ۴۹%    قلمچی ۱۳۹۹

۲۴

در شکل زیر، اگر  $AC = ۴$  و  $AB = ۲$  و  $CE = ۱۲$  باشند،  $DF$  چقدر است؟

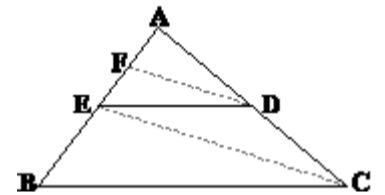


- (۱) ۳  
(۲)  $۳\sqrt{۳}$   
(۳)  $۲\sqrt{۳}$   
(۴) ۲

متوسط    درصد پاسخگویی ۱۷%    قلمچی ۱۳۹۸

۲۵

در مثلث  $ABC$  داریم:  $DE \parallel BC$  و  $DF \parallel EC$ ؛ اگر  $AB = ۱۲/۲۵$  و  $FE = ۳$  باشد، آن گاه طول پاره خط  $BE$  کدام می‌تواند باشد؟

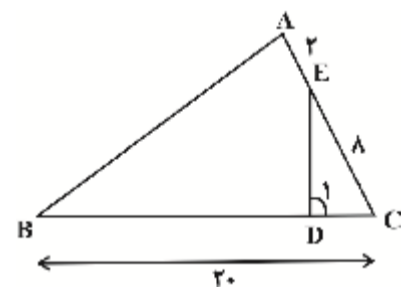


- (۱) ۹  
(۲)  $۱/۲۵$   
(۳) ۷  
(۴) ۳

ساده    درصد پاسخگویی ۵۴%    قلمچی ۱۳۹۷

۲۶

در شکل مقابل،  $\hat{A} = \hat{D}$  است. طول  $BD$  چند واحد است؟

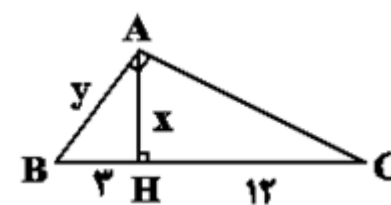


- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۴  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۶

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۵۶%

۲۷

در شکل زیر، اندازه  $y$  کدام است؟



(۱)  $2\sqrt{5}$

(۲)  $3\sqrt{5}$

(۳) ۷

(۴)  $6/5$

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۵%

۲۸

عکس کدام گزاره شرطی، مثال نقض ندارد؟

(۱) اگر  $x = 0$  باشد، آنگاه  $x + |x| = 0$  است.

(۲) اگر  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی فرد باشند، آنگاه  $m+n$  عددی زوج است.

(۳) اگر  $x > 2$  باشد، آنگاه  $x > 1$  است.

(۴) اگر  $(x+1)^2 = 0$  باشد، آنگاه  $x = -1$  است.

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ گزینه های دام دار ۱ درصد پاسخگویی ۲۱%

۲۹

در مثلث  $ABC$  داریم:  $AB = 3$ ،  $AC = 4$ ،  $BC = 5$  است. از رأس  $C$  موازی با ارتفاع  $AH$  خطی رسم می‌کنیم که امتداد ضلع  $AB$  را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. حاصل  $DC \times BH$  کدام است؟ ( $H$  روی ضلع  $BC$  است)

(۴) ۸

(۳) ۱۰

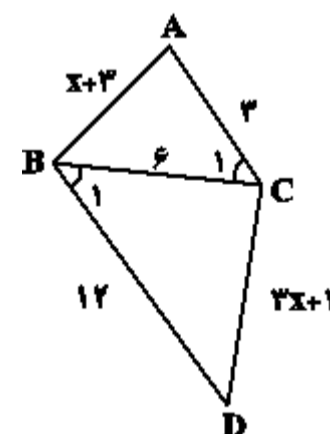
(۲) ۱۲

(۱) ۱۶

ساده قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۴۵%

۳۰

در شکل مقابل  $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$ ،  $\triangle BCD \sim \triangle ABC$  است. مقدار  $x$  کدام است؟



(۲) ۴

(۴) ۶

(۱) ۲

(۳) ۵

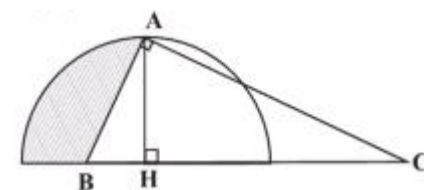
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۱

در شکل زیر رأس  $A$  از مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  روی نیم‌دایره‌ای به شعاع  $AH$  قرار دارد؛ اگر  $AC = ۴$  و  $BC = ۵$  باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده کدام است؟



(۱)  $۲/۸۸\pi - ۲/۱۶$

(۲)  $۱/۴۴\pi - ۲/۱۶$

(۳)  $۵/۷۶\pi - ۱/۰۸$

(۴)  $۴/۴۱\pi - ۱/۰۸$

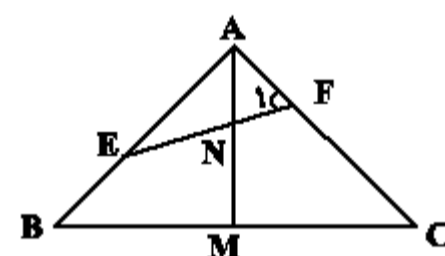
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۷%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۲

در شکل زیر،  $F_1 = B$ ،  $AM$  نیمساز زاویه  $A$  است. مساحت چهارضلعی  $EFCB$  چند برابر مساحت مثلث  $ABC$  است؟



(۱)  $\frac{۴}{۹}$

(۲)  $\frac{۸}{۹}$

(۳)  $\frac{۱}{۴}$

(۴)  $\frac{۳}{۴}$

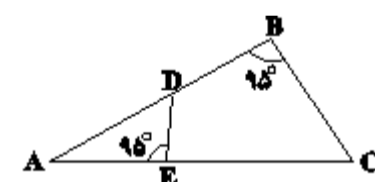
ساده

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۳

در شکل زیر طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث بزرگ‌تر برابر ۱۲ است. اگر  $AE = ۴$  و  $AB = ۸$  باشد، طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث کوچک‌تر کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۲

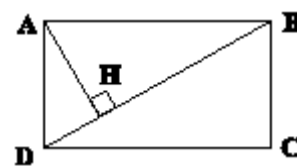
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۴

مطابق شکل زیر در مستطیلی به طول ۱۴، از رأس A عمودی بر قطر BD رسم می‌کنیم. اگر  $BH = 10$  باشد، طول قطر AC کدام است؟



۲۰/۴ (۱)

۱۶/۲ (۲)

۱۹/۶ (۳)

۱۷/۲ (۴)

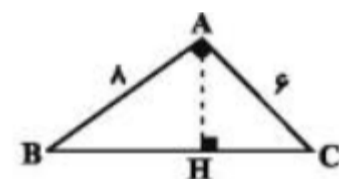
ساده

درصد پاسخگویی ۵۷%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۵

در مثلث روبه‌رو زاویه A قائمه بوده و ارتفاع وارد بر ضلع BC است. مساحت مثلث AHC کدام است؟



۶/۴ (۱)

۶/۲ (۳)

۷/۳۲ (۲)

۸/۶۴ (۴)



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۲ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

دشوار درصد پاسخگویی ۷% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۱

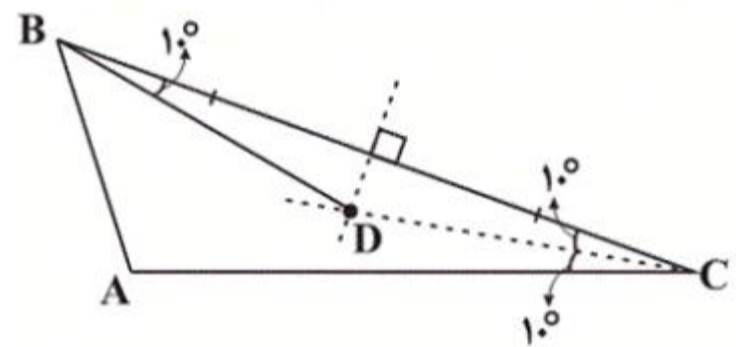
سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به فرض مسأله داریم:  $\hat{A} = 120^\circ, \hat{B} = 40^\circ \Rightarrow \hat{C} = 20^\circ$

حال از آنجایی که نقطه D روی نیمساز زاویه C و عمودمنصف BC قرار دارد، پس:

$$\begin{cases} \hat{BCD} = \hat{ACD} = 10^\circ \\ BD = CD \end{cases} \Rightarrow \hat{DBC} = 10^\circ \Rightarrow \hat{ABD} = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ$$



در نتیجه:

$$\frac{\hat{DBC}}{\hat{ABD}} = \frac{10^\circ}{30^\circ} = \frac{1}{3}$$

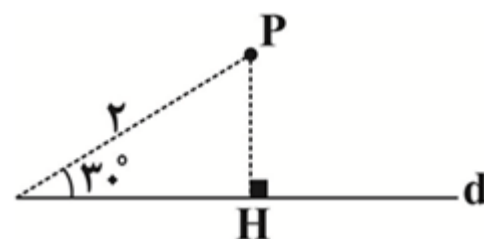
گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۲% متوسط

سوال ۲

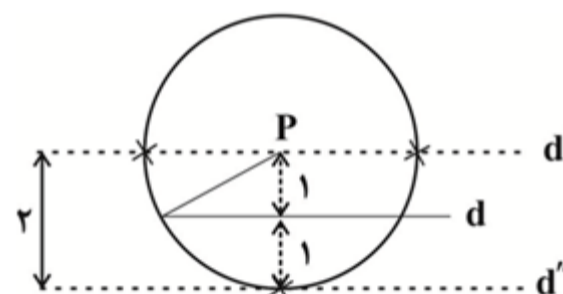
پاسخ: گزینه ۳

از آنجا که  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  نتیجه می‌گیریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{PH}{2} \Rightarrow PH = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$



تمام نقاطی که از نقطه P به فاصله ۲ هستند، روی دایره‌ای به مرکز P و به شعاع ۲ قرار دارند. تمام نقاطی که از خط d به فاصله ۱ می‌باشند دو خط موازی خط d و به فاصله ۱ از آن هستند. پس:



مطابق شکل، سه نقطه وجود دارد.

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۹% ساده

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$CA \hat{=} y \Rightarrow Ax \hat{=} y = x \hat{=} AC$$

از طرفی زاویه‌ی خارجی مثلث برابر است با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاورش، پس:

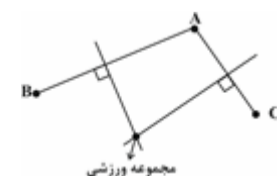
$$\begin{cases} \hat{B} + \hat{C} = y \hat{A} = 2x \hat{A} \\ Ax \parallel BC, AC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{C} = x \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

$$\hat{O} = 180^\circ - \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۳% متوسط

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴



می‌دانیم هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است. بنابراین محل احداث این مجموعه‌ی ورزشی می‌بایست روی محل تلاقی عمود منصف‌های AB و AC باشد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

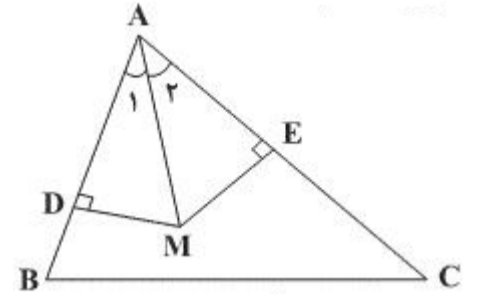
گزینه های دام دار ۲

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

مطابق شکل از نقطه M، به رأس A وصل می‌کنیم.

در دو مثلث ADM و AEM داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AM = AM \\ AD = AE \\ \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع قائمه)}} \triangle ADM \cong \triangle AEM \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$$

بنابراین AM نیمساز داخلی زاویه A است، یعنی نقطه M همواره روی نیمساز داخلی زاویه A قرار دارد.

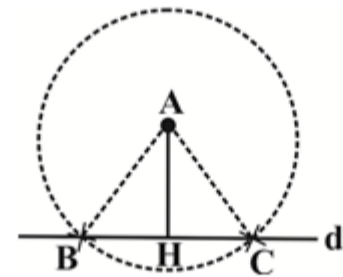
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۲%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow ۱۲ = \frac{1}{2} (BC)(۴)$$

$$\Rightarrow ۱۲ = ۲BC \Rightarrow BC = ۶$$

$$\Rightarrow BH = HC = ۳$$

$$\begin{aligned} \triangle \text{ فیثاغورس } AHC &\longrightarrow AC^2 = AH^2 + HC^2 \\ \Rightarrow AC^2 &= ۴^2 + (۳)^2 \Rightarrow AC^2 = ۲۵ \\ \Rightarrow AC &= ۵ \end{aligned}$$



متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

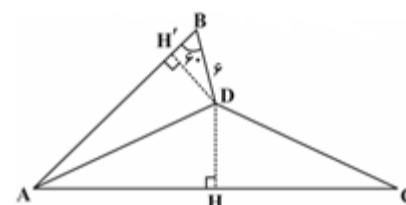
چون D روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس فاصله اش از دو ضلع زاویه یکسان است. از D به هر دو ضلع عمود رسم می‌کنیم:

$$\triangle BDH': \sin 60^\circ = \frac{DH'}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DH'}{6} \Rightarrow DH' = 3\sqrt{3} \Rightarrow DH = 3\sqrt{3}$$

بنابراین مساحت مثلث ACD برابر می‌شود با:

$$S_{\triangle ACD} = \frac{DH \times AC}{2} = \frac{3\sqrt{3}(18)}{2} = 27\sqrt{3}$$



متوسط

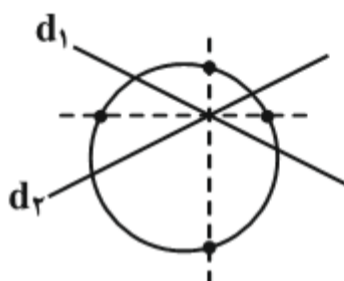
درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۶

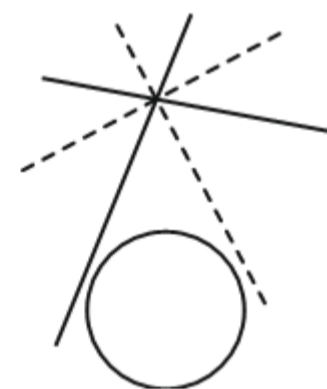
سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

نقطی که روی نیمساز یک زاویه قرار دارند، از دو ضلع آن به یک فاصله‌اند. لذا با توجه به وضعیت دو خط متقاطع با دایره، نیمسازهای چهار زاویه تشکیل شده با دایره‌ی مفروض حداکثر در ۴ نقطه متقاطع هستند.



۴ نقطه‌ی تقاطع وجود دارد.



هیچ نقطه‌ی تقاطعی وجود ندارد.

پس گزینه‌ی «۳» درست است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

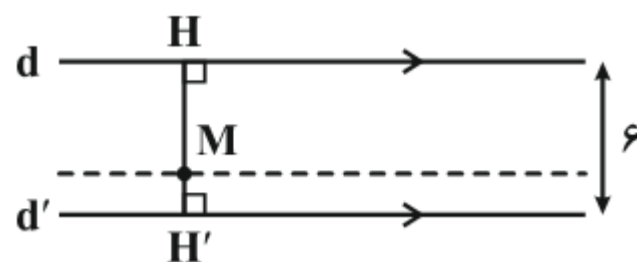
قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۴

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۲

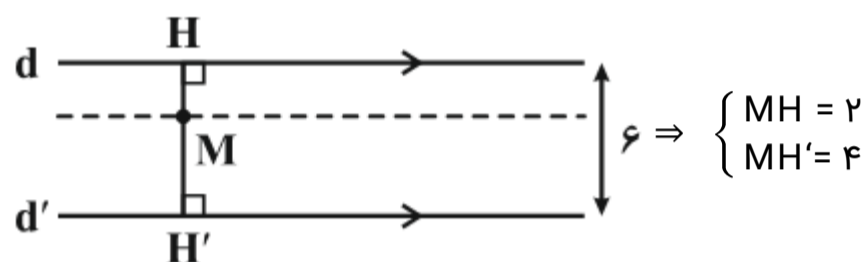
با فرض اینکه نقطه M بین دو خط و نزدیک به خط d' باشد، داریم:



$$\begin{cases} MH + MH' = 6 \\ MH + MH' = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MH = 4 \\ MH' = 2 \end{cases}$$

بنابراین نقاطی که روی خطی موازی دو خط d و d' و به فاصله ۲ از خط d' باشند، ویژگی‌های مسئله را دارا می‌باشند.

مشابه همین حالت برای زمانی رخ می‌دهد که نقطه M بین دو خط و این بار نزدیک خط d باشد.



$$\Rightarrow \begin{cases} MH = 2 \\ MH' = 4 \end{cases}$$

دقت کنید که اگر نقطه M خارج دو خط باشد، تفاضل فاصله آن از دو خط، دقیقاً برابر فاصله بین دو خط بوده و همواره مقداری ثابت است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

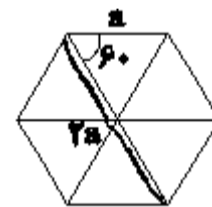
قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر در یک شش‌ضلعی منتظم ۳ قطر بزرگ شش‌ضلعی را رسم کنیم، ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع هم‌نهشت خواهیم داشت. پس طول قطر بزرگ طبق شکل زیر دو برابر طول هر ضلع خواهد بود.



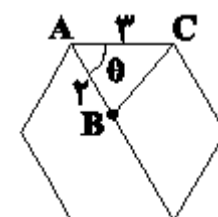
با توجه به این که طول ضلع شش‌ضلعی، ۳ واحد است، پس طول قطر بزرگ آن ۶ واحد خواهد بود.

$$x + 2x = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 60^\circ$$

$$\text{مساحت مثلث رنگی} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



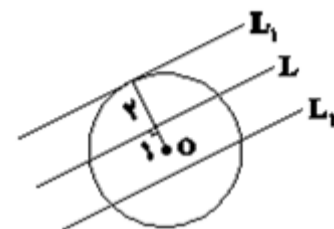
ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

تمام نقاطی که از نقطه O به فاصله ۳ واحد قرار دارند روی یک دایره به مرکز O و شعاع ۳ واحد است.



از طرفی تمام نقاطی که از خط L به فاصله ۲ واحد قرار دارند، روی دو خط موازی در دو طرف L به فاصله ۲ واحد است محل برخورد دایره با این دو خط ( $L_2, L_1$ ) جوابهای مسئله است که مطابق شکل ۳ نقطه یافت می‌شود.

ساده درصد پاسخگویی ۵۸% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{5}{2} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = \frac{2x}{5} = 2/4$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{5}{7} = \frac{x+y}{10/5}$$

$$x+y = \frac{10/5 \times 5}{7} = 7/5$$

$$\xrightarrow{y=2/4} x = 7/5 - 2/4 = 5/1$$

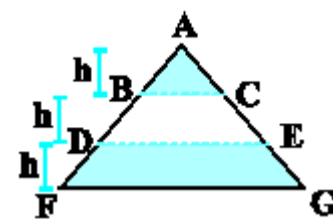
نسبتاً دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۸

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

فقط قسمت مثلث را لازم داریم. اضلاع مثلث به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند و پاره‌خط‌ها با هم موازی‌اند.



راه اول: ارتفاع مثلث سایه زده و دوزنقه سایه زده یکسان است. با استفاده از قضیه تالس قاعده‌های دوزنقه را برحسب قاعده مثلث (BC) بدست می‌آوریم:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = 2BC$$

$$\frac{BC}{FG} = \frac{AC}{AG} = \frac{1}{3} \Rightarrow FG = 3BC$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث سایه‌زده}}{\text{مساحت دوزنقه سایه‌زده}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times h}{\frac{1}{2} \times (DE + FG) \times h} = \frac{BC}{2BC + 3BC} = \frac{1}{5}$$

راه دوم: اگر مساحت مثلث AFG برابر S باشد از آن‌جا که کل مثلث‌ها متشابه‌اند داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AFG}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{9}S$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle AFG}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\triangle ADE} = \frac{4}{9}S$$

$$\Rightarrow S_{DEGF} = S - \frac{4}{9}S = \frac{5}{9}S$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{DEGF}} = \frac{\frac{1}{9}S}{\frac{5}{9}S} = \frac{1}{5}$$

متوسط

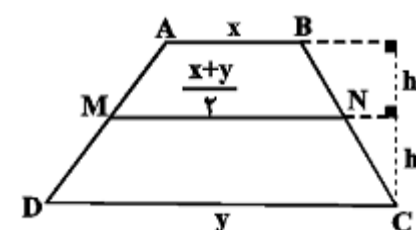
درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}(x + \frac{x+y}{2})(h)}{\frac{1}{2}(\frac{x+y}{2} + y)(h)} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{3x+y}{x+3y} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{3x+y}{x+3y} = \frac{5}{7} \Rightarrow 21x + 7y = 5x + 15y \Rightarrow 16x = 8y \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۵

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹ متوسط

پاسخ: گزینه ۱

فرض می‌کنیم حکم مسأله غلط باشد، یعنی عدد طبیعی  $n$  فرد نباشد، در این صورت  $n$  زوج است و می‌توانیم فرض کنیم  $n = 2k$  که در آن  $k$  یک عدد طبیعی است، در این صورت:

$$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k)^2$$

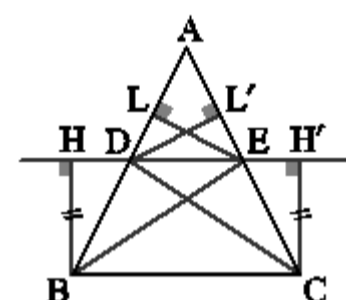
یعنی  $n^2$  نیز عددی زوج است که این با فرض مسأله در تناقض است. بنابراین از ابتدا  $n$  نمی‌توانست عددی زوج باشد و حکم مسأله درست است.

سوال ۱۶

سوالات پرتکرار ۱۳۹۹ متوسط

پاسخ: گزینه ۱

قضیه تالس: در مثلث  $ABC$ ، دو نقطه  $D$  و  $E$  را به ترتیب روی  $AB$  و  $AC$  در نظر می‌گیریم به طوری که  $DE \parallel BC$ ، در این صورت  $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$  اثبات: مطابق شکل، در مثلث  $ABC$ ، پاره خط  $DE$  را موازی  $BC$  در نظر بگیرید.



برای دو مثلث  $DAE$  و  $DEC$  می‌توان نوشت:

$$\frac{S(\triangle DAE)}{S(\triangle DEC)} = \frac{\frac{1}{2} DL \times AE}{\frac{1}{2} DL' \times EC} = \frac{AE}{EC} \quad (1)$$

همچنین برای دو مثلث  $DAE$  و  $DEB$  می‌توان نوشت:

$$\frac{S(\triangle DAE)}{S(\triangle DEB)} = \frac{\frac{1}{2} EL \times AD}{\frac{1}{2} EL \times DB} = \frac{AD}{DB} \quad (2)$$

از طرفی:

$$\begin{cases} S(\triangle DEC) = \frac{1}{2} CH' \times DE \\ S(\triangle DEB) = \frac{1}{2} BH \times DE \end{cases}$$

$$\xrightarrow{BH=CH'} S(\triangle DEC) = S(\triangle DEB) \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{S(\triangle DAE)}{S(\triangle DEC)} = \frac{S(\triangle DAE)}{S(\triangle DEB)}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$$

سوال ۱۷

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  را ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 9x + m = 0$  در نظر بگیریم، طبق فرض که یکی از ریشه‌ها، دو برابر دیگری است، داریم:  $\alpha = 2\beta$ . از طرفی مجموع ریشه‌های معادله برابر با  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{9}{2}$  است، پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha = 2\beta \\ \alpha + \beta = \frac{9}{2} \end{cases} \xrightarrow{\alpha=2\beta} 3\beta = \frac{9}{2} \Rightarrow \beta = \frac{3}{2}, \alpha = 3$$

ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، بنابراین:

$$\xrightarrow{\alpha=3} 2(3)^2 - 9(3) + m = 0 \Rightarrow m = 9$$

سوال ۱۸

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۲۹%

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»

فرض کنید  $FD = x$  پس  $AD = 3x$  و  $FB = 2x$  می‌باشد. مساحت  $\triangle ADE$  را  $S$  و مساحت دوزنقه  $FGCB$  را  $S'$  می‌نامیم. می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

$$\triangle AFG \text{ و } \triangle ADE \text{ متشابه‌اند} \Rightarrow \frac{S}{S+7} = \left(\frac{3x}{4x}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 16S = 9S + 63 \Rightarrow S = 9$$

$$\triangle ABC \text{ با } \triangle AFG \text{ متشابه است} \Rightarrow \frac{9+7}{9+7+S'} = \left(\frac{4x}{6x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S' = 20$$

بنابراین مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۳۶ است.

سوال ۱۹

متوسط سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

در مثلث  $ABC$  دو نقطه‌ی  $M$  و  $N$  به ترتیب روی دو ضلع  $AB$  و  $AC$  قرار دارند، در این صورت  $BC \parallel MN$  اگر و فقط اگر  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ .

متوسط درصد پاسخگویی ۱۷% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

چون  $AD \parallel EF$  است، در مثلث ADC داریم:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{DE}{EC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{x}{24-x} \quad (1)$$

و چون  $DF \parallel AB$  است در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{1}{24-x+x} = \frac{1}{24} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x}{24-x} = \frac{1}{24} \Rightarrow 24x = 24 - x$$

$$25x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{25} = 0.96$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 25 - 1 = 24$$

$$AD = y = 2\sqrt{6}$$

$$x + y = 0.96 + 2\sqrt{6}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۹% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AN}{6} = \frac{6}{8} \Rightarrow AN = 4.5$$

$$\Rightarrow NC = AC - AN = 6 - 4.5 = 1.5$$

از طرفی:

$$EP \parallel AM \Rightarrow \frac{NE}{NA} = \frac{NP}{NM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NE}{4.5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow NE = 2.25$$

$$EC = NE + NC = 2.25 + 1.5 = 3.75 \quad \text{بنابراین:}$$

ساده سوالات پرتکرار ۱۳۹۹

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۱

الف) استدلال استقرایی نتیجه‌گیری کلی با استفاده از مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت یا به اصطلاح، رسیدن از جزء به کل است.

ب) نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسه به کار برده می‌شود، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای آنکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه‌ی غیرممکن می‌رسیم و به این ترتیب، فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می‌شود.

پ) به مثالی که از آن برای رد یک حکم کلی استفاده می‌شود، مثال نقض می‌گوییم.

نسبتا دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۹

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۳

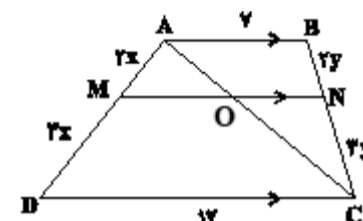
گزینه ۳

روش اول:

قطر AC را رسم می‌کنیم. با توجه به دوزنقه ABCD و قضیه تالس داریم:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MD} = \frac{MA}{AD} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} \quad (*)$$

$$\frac{CN}{BC} = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} \quad (**)$$



طبق قضیه تالس در مثلث ACD داریم:

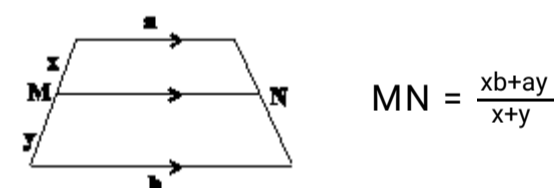
$$MO \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MO}{DC} \xrightarrow{*} \frac{2}{5} = \frac{MO}{12} \Rightarrow MO = 4/8$$

طبق قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$ON \parallel AB \Rightarrow \frac{ON}{AB} = \frac{CN}{BC} \xrightarrow{**} \frac{ON}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow ON = \frac{12}{5} = 4/2$$

$$\Rightarrow MN = MO + ON = 4/8 + 4/2 = 9$$

روش دوم: در دوزنقه دلخواه زیر داریم:



$$MN = \frac{(2x)(12) + (3x)(4)}{2x+3x} = \frac{45x}{5x} = 9 \quad \text{در این سؤال داریم:}$$



ساده

درصد پاسخگویی ۴۹%

قلمچی ۱۳۹۹

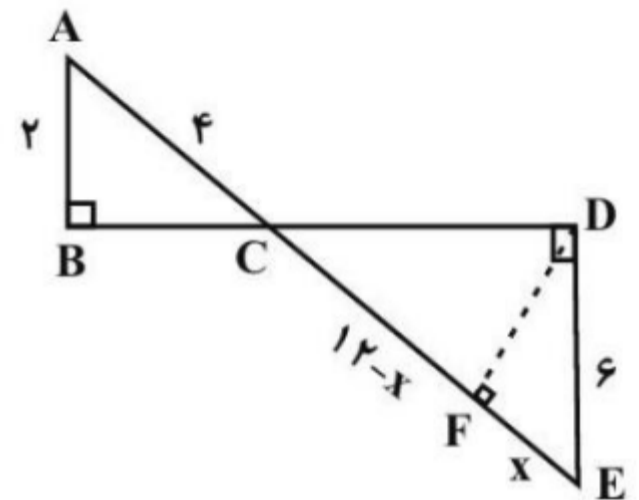
سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

دو مثلث ABC و EDC متشابه‌اند.

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow \frac{۴}{۱۲} = \frac{۲}{DE} \Rightarrow DE = ۶$$



در مثلث EDC داریم:

$$DF^2 = EF \cdot FC$$

$$DF^2 = x(12 - x) \quad (۱)$$

رابطه فیثاغورس در مثلث DFE:  $DF^2 = ۳۶ - x^2 \quad (۲)$ 

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۱۲x - x^2 = ۳۶ - x^2 \Rightarrow x = ۳$$

$$(۱) \Rightarrow DF^2 = ۳(۱۲ - ۳) = ۲۷ \Rightarrow DF = ۳\sqrt{۳}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۷%

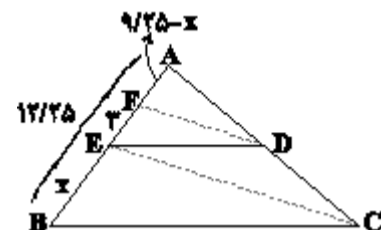
قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر BE را برابر با x در نظر بگیریم، با توجه به شکل زیر خواهیم داشت:



$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC \sim \triangle AED : \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \\ \triangle AFD \sim \triangle AEC : \frac{AF}{FE} = \frac{AD}{DC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FE} :$$

$$\Rightarrow \frac{12/25 - x}{x} = \frac{9/25 - x}{3}$$

$$\Rightarrow (9/25 - x)(x) = 3(12/25 - x)$$

$$\Rightarrow 9/25x - x^2 = 36/25 - 3x$$

$$\Rightarrow x^2 - 12/25x + 36/25 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 7)(x - 5/25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 5/25 \end{cases}$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۴%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle DCE \sim \triangle ACB$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{BC} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{4}{20} = \frac{DC}{10}$$

$$\Rightarrow DC = 4 \Rightarrow BD = BC - DC = 20 - 4 = 16$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۶%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

$$AH^2 = HB \times HC \Rightarrow x^2 = 3 \times 12 = 36 \xrightarrow{x > 0} x = 6$$

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow y^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$\xrightarrow{y > 0} y = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

سوال ۲۸

ساده درصد پاسخگویی ۴۵% قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

می‌دانیم عکس یک گزاره شرطی مانند  $p \Rightarrow q$  به صورت  $q \Rightarrow p$  بیان می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: واضح است که از  $x + |x| = 0$  نمی‌توان نتیجه گرفت الزاماً  $x = 0$ ؛ پس می‌توان با یک مثال نقض این ادعا را رد کرد (مثلاً  $x = -2$ ).

گزینه «۲»: از زوج بودن  $m + n$  نمی‌توان نتیجه گرفت که  $m$  و  $n$  هر دو فردند (مثلاً زوج  $2 + 4 = 6$ ).

گزینه «۳»: از  $x > 1$  نمی‌توان نتیجه گرفت که  $x > 2$  (مثلاً  $x = 1/5 > 1$ ).

گزینه «۴»: واضح است که از  $x = -1$  می‌توان نتیجه گرفت که  $(x + 1)^4 = 0$ ؛ پس دارای مثال نقض نمی‌باشد.

سوال ۲۹

متوسط درصد پاسخگویی ۲۱% قلمچی ۱۴۰۰ گزینه های دام دار ۱

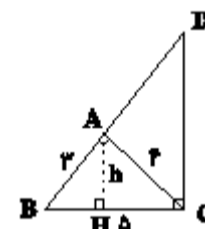
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

چون:  $5^2 = 4^2 + 3^2$ 

در نتیجه مثلث ABC قائم الزویه است. ( $\hat{A} = 90^\circ$ )

$$h \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow h = 2/4$$



$\Delta BDC \Rightarrow$  تعمیم قضیه تالس در  $\Delta BDC \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AH}{DC} = \frac{BH}{BC}$

$$\Rightarrow \frac{2/4}{DC} = \frac{BH}{5} \Rightarrow BH \times DC = 2/4 \times 5 = 1/2$$

سوال ۳۰

ساده درصد پاسخگویی ۴۵% قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

چون  $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$  و  $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{BD} = \frac{1}{2}$  است، پس  $\Delta BCD \sim \Delta ABC$  (به حالت تناسب دو ضلع و برابری زاویه بین) پس باید:

$$\frac{x+3}{3x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x+6 = 3x+1 \Rightarrow x = 5$$

سوال ۳۱

متوسط درصد پاسخگویی ۱۶% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

برای بدست آوردن مساحت ناحیه هاشورخورده باید مساحت مثلث  $ABH$  را از مساحت ربع دایره کم کنیم؛ به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $AH$  را محاسبه می‌کنیم. ( $AH$  برابر شعاع دایره است.)

$$\begin{cases} BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AB = 3 \\ AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2/4 \end{cases}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 9 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{9}{5} = 1/8$$

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} \times BH \times AH = \frac{1}{2} \times 1/8 \times 2/4 = 2/16$$

$$S_{\text{ربع دایره}} = \frac{1}{4} \times \pi \times AH^2 = \frac{1}{4} \pi \times (2/4)^2 = 1/44\pi$$

$$\Rightarrow S_{\text{ربع دایره}} - S_{\triangle ABH} = 1/44\pi - 2/16 = S_{\text{هاشور خورده}}$$

سوال ۳۲

متوسط درصد پاسخگویی ۱۷% قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

دو مثلث  $AEF$  و  $ABC$  به حالت تساوی دو زاویه ( $\hat{A}_1 = \hat{B}$  و  $\hat{A}$  مشترک)، متشابه‌اند.  $AM$  نیمساز زاویه  $A$  بوده لذا نسبت نیمسازهای دو مثلث که با نسبت اضلاع متناظر برابر است را حساب می‌کنیم:

$$\frac{AN}{AM} = \frac{AN}{AN + NM} = \frac{AN}{AN + 2AN} = \frac{AN}{3AN} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC} - S_{EFCB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}} - \frac{S_{EFCB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EFCB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{8}{9}$$

سوال ۳۳

ساده درصد پاسخگویی ۳۶% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با توجه به این‌که زاویه  $B$  بزرگ‌تر از  $90^\circ$  است، پس ضلع  $AC$  بزرگ‌ترین ضلع مثلث بزرگ‌تر می‌باشد یعنی  $AC = 12$ . از طرفی  $AE = 4$  و  $AB = 8$  است. دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  به دلیل تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow \frac{12}{AD} = \frac{8}{4} \Rightarrow AD = 6$$

بنابراین طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث کوچک‌تر برابر ۶ است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ADB داریم:  $AB^2 = HB \times BD$

$$\Rightarrow 14^2 = 10 \times BD \Rightarrow BD = 19/6$$

BD و AC هر دو قطر مستطیل هستند، پس:

$$AC = BD = 19/6$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۷%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$BC = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ و } AC^2 = HC \times BC$$

$$\Rightarrow 36 = HC \times 10 \Rightarrow HC = 3/6, BH = 6/4$$

$$AH^2 = BH \times CH = 3/6 \times 6/4 = (3/6)^2 \times (6)^2 \times (1)^2$$

$$\Rightarrow AH = 4/8$$

$$S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} AH \times HC = \frac{1}{2} \times 4/8 \times 3/6 = 1/64$$



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

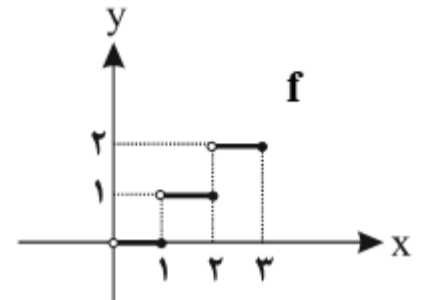
نام برگزار کننده

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۴/۱۵

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۴ | درصد پاسخگویی ۴۳% | ساده

①

با توجه به نمودار روبه‌رو، برد تابع  $f$  کدام است؟

- (۱)  $(0, 3]$   
 (۲)  $(0, 2]$   
 (۳)  $[0, 3)$   
 (۴)  $\{0, 1, 2\}$

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۳% | قلمچی ۱۳۹۸

②

کدام خط نمودار تابع  $f(x) = x + [x]$  با دامنه  $(-1, 2)$  را قطع می‌کند؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $y = \frac{5}{3}$   
 (۲)  $y = -1$   
 (۳)  $y = \frac{3}{3}$   
 (۴)  $y = -\frac{1}{3}$

گزینه های دام دار ۲ | قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۱۶% | متوسط

③

به‌ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، دامنه تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2+a}$  به‌صورت  $(-\infty, 0)$  می‌باشد؟

- (۱)  $(0, +\infty)$   
 (۲)  $[0, +\infty)$   
 (۳)  $\{0\}$   
 (۴)  $\emptyset$

گزینه های دام دار ۲ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۲۰% | متوسط

④

چه تعداد از توابع زیر گویا هستند؟

- الف:  $f(x) = \frac{2}{x^2+2}$   
 ب:  $g(x) = 2x^3 + 3x^2$   
 پ:  $h(x) = \frac{x-3}{\sqrt{5x}}$   
 ت:  $k(x) = 5$   
 ج:  $L(x) = \frac{|x+1|}{2x}$   
 ث:  $Z(x) = \frac{x\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+1}$
- (۱) ۶  
 (۲) ۵  
 (۳) ۴  
 (۴) ۳

گزینه های دام دار ۲ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۹% | دشوار

⑤

برد تابع  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+9}-3}$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) ۴  
 (۲) ۵  
 (۳) ۶  
 (۴) ۷

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۷ | درصد پاسخگویی ۱۵% | متوسط

⑥

تابع  $y = |2x - |x||$  با کدامیک از توابع زیر مساوی است؟

- (۱)  $y = 2|x| - x$   
 (۲)  $y = x - 2|x|$   
 (۳)  $y = |x| - 2x$   
 (۴)  $y = 2x - |x|$

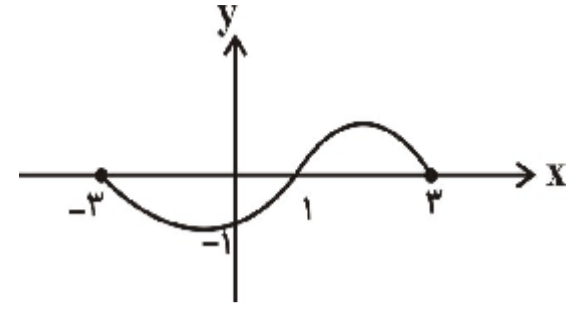
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۶

۷

شکل زیر، نمودار تابع  $y=f(x)$  است. دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$ ، کدام است؟

(۱)  $(-3, 3)$ (۲)  $(-3, 1) \cup (1, 3)$ (۳)  $(-3, 0)$ (۴)  $[-3, 0] \cup [1, 3]$ 

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۶

۸

مجموعه جواب معادله  $[x+3] + [x+2] = 5$  کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $[0, 1)$ (۲)  $[5, 6)$ (۳)  $[0, 1]$ (۴)  $[0, 2)$ 

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۱

۹

نمودار تابع  $f(x) = 2 - \sqrt{x+2}$  از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۰

اگر توابع  $g(x) = \frac{x-1}{x^2-bx+a}$  و  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  برابر باشند، به ازای چه مقدار  $k$  توابع  $h(x) = k$  و  $e(x) = [x]$  در بازه  $[a, b]$  بر هم منطبق می‌شوند؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۱

مساحت سطح بین نمودار تابع  $y = [x+2]$  و محور  $x$ ها در فاصله  $[-1, 3]$  کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۹

(۴) ۱۰

ساده

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۲

اگر  $f = \{(a+1, 2), (0, 2), (-2, 1), (2a, b-1)\}$  تابعی یک به یک باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

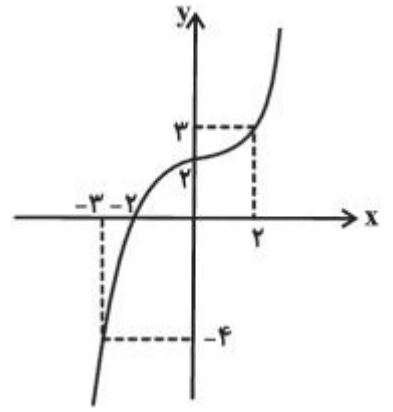
(۳) -۲

(۴) -۱

دشوار ۴٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۱۳

نمودار تابع  $y = -f(x-1)$  به شکل مقابل است. کدام تساوی درست نیست؟



$$f^{-1}(-3) = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(-2) = -1 \quad (2)$$

$$f^{-1}(0) = -3 \quad (3)$$

$$f^{-1}(4) = 4 \quad (4)$$

ساده ۴۳٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

۱۴

اگر  $f = \{(-3, k), (\frac{1}{4}a, -2), (2a+1, k), (b-1, 1), (-1, 4b)\}$  تابعی یک به یک باشد، حاصل  $a-b$  کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

دشوار ۵٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۱۵

تابع درجه دوم  $f(x) = 3x^2 + 12x + 13$  با کدام یک از شرط‌های زیر وارون پذیر می‌شود؟

$$-3 \leq x \leq 3 \quad (4)$$

$$x+3 \leq 0 \quad (3)$$

$$|x| \geq 2 \quad (2)$$

$$x \in (-\infty, 0] \quad (1)$$

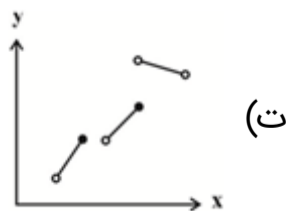
متوسط ۳۰٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۶ قلمچی

۱۶

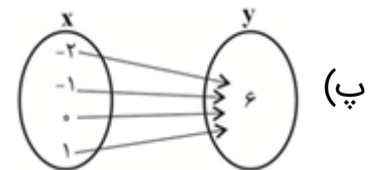
در چند مورد از روابط زیر،  $y$  تابعی یک به یک از  $x$  است؟

$$|x| + y = 2 \quad (ب)$$

$$y = \begin{cases} 2x+1, & x > 2 \\ x-1, & x < 2 \end{cases} \quad (الف)$$



(ت)



(پ)

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

متوسط ۱۴٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۹ قلمچی

۱۷

اگر  $3f(x) - x - 2 = f^{-1}(x)$  باشد، مقدار  $f(-\frac{3}{4})$  کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-\frac{15}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{14}{3} \quad (1)$$



متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۶

۱۸

اگر  $f = \{(a^2 + 1, 3), (-1, 7), (b + 1, 7), (5, 3), (3, 0), (3, a + 2)\}$  تابعی یک به یک باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

-۴ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۹

اگر تابع خطی  $f(x) = ax + 3$  محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول  $\frac{3}{4}$  قطع کند، ضابطه تابع وارون  $f$  کدام است؟

 $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$  (۴) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x - 3$  (۳) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$  (۲) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$  (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۰

کدام تابع زیر یک به یک است؟

 $f(x) = |\sqrt{x} - 1|$  (۲) $f(x) = x^2 - 2x$  (۱) $f(x) = x + |x - 3|$  (۴) $f(x) = x + \sqrt{x}$  (۳)

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۶

۲۱

اگر  $f$  تابعی خطی با شیب  $m$  باشد، به ازای کدام مقدار  $m$  شیب تابع  $f^{-1}$  برابر  $4m$  است؟ ( $m \neq 0$ )

 $\pm 2$  (۲)هیچ مقدار  $m$  (۱) $\pm \frac{1}{4}$  (۴) $\pm 1$  (۳)

ساده

درصد پاسخگویی ۶۱%

قلمچی ۱۳۹۵

۲۲

در تابع خطی  $f$ ، اگر  $f(2) = 5$  و  $f^{-1}(8) = 3$  باشد، حاصل  $f(10)$  کدام است؟

۲۹ (۴)

۲۶ (۳)

۲۳ (۲)

۲۰ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۲%

قلمچی ۱۳۹۷

۲۳

به ازای کدام مقدار  $a$ ، وارون تابع  $f(x) = \frac{1-2x}{3x+4}$  از نقطه  $(a+4, a)$  می‌گذرد؟

۱ و ۵ (۴)

۱ و ۲ (۳)

۲ و -۱ (۲)

-۱ و -۵ (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۶۲%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۴

اگر  $f = \{(2, 3), (3, 2), (4, 0), (5, 1)\}$  و  $g = \{(3, 5), (4, -1), (6, 2)\}$  باشد، تابع  $\frac{g}{f}$  کدام است؟

 $\{(3, \frac{5}{4})\}$  (۴) $\{(3, \frac{4}{5}), (4, 0)\}$  (۳) $\{(3, 5)\}$  (۲) $\{(3, 5), (4, 0)\}$  (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۲

۲۵

برای رسم نمودار تابع  $g(x) = 1 + |2x - 4|$  از روی نمودار تابع  $f(x) = |x|$  کافی است. نمودار تابع  $f$  را ابتدا ..... انتقال داده و سپس عرض هر نقطه را ..... برابر کرده و در انتها ..... انتقال دهیم.

(۲) ۴ واحد به راست، ۲، یک واحد به بالا

(۱) ۲ واحد به راست، ۲، یک واحد به بالا

(۴) ۲ واحد به چپ، ۲، یک واحد به بالا

(۳) ۲ واحد به چپ، ۲، یک واحد به پایین

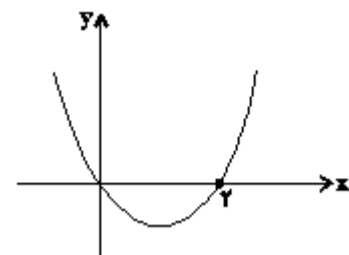
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۴۰۰

۲۶

نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. معادله محورتقارن تابع  $y = f(x-1)$  کدام است؟



$x = 1$  (۱)

$x = 2$  (۲)

$x = 3$  (۳)

$x = 4$  (۴)

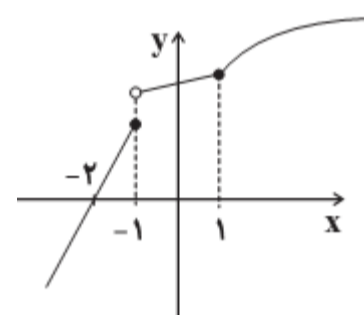
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۷

۲۷

اگر نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر باشد، کدام یک از بازه‌های زیر در برد وارون تابع  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  قرار ندارد؟



$[1, 4]$  (۱)

$(-1, 0]$  (۲)

$[-2, -1)$  (۳)

$(-3, -2)$  (۴)

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۸

اگر  $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$  و  $g(x) = x^3 + x$  باشد، مقدار  $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$  کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه‌های دام دار ۳

۲۹

اگر  $f = \{(1, 5), (2, 0), (3, 4), (4, 6)\}$  و  $g = \{(-1, 4), (2, 1), (0, 3)\}$  باشند، حاصل ضرب اعضای برد تابع  $\frac{2f}{g^{-1}}$  کدام است؟

۳۶ (۴)

صفر (۳)

-۶۰ (۲)

-۷ (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۰

اگر  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$  و  $g = \{(0, 4), (3, -1), (2, 1), (1, 2)\}$  باشند، تابع  $f \circ g$  کدام است؟

$\{(0, \frac{15}{4}), (3, -\frac{1}{5}), (1, -\frac{4}{3})\}$  (۲)

$\{(0, -1), (3, -\frac{4}{5}), (1, -\frac{4}{3})\}$  (۱)

$\{(0, -\frac{15}{4}), (3, \frac{1}{5}), (1, \frac{4}{3})\}$  (۴)

$\{(0, 1), (3, -4), (1, -\frac{4}{3})\}$  (۳)

دشواری

درصد پاسخگویی ۵%

قلمچی ۱۳۹۶

۳۱

اگر  $f(x) = \sqrt{n-3x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-3m}$  و تابع  $f+g$  به صورت  $\{(1, a)\}$  باشد، آن‌گاه مقدار  $am+n$  کدام است؟

۳ (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۱ (۴)

صفر (۳)

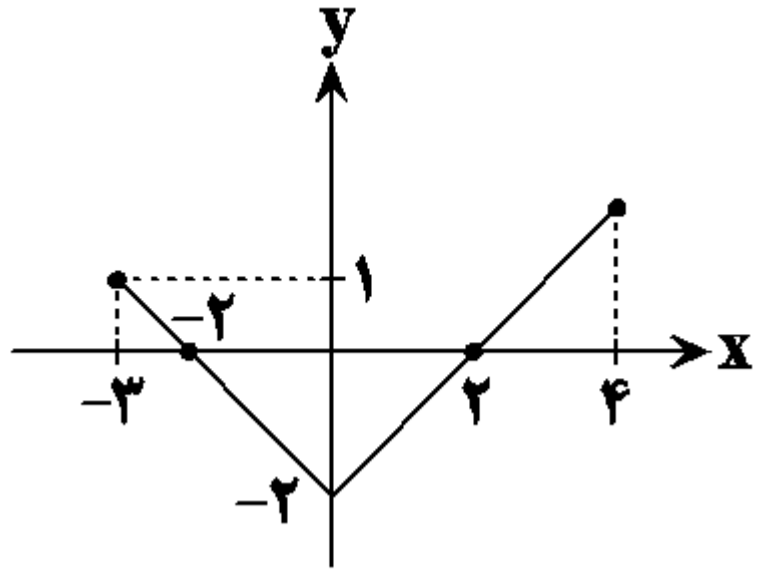
دشوار

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۲

اگر شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x - 2)$  باشد، آن گاه برد تابع  $y = \sqrt{|3f(x) - 1|}$  کدام است؟

(۱)  $[0, \sqrt{5}]$ (۲)  $[-2, 3]$ (۳)  $[0, \sqrt{8}]$ (۴)  $[0, \sqrt{7}]$ 

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۴

۳۳

اگر  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{\sqrt{x - 2}}$  و  $g(x) = \frac{\sqrt{x - 2}}{x^2 - 1}$ ، آن گاه نمودار تابع  $y = (f \cdot g)(x)$  چگونه است؟

(۱) نزولی

(۱) صعودی

(۲) ابتدا نزولی، سپس صعودی

(۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۴

اگر  $f(x) = \sqrt{3x - a}$ ،  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x - b}}$  و دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  برابر  $\{\frac{3}{4}\} - (\frac{1}{3}, +\infty)$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{2}$ 

(۲) ۳

(۳) ۴

ساده

درصد پاسخگویی ۵۹%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۵

نمودار تابع  $f(x) = -|x - 1| + 2$  را به کمک انتقال نمودار تابع  $g(x) = |x|$  چگونه رسم می‌کنیم؟

(۱) ابتدا نمودار  $g$  را در راستای افقی یک واحد به راست می‌بریم، سپس نسبت به محور  $x$ ها قرینه می‌کنیم و ۲ واحد در راستای قائم بالا می‌بریم.

(۲) ابتدا نمودار  $g$  را در راستای افقی یک واحد به چپ می‌بریم، سپس نسبت به محور  $x$ ها قرینه می‌کنیم و ۲ واحد در راستای قائم بالا می‌بریم.

(۳) ابتدا نمودار  $g$  را در راستای افقی یک واحد به چپ می‌بریم، سپس نسبت به محور  $y$ ها قرینه می‌کنیم و ۲ واحد در راستای قائم پایین می‌بریم.

(۴) ابتدا نمودار  $g$  را در راستای افقی یک واحد به راست می‌بریم، سپس نسبت به محور  $y$ ها قرینه می‌کنیم و ۲ واحد در راستای قائم پایین می‌بریم.



نام برگزار کننده

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۴/۱۵

ساده    درصد پاسخگویی ۴۳%    قلمچی ۱۳۹۴    گزینه های دام دار ۱

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار، دامنه‌ی تابع  $D = (0, 3]$  و برد آن  $R = \{0, 1, 2\}$  است.

متوسط    درصد پاسخگویی ۲۳%    قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲

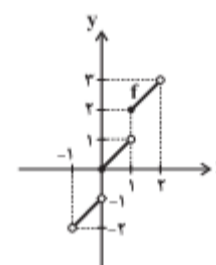
پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f(x) = x - 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$$



با توجه به نمودار تابع  $f$ ، خط  $y = \frac{5}{4}$  آن را قطع می‌کند.

متوسط    درصد پاسخگویی ۱۶%    قلمچی ۱۳۹۶    گزینه های دام دار ۲

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

باتوجه به عبارت  $\sqrt{-x}$  باید  $x \leq 0 \Rightarrow -x \geq 0$  یعنی دامنه‌ی تابع به صورت  $[-\infty, 0]$  بوده است که در سوال به صورت  $(-\infty, 0)$  داده شده است.

مشخص است که باید  $x = 0$  ریشه‌ی مخرج باشد تا از دامنه حذف گردد، لذا:

$$x^2 + a = 0 \xrightarrow{x=0} 0^2 + a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = \{x | x < 0\}$$

گزینه های دام دار ۲    قلمچی ۱۳۹۹    درصد پاسخگویی ۲۰%    متوسط

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

هر تابع به شکل  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  را یک تابع گویا می‌نامیم، که در آن  $P(x)$  و  $Q(x)$  چندجمله‌ای هستند. بنابراین به غیر از توابع  $Z(x)$  و  $L(x)$ ، سایر توابع گویا هستند.

گزینه های دام دار ۲    قلمچی ۱۳۹۹    درصد پاسخگویی ۹%    دشوار

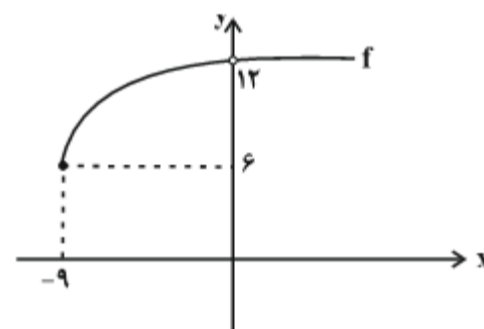
سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+9}-3} = 2(\sqrt{x+9} + 3); D_f = [-9, +\infty) - \{0\}$$

نمودار تابع  $f$  در شکل زیر ترسیم شده است:



با توجه به شکل تابع، اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۱۲ در برد تابع قرار ندارند.

گزینه های دام دار ۴    قلمچی ۱۳۹۷    درصد پاسخگویی ۱۵%    متوسط

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

$$y = |2x - |x|| = \begin{cases} |2x - (-x)| = |3x| = -3x & ; x < 0 \\ |2x - x| = |x| = x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

گزینه (۱):

$$y = 2|x| - x = \begin{cases} -2x - x = -3x & ; x < 0 \\ 2x - x = x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

گزینه (۲):

$$y = x - 2|x| = \begin{cases} x - (-2x) = 3x & ; x < 0 \\ x - 2x = -x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

گزینه (۳):

$$y = |x| - 2x = \begin{cases} -x - 2x = -3x & ; x < 0 \\ x - 2x = -x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

گزینه (۴):

$$y = 2x - |x| = \begin{cases} 2x - (-x) = 3x & ; x < 0 \\ 2x - x = x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

	-۳	۰	۱	۳	
$x-1$	-	-	-	+	
$f(x)$	-	-	+	+	$\frac{x-1}{f(x)} \geq 0 \rightarrow (-3, 1) \cup (1, 3)$
$\frac{x-1}{f(x)}$	ت.ن	+	+	ت.ن	ت.ن

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به خواص جزء صحیح داریم:

$$[x + 3] + [x + 2] = [x] + 3 + [x] + 2 = 5$$

$$\Rightarrow 2[x] = 0 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

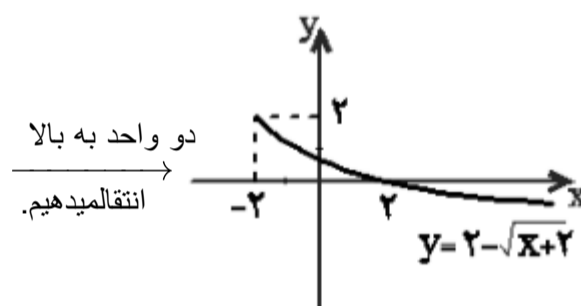
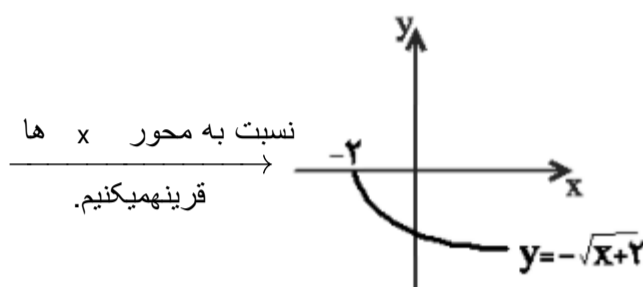
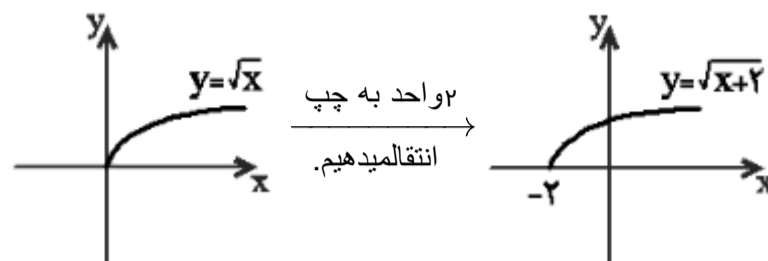
قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۱

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

نمودار تابع را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار تابع  $f(x) = 2 - \sqrt{x+2}$ ، ابتدا نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  را دو واحد به چپ انتقال داده، سپس نسبت به محور xها قرینه کرده و در نهایت دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم.



بنابراین نمودار تابع  $f$ ، از ناحیه سوم نمی‌گذرد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

چون دامنه  $f$  برابر با  $\{1\} - R$  است، پس باید  $g(x) = \frac{x-1}{(x-1)^2}$  باشد، در نتیجه  $b = 2$  و  $a = 1$  است.

$$\Rightarrow x \in [a, b) = [1, 2) : e(x) = [x] = 1 \Rightarrow k = 1$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۱

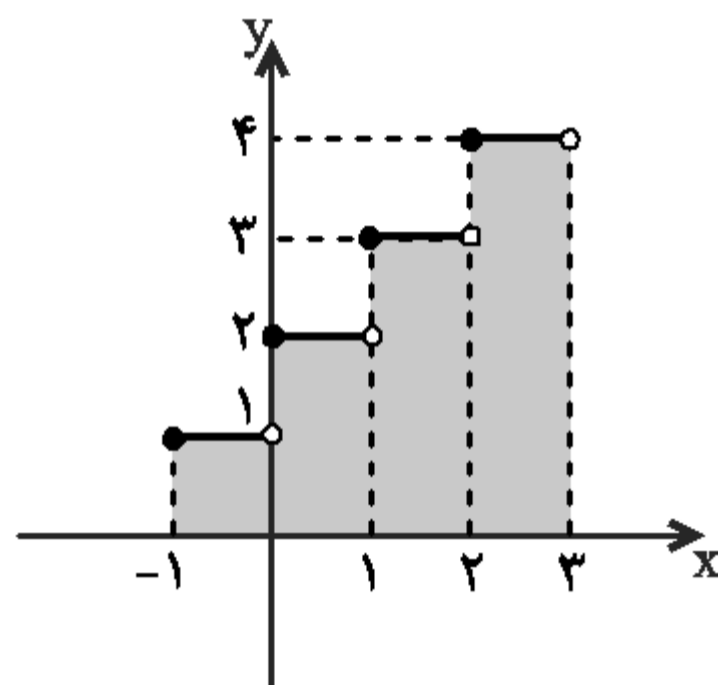
پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ابتدا نمودار تابع را در فاصله  $(-۱, ۳)$  رسم می‌کنیم. توجه کنید که:

$$[x + ۲] = [x] + ۲$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow y = [x] + ۲ = -1 + ۲ = ۱ \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow y = [x] + ۲ = 0 + ۲ = ۲ \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow y = [x] + ۲ = 1 + ۲ = ۳ \\ 2 \leq x < 3 \Rightarrow y = [x] + ۲ = 2 + ۲ = ۴ \end{cases}$$



مساحت بین نمودار و محور xها برابر با مساحت قسمت سایه‌زده شده است، بنابراین:

$$S = 1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4 = ۱۰$$



ساده درصد پاسخگویی ۴۱% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

شرط آن که رابطه‌ای زوج مرتبی تابع یک به یک باشد، آن است که مؤلفه‌های اول متمایز باشند (شرط تابع) و همچنین مؤلفه‌های دوم نیز متمایز باشند. (شرط یک به یکی) بنابراین اگر دو زوج مرتب با مؤلفه‌های دوم یکسان داشته باشیم باید مؤلفه‌های اول نیز یکسان باشند. بنابراین:

$$\begin{cases} (a+1, 2) \in f \\ (0, 2) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط یک به یک بودن}} a+1=0 \Rightarrow a=-1$$

$$\xrightarrow{a=-1} (2a, b-1) = (-2, b-1)$$

$$\begin{cases} (-2, 1) \in f \\ (-2, b-1) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} b-1=1 \Rightarrow b=2$$

$$\Rightarrow a+b = -1+2 = 1$$

دشوار درصد پاسخگویی ۴% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار تابع  $g(x) = -f(x-1)$  داریم:

$$g(2) = 3 \Rightarrow -f(2-1) = 3 \Rightarrow f(1) = -3 \Rightarrow f^{-1}(-3) = 1$$

$$g(0) = 2 \Rightarrow -f(0-1) = 2 \Rightarrow f(-1) = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = -1$$

$$g(-2) = 0 \Rightarrow -f(-2-1) = 0 \Rightarrow f(-3) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = -3$$

$$g(-3) = -4 \Rightarrow -f(-3-1) = -4 \Rightarrow f(-4) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = -4$$

بنابراین تساوی  $f^{-1}(4) = 4$  درست نیست.

سوال ۱۴

ساده | درصد پاسخگویی ۴۳% | قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۱

اگر مولفه‌های دوم یک تابع یکسان باشد، تابع وقتی یک‌به‌یک است که مولفه‌های اول نیز یکسان باشند، بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} (-3, k) \in f \\ (2a+1, k) \in f \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شرط یک به یک بودن}} 2a+1 = -3$$

$$\Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

مقدار  $a$  را در تابع  $f$  قرار داده و داریم:

$$\xrightarrow{a=-2}$$

$$f = \{(-3, k), (-1, -2), (-3, k), (b-1, 1), (-1, 4b)\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (-1, -2) \in f \\ (-1, 4b) \in f \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} 4b = -2$$

$$b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a - b = -2 - (-\frac{1}{2}) = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

سوال ۱۵

دشوار | درصد پاسخگویی ۵% | قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۳

طول رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \times (3)} = -2$$

تابع  $f$  نسبت به خط  $x = -2$  متقارن است. بنابراین در بخشی از دامنه تابع که  $x \geq -2$  (یا  $x \leq -2$ )، تابع یک به یک بوده و لذا وارون‌پذیر می‌باشد. از میان بازه‌های داده شده برای  $x$ ، تنها در گزینه ۳، نامعادله  $x + 3 \leq 0$ ، معادل  $x \leq -3$  بوده که بخشی از شرط  $x \leq -2$  است.

سوال ۱۶

متوسط | درصد پاسخگویی ۳۰% | قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۲

در مورد (الف) با رسم تابع می‌توان مشخص کرد که تابع یک به یک است همچنین در مورد (ت) تابع یک به یک است.

در نمودار مختصاتی تابع اگر هر خط موازی محور  $x$ ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، تابع یک به یک است.

سوال ۱۷

متوسط درصدهای پاسخگویی ۱۴% قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

از آنجا که نقطه  $(5, f^{-1}(5))$  روی نمودار تابع  $f^{-1}$  است، نقطه  $(f^{-1}(5), 5)$  روی نمودار تابع  $f$  خواهد بود، یعنی می توان به جای  $x$  مقدار  $f^{-1}(5)$  و به جای  $f(x)$  عدد ۵ را جایگزین کرد. بنابراین از تساوی صورت سؤال داریم:

$$3f(f^{-1}(5)) - f^{-1}(5) - 2 = f^{-1}(5)$$

$$\Rightarrow 3 \times 5 - 2 = 2f^{-1}(5) \Rightarrow f^{-1}(5) = \frac{13}{2}$$

حال با جای گذاری مقدار بدست آمده برای  $f^{-1}(5)$  و  $x = -\frac{3}{2}$  در رابطه داده شده،  $f(-\frac{3}{2})$  را بدست می آوریم:

$$3f(-\frac{3}{2}) + \frac{3}{2} - 2 = \frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow 3f(-\frac{3}{2}) = 7 \Rightarrow f(-\frac{3}{2}) = \frac{7}{3}$$

سوال ۱۸

متوسط درصدهای پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} (a^2 + 1, 3) \in f \\ (5, 3) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{یک به یک}} a^2 + 1 = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-1, 7) \in f \\ (b + 1, 7) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{یک به یک}} b + 1 = -1 \Rightarrow b = -2$$

اگر  $a = 2$  باشد، دو زوج مرتب  $(3, 4)$  و  $(3, 0)$  را داریم که شرط تابع بودن را نقض می کند.

اگر  $a = -2$  باشد تابع  $f$  به صورت  $f = \{(-1, 7), (5, 3), (3, 0)\}$  می شود و یک به یک است، پس:

$$a + b = -2 - 2 = -4$$

سوال ۱۹

ساده درصدهای پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

نقطه ای به طول  $\frac{3}{4}$  روی محور  $x$ ها نقطه  $(\frac{3}{4}, 0)$  است، بنابراین:

$$0 = a \times \frac{3}{4} + 3 \Rightarrow \frac{3}{4}a = -3 \Rightarrow a = -4$$

$$\Rightarrow f(x) = y = -4x + 3 \Rightarrow -4x = y - 3 \Rightarrow x = \frac{y-3}{-4}$$

$$\xrightarrow{\text{عوض کردن جای } x \text{ و } y} y = \frac{x-3}{-4} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$$

سوال ۲۰

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۳

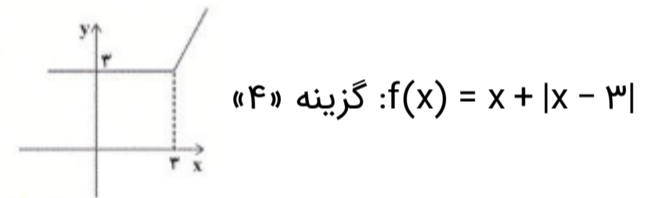
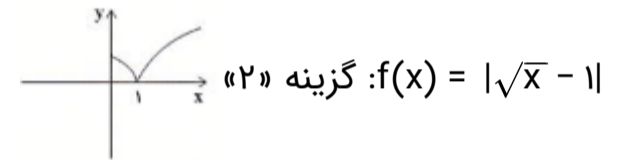
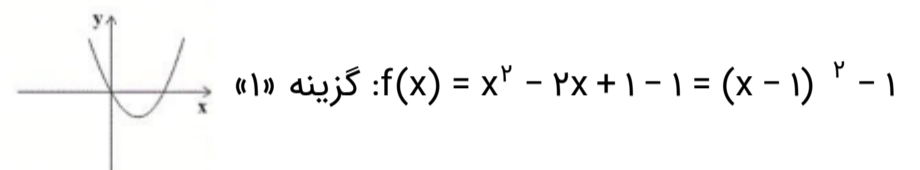
$$f(x) = x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

دقت کنید دامنه  $x \geq 0$  است.  $f(x_1)$  را برابر با  $f(x_2)$  قرار می‌دهیم  $(x_1, x_2 \in D_f)$ . اگر نتیجه بگیریم که  $x_1 = x_2$  است، آنگاه تابع یک‌به‌یک است.

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{x_1} + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} &= \left(\sqrt{x_2} + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\sqrt{x_1} + \frac{1}{4}\right)^2 = \left(\sqrt{x_2} + \frac{1}{4}\right)^2 \\ \Rightarrow \sqrt{x_1} + \frac{1}{4} &= \sqrt{x_2} + \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2 \end{aligned}$$

پس تابع یک‌به‌یک است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



سوال ۲۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۴

اگر  $f$  تابعی خطی با شیب مخالف صفر باشد، آنگاه همواره:

$$m_f \cdot m_{f^{-1}} = 1$$

با توجه به اینکه شیب  $f$ ، برابر  $m$  و شیب  $f^{-1}$  برابر  $\frac{1}{m}$  است، بنابراین:

$$m \cdot \frac{1}{m} = 1 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm \frac{1}{4}$$

سوال ۲۲

ساده | درصد پاسخگویی ۶۱% | قلمچی ۱۳۹۵

پاسخ: گزینه ۴

فرض می‌کنیم ضابطه‌ی تابع خطی  $f(x)=ax+b$  باشد، در نتیجه داریم:

$$f(۲) = ۵ \Rightarrow ۲a + b = ۵ \quad (۱)$$

$$f^{-1}(۸) = ۳ \Rightarrow f(۳) = ۸ \Rightarrow ۳a + b = ۸ \quad (۲)$$

با حل دستگاه دو معادله‌ی فوق داریم  $a=۳$  و  $b = -۱$ ، پس:

$$f(x) = ۳x - ۱ \Rightarrow f(۱۰) = ۳۰ - ۱ = ۲۹$$

سوال ۲۳

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۲% | قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۱

چون  $f^{-1}(x)$  از نقطه  $(a+۴, a)$  می‌گذرد، پس  $f(x)$  از نقطه  $(a, a+۴)$  عبور می‌کند. پس:

$$f(x) = \frac{۱-۲x}{۳x+۴} \xrightarrow{A(a, a+۴)} a+۴ = \frac{۱-۲a}{۳a+۴}$$

$$۳a^۲ + ۱۲a + ۴a + ۱۶ = ۱ - ۲a \Rightarrow ۳a^۲ + ۱۸a + ۱۵ = ۰$$

$$\Rightarrow a^۲ + ۶a + ۵ = ۰ \Rightarrow (a+۵)(a+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ a = -۵ \end{cases}$$

سوال ۲۴

ساده | درصد پاسخگویی ۶۲% | قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه (۲)

$$\begin{aligned} D_{\frac{fg}{f}} &= D_g \cap D_f - \{x | f(x) = 0\} \\ &= \{۳, ۴\} - \{۴\} = \{۳\} \\ \Rightarrow \frac{fg}{f} &= \left\{ \left( ۳, \frac{۲ \times ۵}{۲} \right) \right\} = \{(۳, ۵)\} \end{aligned}$$

سوال ۲۵

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۹% | قلمچی ۱۳۹۷ | گزینه های دام دار ۲

پاسخ: گزینه ۱

ضابطه تابع را می‌توان به صورت  $g(x) = ۱ + ۲|x - ۲|$  نوشت. بنابراین برای رسم نمودار آن از روی نمودار تابع  $f(x) = |x|$  کافی است نمودار تابع  $f$  را ابتدا ۲ واحد به راست انتقال دهیم تا نمودار  $y = |x - ۲|$  به دست آید. سپس عرض هر نقطه را ۲ برابر کرده تا نمودار  $y = ۲|x - ۲| = |۲x - ۴|$  حاصل شود. در انتها نمودار را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع  $g(x) = ۱ + |۲x - ۴|$  حاصل شود.

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

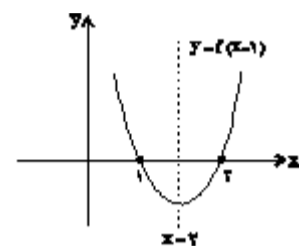
قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

از روی نمودار مشخص می‌شود که  $x = \frac{+2}{4} = 1$  محور تقارن تابع  $f$  می‌باشد. حال نمودار را یک واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم، که در این صورت محور تقارن نمودار جدید  $x = 2$  می‌باشد.



متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۴

برد وارون یک تابع همان دامنه تابع اصلی می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in \mathbb{R} | x \in D_f, f(x) \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} | f(x) \geq 0\}$$

با توجه به نمودار داده شده، تابع  $f(x)$  در بازه  $(-\infty, -2)$  کوچکتر از صفر می‌باشد، پس این بازه جزو دامنه  $g(x)$  و برد  $g^{-1}(x)$  قرار نمی‌گیرد. در میان گزینه‌های داده شده، تنها بازه  $(-3, -2)$  در بازه  $(-\infty, -2)$  قرار دارد؛ بنابراین پاسخ صحیح گزینه «۴» می‌باشد.

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$f(x) = \frac{2}{5}x - 4 \quad g(x) = x^3 + x$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda) = a \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = a$$

ابتدا  $f^{-1}(\lambda)$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-1}(\lambda) = m \Rightarrow f(m) = \lambda \Rightarrow \frac{2}{5}m - 4 = \lambda \Rightarrow m = 30$$

$$g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = g^{-1}(30) = a \Rightarrow g(a) = 30$$

$$\Rightarrow a^3 + a = 30 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه ها}} a = 3$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۳

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۲

$$f = \{(1, 10), (2, 0), (3, 8), (4, 12)\}$$

$$g^{-1} = \{(4, -1), (1, 2), (3, 0)\}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{g^{-1}} = \left\{ \left(1, \frac{10}{2}\right), \left(4, \frac{12}{-1}\right) \right\} = \{(1, 5), (4, -12)\}$$

دقت کنید که عدد ۳ عضو دامنه تابع  $\frac{f}{g^{-1}}$  نیست، زیرا  $g^{-1}(3) = 0$  است.

$$\text{حاصل ضرب اعضای برد} = 5 \times (-12) = -60$$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا دامنه تابع  $f \times g$  را می‌یابیم، و سپس به ازای هر  $x_0 \in D_f \cap D_g$  مقدار  $f(x_0) \times g(x_0)$  را محاسبه می‌کنیم:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}, \quad D_g = \{0, 3, 2, 1\}$$

$$\Rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 3, 1\}$$

$$f \times g = \{(0, f(0) \times g(0)), (3, f(3) \times g(3)), (1, f(1) \times g(1))\}$$

$$f \times g = \left\{ \left(0, -\frac{1}{4} \times 4\right), \left(3, \frac{4}{5} \times (-1)\right), \left(1, -\frac{2}{3} \times 2\right) \right\}$$

$$f \times g = \left\{ (0, -1), \left(3, -\frac{4}{5}\right), \left(1, -\frac{4}{3}\right) \right\}$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۵%

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۲

$$D_f : n - 3x \geq 0 \Rightarrow n \geq 3x \Rightarrow x \leq \frac{n}{3}$$

$$D_g : x - 3m \geq 0 \Rightarrow x \geq 3m$$

طبق زوج مرتب داده شده، متوجه می‌شویم که  $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1\}$  اشتراک دامنه‌ها باید  $x = 1$  باشد، در نتیجه:

$$3m = \frac{n}{3} = 1$$

$$3m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$\frac{n}{3} = 1 \Rightarrow n = 3$$

حال با جایگذاری مقادیر فوق در توابع داریم:

$$f(x) + g(x) = \sqrt{3 - 3x} + \sqrt{x - 3\left(\frac{1}{3}\right)} = \sqrt{3 - 3x} + \sqrt{x - 1}$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) + g(1) = \sqrt{3 - 3} + \sqrt{1 - 1}$$

$$= 0 + 0 = 0 \xrightarrow{(f+g)(1)=a} a = 0$$

طبق فرض

بنابراین:

$$am + n = 0 \times \frac{1}{3} + 3 = 3$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۳%

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار داریم:  $y = x - 2 \xrightarrow{x=f} y = 2$  :  $(0, -2), (2, 0)$

برد تابع  $f(x - 2)$  با تابع  $f(x)$  برابر است. بنابراین:

$$R_{f(x)} = [-2, 2]$$

$$\Rightarrow R_{3f(x)} = [-6, 6]$$

$$\Rightarrow R_{3f(x)-1} = [-7, 5]$$

$$\Rightarrow 0 \leq |3f(x) - 1| \leq 7 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{|3f(x) - 1|} \leq \sqrt{7}$$



متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۸

گزینه های دام دار ۴

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دامنه تابع  $y = (f \cdot g)(x)$  را می یابیم:

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$D_f : x - 2 > 0 \Rightarrow x \in (2, +\infty)$$

$$D_g : \left. \begin{array}{l} x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in [2, +\infty) \Rightarrow D_{f \cdot g} = (2, +\infty)$$

$$y = (f \cdot g)(x) = f(x) \times g(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x - 2}} \times \frac{\sqrt{x - 2}}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x^2 - 1} \Rightarrow y = (f \cdot g)(x) = x^2 + 1$$

این تابع در بازه  $(2, +\infty)$  صعودی است.

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\left\{ \begin{array}{l} D_f : 3x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a}{3} \Rightarrow D_f = \left[\frac{a}{3}, +\infty\right) \\ D_g : \mathbb{R} - \left\{\frac{b}{2}\right\} \end{array} \right.$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right) - \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

$$= \left[\frac{a}{3}, +\infty\right) - \left\{\frac{b}{2}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۹%

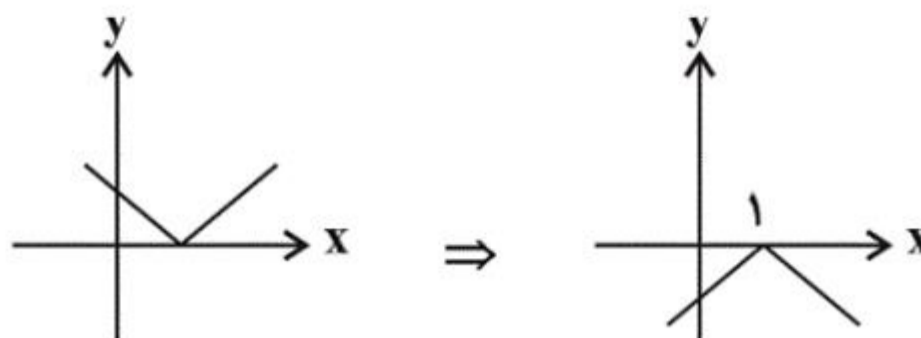
قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۱

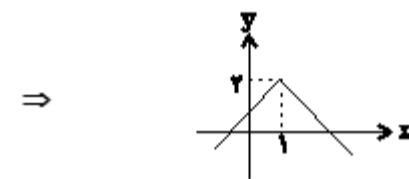
گزینه (۱)

(۱) ابتدا نمودار  $g$  را در راستای افقی یک واحد به راست می‌بریم، سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم و ۲ واحد در راستای قائم بالا می‌بریم.



$$y = |x - 1|$$

$$y = -|x - 1|$$



$$y = -|x - 1| + 2$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.



نام و نام خانوادگی:

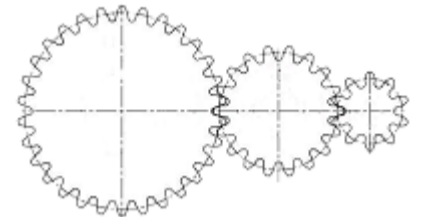
نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۴ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

متوسط    درصد پاسخگویی ۲۶%    قلمچی ۱۳۹۸

①

چرخ‌دنده‌هایی با شعاع‌های ۲، ۳ و ۸ مطابق شکل مفروض‌اند. اگر بخواهیم کوچک‌ترین چرخ‌دنده دقیقاً یک دور کامل بچرخد، بزرگ‌ترین چرخ‌دنده را باید چند رادیان بچرخانیم؟

(۱)  $\frac{\pi}{4}$ (۳)  $\frac{\pi}{2}$ (۲)  $\frac{2\pi}{5}$ (۴)  $\frac{3\pi}{5}$ 

ساده    درصد پاسخگویی ۴۶%    قلمچی ۱۳۹۹

②

کدام گزینه نمی‌تواند زوایای داخلی یک مثلث باشد؟

(۴)  $30^\circ, \frac{\pi}{6} \text{ rad}, \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ (۳)  $20^\circ, \frac{7\pi}{18} \text{ rad}, \frac{5\pi}{9} \text{ rad}$ (۲)  $75^\circ, \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \frac{\pi}{11} \text{ rad}$ (۱)  $72^\circ, \frac{2\pi}{5} \text{ rad}, \frac{\pi}{5} \text{ rad}$ 

ساده    درصد پاسخگویی ۴۳%    قلمچی ۱۳۹۶

③

انتهای کمان  $-\frac{5\pi}{8}$  رادیان روی دایره مثلثاتی در کدام ناحیه قرار دارد؟

(۱) اول

(۳) سوم

(۲) دوم

(۴) چهارم

متوسط    درصد پاسخگویی ۲۳%    قلمچی ۱۳۹۶

④

شعاع چرخ کوچک یک تراکتور ۵۰ سانتی‌متر و شعاع چرخ بزرگ آن ۸۰ سانتی‌متر است. اگر چرخ بزرگ مسافت ۲۰ متر را طی کرده باشد، چرخ کوچک چه زاویه‌ای را برحسب رادیان طی می‌کند؟

(۴) ۴۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

ساده    درصد پاسخگویی ۴۰%    قلمچی ۱۳۹۷

⑤

اگر اندازه یک زاویه برحسب رادیان ۳ برابر شود به اندازه آن زاویه برحسب درجه،  $60^\circ$  اضافه می‌شود. اندازه زاویه اولیه برحسب رادیان کدام است؟

(۴)  $\frac{\pi}{3}$ (۳)  $\frac{\pi}{4}$ (۲)  $\frac{\pi}{6}$ (۱)  $\frac{\pi}{12}$ 

دشوار    درصد پاسخگویی ۶%    قلمچی ۱۳۹۶    گزینه‌های دام‌دار ۱

⑥

در یک مثلث متساوی‌الساقین، مجموع دو زاویه نابرابر  $\frac{360}{\pi}$  درجه است. اندازه زاویه کوچکتر بر حسب رادیان تقریباً کدام است؟ ( $\pi \approx 3.14$ )

(۲)  $1/24$ (۴)  $0.76$ (۱)  $1/14$ (۳)  $0.86$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۳

۷

مجموع دو زاویه،  $\frac{84}{9}\pi$  رادیان و تفاضل آن ها  $162^\circ$  درجه است. زاویه کوچکتر برحسب رادیان کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$  (۴)

$\frac{\pi}{3}$  (۳)

$\frac{\pi}{6}$  (۲)

$\frac{\pi}{12}$  (۱)

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۸

۸

مساحت شکل گسترده قیفی مخروطی شکل به شعاع قاعده ۳، برابر  $45\pi$  است. اندازه زاویه شکل گسترده (قطاع) این قیف چند درجه است؟

۷۲ (۴)

۹۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۳۹۷

۹

قطر چرخ جلوی درشکه‌ای یک متر و قطر چرخ عقب آن  $120$  سانتی‌متر است. وقتی چرخ جلو  $70$  درجه می‌چرخد، چرخ عقب چند رادیان خواهد چرخید؟

$\frac{7}{18}\pi$  (۲)

$\frac{42}{71}\pi$  (۴)

$\frac{35}{108}\pi$  (۱)

$\frac{14}{23}\pi$  (۳)

متوسط

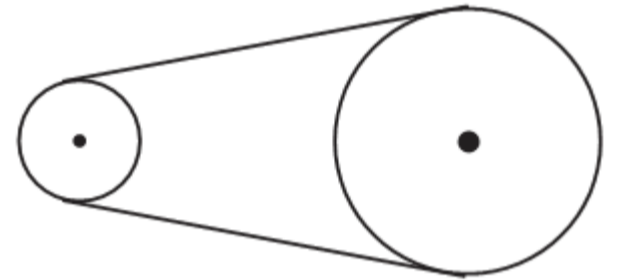
درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۲

۱۰

در شکل زیر، یک تسمه به طول  $\pi$  متر، دو قرقره به شعاع‌های  $40$  و  $10$  سانتی‌متر را به هم وصل کرده است. اگر تسمه  $20$  دور بچرخد، قرقره‌های کوچک و بزرگ به ترتیب از راست به چپ چند رادیان می‌چرخند؟



$100\pi, 200\pi$  (۱)

$100\pi, 400\pi$  (۲)

$50\pi, 200\pi$  (۳)

$50\pi, 400\pi$  (۴)

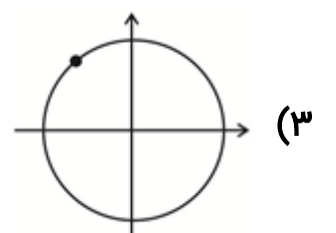
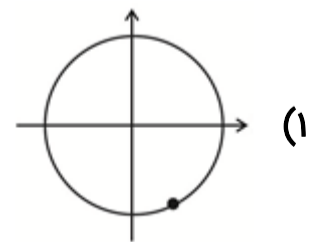
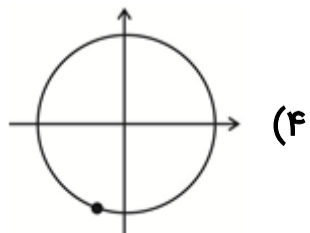
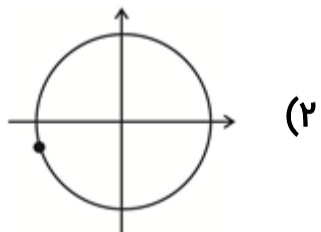
ساده

درصد پاسخگویی ۴۶%

قلمچی ۱۳۹۶

۱۱

مجموع دو زاویه  $72^\circ$  و تفاضل آن دو زاویه  $\frac{\pi}{15}$  رادیان می‌باشد. اگر اندازه زاویه بزرگتر برابر  $x$  درجه باشد، زاویه  $(5x - 10^\circ)$  به طور تقریبی روی دایره مثلثاتی کدام است؟



متوسط

درصد پاسخگویی ۳۵%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۲

مقدار عبارت  $\frac{2 \sin 200^\circ + \cos 290^\circ}{\sin 160^\circ + 2 \cos 70^\circ}$  کدام است؟

۱ (۴)

-۳ (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{1}{3}$  (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۶

۱۳

حاصل  $A = \log \tan 1^\circ + \log \tan 2^\circ + \dots + \log \tan 88^\circ + \log \tan 89^\circ$  کدام است؟

-۱ (۴)

صفر (۳)

۱ (۲)

 $\frac{\pi}{2}$  (۱)

دشواری

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۴

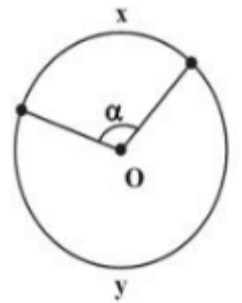
اگر  $\tan(\frac{3\pi}{4} - \theta) = 5 \cos(\pi + \theta)$  و  $\theta$  در ربع چهارم نباشد،  $\tan \theta$  کدام است؟ ( $\cos \theta \neq 0$ ) $\frac{1}{4}$  (۲) $-\frac{1}{4}$  (۴) $\frac{1}{3}$  (۱) $-\frac{1}{3}$  (۳)

ساده

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۵

در دایره مثلثاتی زیر، نسبت  $\frac{y}{x}$  برابر ۲ است.  $\cos(\alpha)$  کدام است؟ $\frac{1}{2}$  (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱) $-\frac{1}{2}$  (۳)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۶

کدام یک از تساوی‌های زیر نادرست است؟

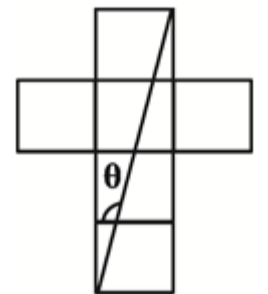
 $\cos 84^\circ = -\sin 3^\circ$  (۲) $\sin 74^\circ = \cos 5^\circ$  (۴) $\cot(-1000^\circ) = \cot 8^\circ$  (۱) $\tan(-678^\circ) = \tan 42^\circ$  (۳)

دشواری

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۷

اگر شکل مقابل باز شده یک مکعب به ضلع واحد باشد، مقدار  $\sin \theta$  کدام است؟ $\frac{3}{\sqrt{10}}$  (۲) $\frac{3}{4}$  (۴) $\frac{1}{4}$  (۱) $\frac{4}{\sqrt{17}}$  (۳)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۸

اگر  $\sin(\pi + x) = \frac{1}{\sqrt{15}} + \sin(\pi - x)$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیه سوم باشد، حاصل  $\cot(\frac{\pi}{4} + x)$  کدام است؟ $-\sqrt{15}$  (۴) $\sqrt{15}$  (۳) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$  (۲) $\frac{1}{\sqrt{15}}$  (۱)

دشوار قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۰%

۱۹

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو زاویه حاده باشند، به طوری که  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$  و  $\cot(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{4}$ ، آنگاه مقدار A کدام است؟

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-\frac{72}{125} \quad (2)$$

$$-\frac{24}{125} \quad (4)$$

$$\frac{24}{125} \quad (1)$$

$$\frac{72}{125} \quad (3)$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۹

۲۰

اگر در معادله  $\sin(x + \frac{\pi}{8}) = \cos(3x + \frac{\pi}{8})$ ،  $(x + \frac{\pi}{8})$  و  $(3x + \frac{\pi}{8})$  دو زاویه حاده باشند، آنگاه حاصل  $\cos 4x + \cot 8x + \sin 16x$  کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$-1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۲%

۲۱

حاصل عبارت  $\sin(-\frac{7\pi}{6}) + 2 \tan(\frac{25\pi}{6}) - 3 \cos(\frac{124\pi}{3})$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۵%

۲۲

اگر  $a = \frac{\sin 140^\circ + 2 \cos 310^\circ}{4 \sin 230^\circ + \sin 400^\circ}$  باشد، مقدار  $\cot 130^\circ$  بر حسب a کدام است؟

$$\frac{3-a}{Fa} \quad (4)$$

$$\frac{Fa}{3-a} \quad (3)$$

$$\frac{a-3}{Fa} \quad (2)$$

$$\frac{Fa}{a-3} \quad (1)$$

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۱۷%

۲۳

اگر  $\tan 50^\circ = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{2 \sin 130^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 40^\circ - 2 \cos 230^\circ}$  برابر کدام است؟

$$\frac{17}{16} \quad (4)$$

$$-\frac{17}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{16} \quad (2)$$

$$\frac{7}{4} \quad (1)$$

متوسط قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۲۵%

۲۴

در تابع مثلثاتی  $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 1$  در فاصله  $[\frac{\pi}{4}, 2\pi]$  کمترین مقدار تابع کدام است؟

$$-3 \quad (2)$$

$$-1 \quad (4)$$

$$-4 \quad (1)$$

$$-2 \quad (3)$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۹

۲۵

نمودار تابع  $y = \sin(\frac{\pi}{12} - x) + 1$  از کدام نقطه زیر عبور نمی‌کند؟

$$(\frac{3\pi}{4}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}) \quad (4)$$

$$(\frac{\pi}{3}, \frac{2-\sqrt{2}}{2}) \quad (3)$$

$$(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}) \quad (2)$$

$$(\frac{5\pi}{12}, \frac{2-\sqrt{3}}{2}) \quad (1)$$

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۷%

۲۶

مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع  $y = \sqrt{\cos x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$$15 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

دشوار قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۰% گزینه های دام دار ۲

۲۷

نمودار تابع f را روی محور لایه یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم و سپس آن را روی محور xها به اندازه  $\frac{\pi}{3}$  به سمت چپ منتقل می‌کنیم. ضابطه تابع در این صورت  $y = \sin x$  خواهد شد. مقدار  $f(\frac{\pi}{6})$  کدام است؟

$$-\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

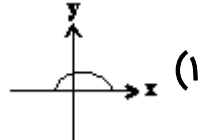
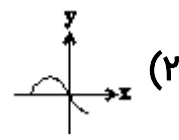
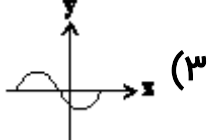
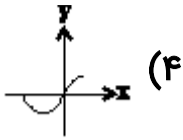
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۸

تابع  $y = 2 \sin(\frac{3\pi}{4} - x) + 1$  را  $\frac{\pi}{3}$  به راست و ۱ واحد به پایین می‌بریم. نمودار جدید در اطراف محورهای شبیه کدام یک از موارد زیر است؟



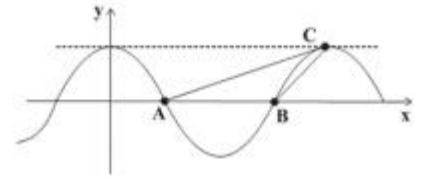
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۹

شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = \cos x$  است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۲)  $\frac{\pi}{2}$   
(۴)  $\frac{3\pi}{2}$

(۱)  $\frac{\pi}{4}$   
(۳)  $\pi$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۰

تابع  $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6}) - 1$  در بازه  $(\frac{\pi}{6}, a)$  یک به یک است، بیشترین مقدار a کدام است؟

(۴)  $\frac{5\pi}{3}$ (۳)  $\frac{2\pi}{3}$ (۲)  $\pi$ (۱)  $\frac{\pi}{2}$ 

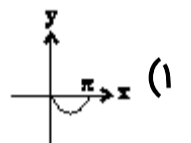
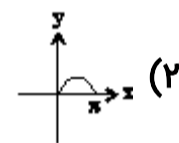
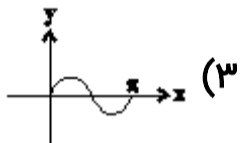
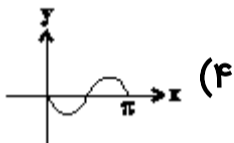
ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۱

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x)$  در بازه  $[0, \pi]$  کدام است؟



دشوار

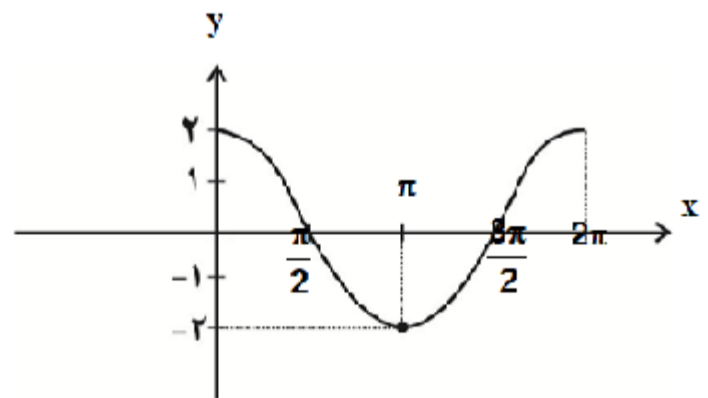
درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۴

۳۲

نمودار تابع  $f(x) = a \sin(x + b)$  به صورت زیر است. اگر  $-\pi \leq b \leq \pi$  باشد، در این صورت  $f(\frac{\pi}{3})$  کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۱/۲

(۳) -۱/۲

(۴)  $\sqrt{3}$ 

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۳

بیشترین مقدار تابع با ضابطه  $y = -\cos(x + 3) + 2$  کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۳

ساده

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۴

نمودارهای توابع  $y = -|\sin x|$  و  $y = -\frac{1}{x}$  در بازه  $(-\pi, \pi)$ ، در چند نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

دشوار

قلمچی ۱۳۹۹

۳۵

تعداد تابع  $y = \sin x$  در بازه‌های .....،  $(k \in \mathbb{Z})$  سه بار محور  $x$ ها را قطع می‌کند و حداقل مقدار تابع  $y = -2\cos x + 1$  برابر ..... است.

۴ (۴)  $[-2k\pi, (2k+1)\pi]$ ، (-۱)۳ (۳)  $[-2k\pi, (2k+1)\pi]$ ، (-۲)۲ (۲)  $[-2k\pi, (2k+2)\pi]$ ، (-۱)۱ (۱)  $[-2k\pi, (2k+2)\pi]$ ، (-۲)





نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۴ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

متوسط ۲۶٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

هر نقطه روی محیط چرخ‌دنده‌ها، به هنگام چرخش مسافت یکسانی را طی می‌کنند. چرخ‌دنده کوچک یک دور می‌چرخد و محیط آن  $4\pi$  است، بنابراین هر نقطه روی محیط چرخ‌دنده بزرگ نیز مسافت  $4\pi$  را طی می‌کند؛ یعنی طبق رابطه  $\theta = \frac{l}{r}$ ، این چرخ‌دنده باید  $\frac{4\pi}{\frac{4\pi}{8}} = \frac{4\pi}{\frac{\pi}{2}} = 8$  رادیان بچرخد.

ساده ۴۶٪ درصد پاسخگویی ۱۳۹۹ قلمچی

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{گزینه «۱» : } \frac{\pi}{5} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 36^\circ, \frac{2\pi}{5} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 72^\circ$$

$$\Rightarrow 36^\circ + 72^\circ + 72^\circ = 180^\circ$$

$$\text{گزینه «۲» : } \frac{\pi}{12} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 15^\circ, \frac{\pi}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 15^\circ + 90^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

$$\text{گزینه «۳» : } \frac{5\pi}{9} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 100^\circ, \frac{7\pi}{18} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 70^\circ$$

$$\Rightarrow 100^\circ + 70^\circ + 20^\circ = 190^\circ > 180^\circ \text{ نادرست}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \frac{2\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 120^\circ, \frac{\pi}{6} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow 120^\circ + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

تذکر: برای محاسبه زاویه برحسب درجه کافی است زاویه برحسب رادیان را در  $\frac{180^\circ}{\pi}$  ضرب کنیم.

ساده درصد پاسخگویی ۴۳% قلمچی ۱۳۹۶

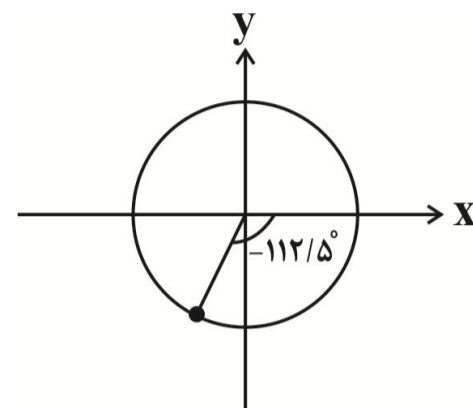
سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

با ضرب زاویه داده شده در  $\frac{18^\circ}{\pi}$  اندازه زاویه بر حسب درجه را می‌یابیم:

$$-\frac{5\pi}{8} \times \frac{18^\circ}{\pi} = -\frac{5 \times 18^\circ}{8} = -5 \times (22/5)^\circ = -112/5^\circ$$

چون زاویه منفی است، پس در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنیم و انتهای کمان را می‌یابیم:



پس انتهای کمان در ناحیه سوم قرار دارد.

متوسط درصد پاسخگویی ۲۳% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

مقدار مسافتی که هر یک از چرخ‌ها روی زمین طی می‌کنند، یکسان است. پس:

$$L = r\theta \xrightarrow[r=0.5 \text{ m}]{L=20 \text{ m}} \theta = \frac{L}{r} = \frac{20}{0.5} = 40 \text{ rad}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

اگر اندازه زاویه بر حسب درجه  $\alpha$  و بر حسب رادیان  $R$  باشد می‌توان گفت:

$$\frac{\alpha}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

حال اندازه زاویه بر حسب درجه  $\alpha + 60^\circ$  و بر حسب رادیان  $3R$  می‌باشد، پس:

$$\frac{\alpha + 60^\circ}{180^\circ} = \frac{3R}{\pi} \Rightarrow \frac{\alpha + 60^\circ}{180^\circ} = 3 \times \frac{R}{\pi} \xrightarrow{\frac{R}{\pi} = \frac{\alpha}{180^\circ}} \frac{\alpha + 60^\circ}{180^\circ} = \frac{3\alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow 3\alpha = \alpha + 60^\circ \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \frac{30^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۶% | دشوار

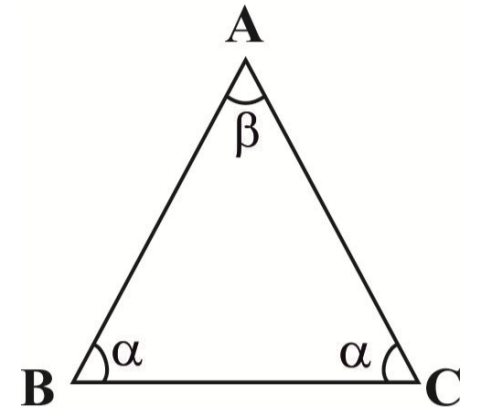
سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا  $\frac{36^\circ}{\pi}$  را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{36^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{180^\circ} = 2$$

چون مثلث متساوی‌الساقین است، پس با توجه به شکل زیر داریم:



(\*) رادیان  $\alpha + \beta = 2$  = مجموع دو زاویه نابرابر

از طرفی در هر مثلث داریم:

$$\alpha + \alpha + \beta = \pi \Rightarrow 2\alpha + \beta = \pi \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**)-(*)} \alpha = \pi - 2 \quad \xrightarrow{(*)} \beta = 4 - \pi \quad \text{رادیان}$$

از آنجا که  $\pi \approx 3/14$  بنابراین:

$$\beta \approx 4 - 3/14 = 0/86 \quad \text{رادیان}$$

گزینه های دام دار ۳ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۲۵% | متوسط

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

دو زاویه را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{14}{9}\pi \\ \alpha - \beta = 162^\circ \end{cases} \xrightarrow{\pi=180^\circ} \begin{cases} \alpha + \beta = 168^\circ \\ \alpha - \beta = 162^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 168^\circ \\ -\alpha + \beta = -162^\circ \end{cases}$$

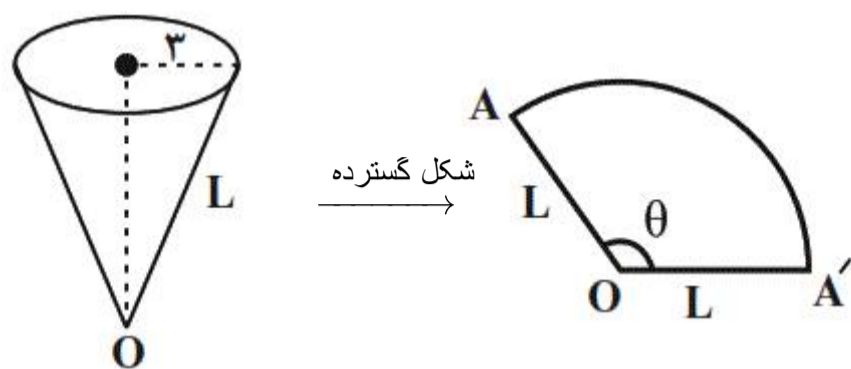
$$\Rightarrow 2\beta = 6^\circ \Rightarrow \beta = 3^\circ, \alpha = 165^\circ$$

$$\text{ریاضی ۲ فصل ۴ آموزشی/preview/388320/exams/teacher/web.peleyad.com} \quad \beta = 3^\circ \Rightarrow \frac{3^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{\pi}{60} \text{ rad}$$

دشوار ۱۰٪ پاسخگویی ۱۳۹۸ قلمچی

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴



محیط قاعده مخروط برابر طول کمان AA' است.

$$\Rightarrow 2\pi(r) = 6\pi = L\theta \Rightarrow L = \frac{6\pi}{\theta}$$

از طرفی مساحت قطاعی با زاویه  $\theta$  از دایره‌ای به شعاع L از رابطه  $S = \frac{1}{2}\theta L^2$  به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{2}\theta \left(\frac{6\pi}{\theta}\right)^2 = \frac{18\pi^2}{\theta} = 45\pi \Rightarrow \theta = \frac{18\pi^2}{45\pi} = \frac{2\pi}{5} \text{ rad} = 72^\circ$$

ساده ۳۸٪ پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا  $70^\circ$  را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180} \Rightarrow R = \frac{70}{180}\pi = \frac{7}{18}\pi$$

مقدار مسافت طی شده هر دو چرخ با هم برابر است؛ بنابراین:

$$L = r_1\theta_1 \Rightarrow L = 50 \times \frac{7}{18}\pi$$

برای چرخ عقب به شعاع  $60$  سانتی‌متر خواهیم داشت:

$$L = r_2\theta_2 \Rightarrow 50 \times \frac{7}{18}\pi = 60 \times \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{35}{108}\pi$$

متوسط ۱۳٪ پاسخگویی ۱۳۹۷ قلمچی گزینه های دام دار ۲

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

طول تسمه  $100\pi$  سانتی‌متر است. وقتی  $20$  دور می‌چرخد، هر نقطه روی آن،  $2000\pi$  سانتی‌متر می‌چرخد. این یعنی هر نقطه روی محیط قرقره‌ها نیز کمانی به طول  $2000\pi$  سانتی‌متر را می‌چرخد. پس کافی است این مسافت را بر شعاع هر کدام از قرقره‌ها تقسیم کنیم، تا تعداد زاویه دوران آن‌ها برحسب رادیان به دست آید:

$$\text{رادیان } \theta_1 = \frac{2000\pi}{10} = 200\pi \text{ : قرقره کوچک}$$

$$\text{رادیان } \theta_2 = \frac{2000\pi}{40} = 50\pi \text{ : قرقره بزرگ}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۶% قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۱

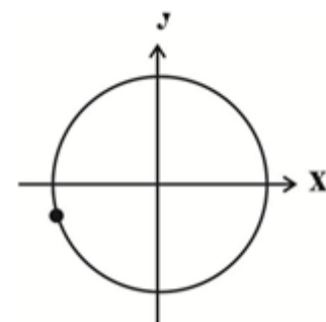
پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{\pi}{15} = \frac{D}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow D = \frac{180^\circ}{15} = 12^\circ \Rightarrow \begin{cases} x + y = 72^\circ \\ x - y = 12^\circ \end{cases} \Rightarrow 2x = 84^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 42^\circ \\ y = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow (5x - 10^\circ) = 200^\circ$$

پس برای زاویه  $5x - 10^\circ$  به طور تقریبی داریم:



متوسط درصد پاسخگویی ۳۵% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 290^\circ = \cos(360^\circ - 70^\circ) = \cos 70^\circ = \sin 20^\circ \\ \sin 160^\circ = \sin(180^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ \\ \cos 70^\circ = \sin 20^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2 \sin 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ + 2 \sin 20^\circ} = -\frac{1}{3}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم:

$$\log a + \log b + \log c + \dots = \log(a \times b \times c \times \dots)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} A &= \log \tan 1^\circ + \log \tan 2^\circ + \dots + \log \tan 88^\circ + \log \tan 89^\circ \\ &= \log(\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ) \end{aligned}$$

اکنون عبارت جلوی log را کمی تغییر می‌دهیم. یعنی:

$$\tan 89^\circ = \cot 1^\circ, \quad \tan 88^\circ = \cot 2^\circ, \quad \dots$$

$$A = \log(\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 44^\circ$$

$$\times \tan 45^\circ \times \tan 46^\circ \times \tan 47^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ)$$

$$A = \log((\tan 1^\circ \times \cot 1^\circ) \times (\tan 2^\circ \times \cot 2^\circ) \times \dots \times \tan 45^\circ)$$

$$= \log(1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1) = \log 1 = 0$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

$$3 \tan\left(\frac{3\pi}{4} - \theta\right) = 5 \cos(\pi + \theta) \Rightarrow 3 \cot \theta = -5 \cos \theta \Rightarrow \frac{3 \cos \theta}{\sin \theta} = -5 \cos \theta$$

$$\xrightarrow{\cos \theta \neq 0} \sin \theta = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\theta \text{ در ربع چهارم نیست}}$$

$$\theta \text{ در ربع سوم است} \Rightarrow \tan \theta > 0$$

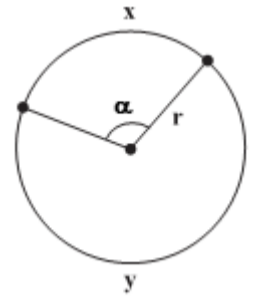
$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\frac{9}{25}} \Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{16}{9}$$

$$\xrightarrow{\cot \theta > 0} \cot \theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan \theta = \frac{3}{4}$$

ساده درصد پاسخگویی ۳۶% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳



با توجه به دایره فوق داریم:

$$x = r\alpha; y = r(2\pi - \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{r(2\pi - \alpha)}{r\alpha} = \frac{2\pi - \alpha}{\alpha} = 2$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۵% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم برای سینوس و کسینوس، مضارب صحیح  $2\pi$  یا  $360^\circ$  حذف می‌شوند و برای تانژانت و کتانژانت، مضارب صحیح  $\pi$  یا  $180^\circ$  حذف می‌شوند، پس:

گزینه (۱):

$$\cot(-1000^\circ) = -\cot 1000^\circ = -\cot(3 \times 360^\circ - 80^\circ)$$

$$= -\cot(-80^\circ) = \cot 80^\circ \quad \checkmark$$

گزینه (۲):

$$\cos 845^\circ = \cos(2 \times 360^\circ + 125^\circ) = \cos 125^\circ$$

$$= \cos(90^\circ + 35^\circ) = -\sin 35^\circ \quad \checkmark$$

گزینه (۳):

$$\tan(-678^\circ) = -\tan(678^\circ) = -\tan(2 \times 360^\circ - 42^\circ)$$

$$= -\tan(-42^\circ) = \tan 42^\circ \quad \checkmark$$

گزینه (۴):

$$\sin 745^\circ = \sin(2 \times 360^\circ + 25^\circ) = \sin 25^\circ = \cos 65^\circ$$

دشواری: دشوار

درصد پاسخگویی: ۱۰%

قلمچی: ۱۳۹۷

سوال: ۱۷

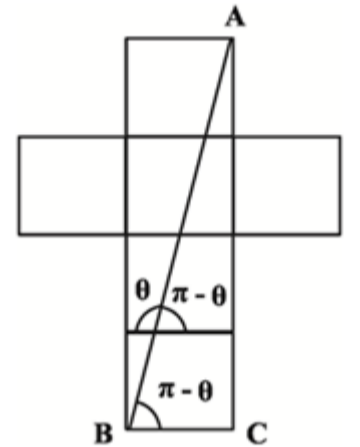
پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم  $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$  است، پس برای محاسبه  $\sin \theta$ ، می‌توانیم در مثلث  $ABC$  سینوس زاویه  $(\pi - \theta)$  را محاسبه کنیم. با توجه به رابطه فیثاغورس ضلع  $AB$  را به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 4^2 + 1^2 = 17 \Rightarrow AB = \sqrt{17}$$

بنابراین داریم:

$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$



متوسط

درصد پاسخگویی: ۲۵%

قلمچی: ۱۳۹۷

سوال: ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا توجه کنید که:

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

بنابراین:

$$\sin(\pi + x) = \frac{1}{4} + \sin(\pi - x)$$

$$\Rightarrow -\sin x = \frac{1}{4} + \sin x \Rightarrow 2 \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x \Rightarrow 16 = 1 + \cot^2 x \Rightarrow \cot^2 x = 15$$

$x$  در ناحیه سوم

$$\cot x = \sqrt{15}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = -\tan x = -\frac{1}{\cot x} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$



دشواری: ۱۰٪ پاسخگویی: ۱۳۹۷ قلمچی

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  متمم یکدیگرند، بنابراین سینوس یکی با کسینوس دیگری و تانژانت یکی با کتانژانت دیگری برابر است. بنابراین:

$$\cot\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\begin{matrix} 0 < \alpha < \frac{\pi}{4} \\ \longrightarrow \end{matrix} \cos \alpha = +\frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \xrightarrow{0 < \alpha < \frac{\pi}{4}} \sin \alpha = +\frac{3}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha = \cot \beta = \frac{3}{4} \\ \cot \alpha = \tan \beta = \frac{4}{3} \\ \sin \alpha = \cos \beta = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha = \sin \beta = \frac{4}{5} \end{array} \right.$$

$$A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) - \sin(\beta - \gamma\pi) + \sin(\alpha + \beta)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \tan\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) + \sin(\gamma\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)} = \frac{-\sin \alpha - \sin \beta + 1}{-\cot \alpha - \cot \beta}$$

$$= \frac{-\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 1}{-\frac{4}{3} - \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{25}{12}} = \frac{24}{125}$$

دشواری: ۱۳۹۹ قلمچی

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

برای دو زاویه حاده  $\alpha, \beta$ ، اگر  $\sin \alpha = \cos \beta$  باشد، آنگاه  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  است:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow x + \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$4x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{16}$$

$$\begin{aligned} \cos 4x + \cot 4x + \sin 16x \\ = \cos 4\left(\frac{\pi}{16}\right) + \cot 4\left(\frac{\pi}{16}\right) + \sin 16\left(\frac{\pi}{16}\right) \end{aligned}$$

$$= \cos \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{4} + \sin \pi = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۲% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۳

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(-\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\tan\frac{7\pi}{6} = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{6} = 1$$

$$\cos\frac{12\pi}{3} = \cos(4\pi + \frac{\pi}{3}) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \frac{1}{2} + 2(1) - 3\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} = 4$$

دشوار درصد پاسخگویی ۵% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

$$a = \frac{\sin(180^\circ - 40^\circ) + 2 \cos(270^\circ + 40^\circ)}{4 \sin(270^\circ - 40^\circ) + \sin(360^\circ + 40^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 40^\circ + 2 \sin 40^\circ}{-4 \cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{3 \sin 40^\circ}{\sin 40^\circ - 4 \cos 40^\circ}$$

با تقسیم صورت و مخرج کسر فوق بر  $\cos 40^\circ$  داریم:

$$a = \frac{3 \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ}}{\frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} - \frac{4 \cos 40^\circ}{\cos 40^\circ}} = \frac{3 \tan 40^\circ}{\tan 40^\circ - 4} = a$$

$$\Rightarrow \tan 40^\circ = \frac{fa}{a - 3}$$

از آنجا که  $\cot 130^\circ = \cot(90^\circ + 40^\circ) = -\tan 40^\circ$  است، داریم:

$$\cot 130^\circ = \frac{fa}{3-a}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۷% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{2 \sin(180^\circ - 50^\circ) + \sin(90^\circ - 50^\circ)}{\cos(90^\circ - 50^\circ) - 2 \cos(180^\circ + 50^\circ)} = \frac{2 \sin 50^\circ + \cos 50^\circ}{\sin 50^\circ + 2 \cos 50^\circ}$$

$$\div \cos 50^\circ \quad \frac{2 \frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ} + \frac{\cos 50^\circ}{\cos 50^\circ}}{\frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ} + 2 \frac{\cos 50^\circ}{\cos 50^\circ}}$$

$$= \frac{2 \tan 50^\circ + 1}{\tan 50^\circ + 2} = \frac{2(1/2) + 1}{1/2 + 2} = \frac{3/2}{3/2} = \frac{17}{16}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

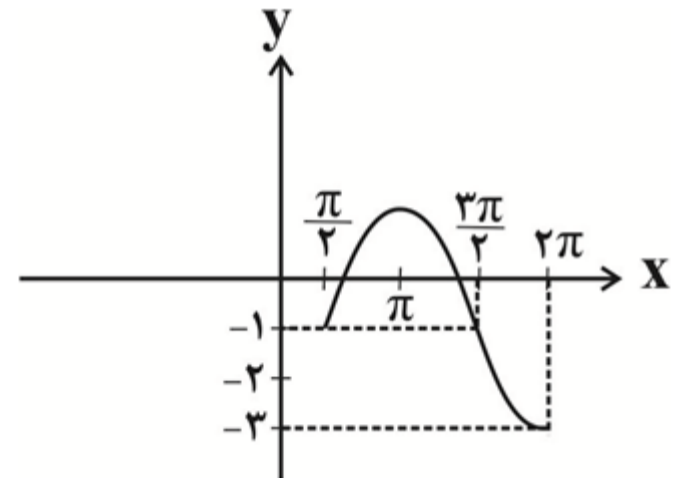
قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نقاط زیر تابع را رسم می‌کنیم.

$$\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), (\pi, 1), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, -3)$$



بنابراین کمترین مقدار -۳ است.

دشوار

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»:

گزینه «۱»:

$$\sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{5\pi}{12}\right) + 1 = \sin\left(-\frac{4\pi}{12}\right) + 1$$

$$-\sin\frac{\pi}{3} + 1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

گزینه «۲»:

$$\sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = \sin\left(-\frac{2\pi}{12}\right) + 1 = -\sin\frac{\pi}{6} + 1 = +\frac{1}{2}$$

گزینه «۳»:

$$\sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = \sin\left(-\frac{2\pi}{12}\right) + 1 = -\sin\frac{\pi}{6} + 1$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

گزینه «۴»:

$$\sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{3\pi}{4}\right) + 1 = \sin\left(-\frac{8\pi}{12}\right) + 1 = -\sin\frac{2\pi}{3} + 1$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین نمودار تابع  $y = \sin\left(\frac{\pi}{12} - x\right) + 1$  از نقطه  $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$  عبور نمی‌کند.

سوال ۲۶

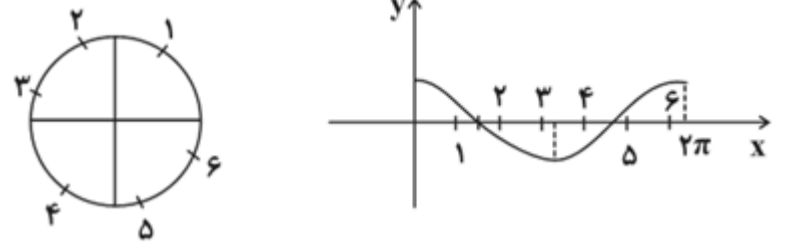
متوسط

درصد پاسخگویی ۱۷%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۳

اعداد صحیح ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند. با توجه به دایره مثلثاتی و نمودار تابع  $y = \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$ ، مقدار تابع  $y = \cos x$  به ازای اعداد صحیح ۰، ۱، ۵ و ۶ مثبت و به ازای اعداد صحیح ۲، ۳ و ۴ منفی است.



پس مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع  $y = \sqrt{\cos x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  برابر است با:  $0 + 1 + 5 + 6 = 12$

سوال ۲۷

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۲

پاسخ: گزینه ۴

برای رسیدن به تابع  $f$  از تابع  $y = \sin x$  شروع می‌کنیم و برعکس عملیات انجام شده را روی این تابع انجام می‌دهیم.

به اندازه  $\frac{\pi}{3}$  روی محور  $x$ ها به سمت راست انتقال می‌دهیم.

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم:  $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 1 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه (۳)

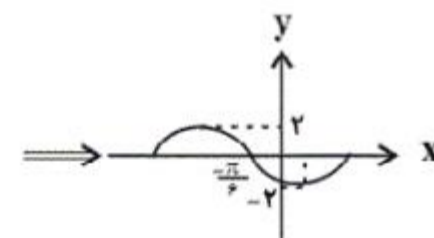
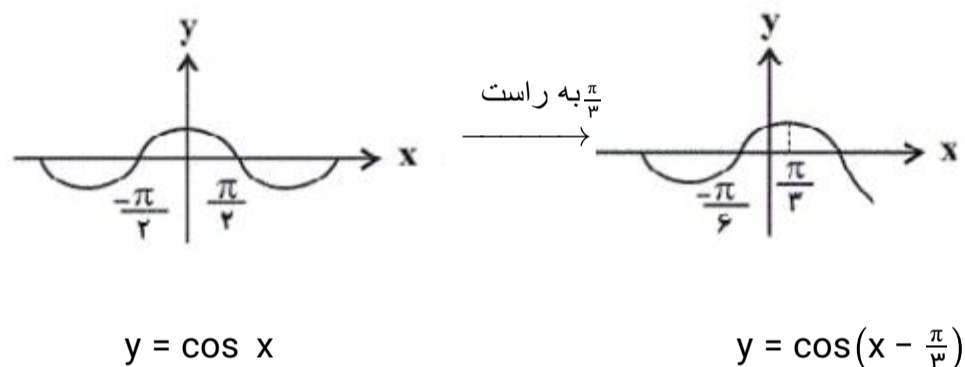
ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = -2 \cos x + 1$$

حالا انتقال‌ها را انجام می‌دهیم:

$$y = -2 \cos x + 1 \xrightarrow{\text{یک واحد پایین}} y = -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

تابع جدید را رسم می‌کنیم:



$$y = -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

سوال ۲۹

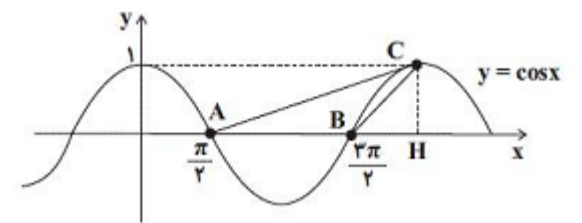
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم بیش‌ترین مقدار تابع  $f(x) = \cos x$  برابر ۱ است، در نتیجه، با توجه به نمودار شکل زیر داریم:



$$S_{ABC} = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) \times 1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

سوال ۳۰

متوسط

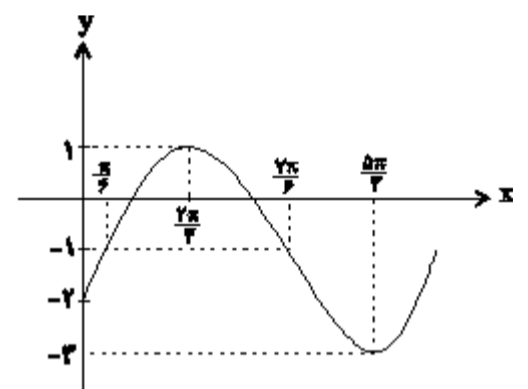
درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه‌ی «۳»

با رسم تابع  $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6}) - 1$  داریم:



با توجه به نمودار، تابع در بازه  $(\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6})$  یک به یک است، بنابراین  $a = \frac{2\pi}{3}$  است.

سوال ۳۱

ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۹

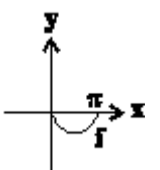
پاسخ: گزینه ۱

گزینه‌ی «۱»

ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \cos(\frac{3\pi}{2} - x) = -\sin x$$

$x$	$0$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$f(x)$	$0$	$-1$	$0$



سوال ۳۲

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۰%

قلمچی ۱۳۹۶

گزینه های دام دار ۴

پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \in f \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{4} + b\right) = 0$$

$b$  مضرب فردی از  $\frac{\pi}{4}$  است.  $\Rightarrow$

$$-\pi \leq b \leq \pi \quad \text{با توجه به:}$$

و از طرفی با توجه شکل نمودار  $y = \sin x$  به اندازه  $\frac{\pi}{4}$  به سمت چپ انتقال داده شده است. پس:  $b = \frac{\pi}{4}$

$$\xrightarrow{b = \frac{\pi}{4}} (0, 2) \in f \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow a \sin \frac{\pi}{4} = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cos x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

سوال ۳۳

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۱

تابع را تشکیل می‌دهیم و حدود تغییرات آن را می‌یابیم. می‌دانیم  $-1 \leq \cos x \leq 1$  است و انتقال‌های افقی، ماکزیمم و مینیمم تابع را تغییر نمی‌دهند، بنابراین:

$$-1 \leq \cos(x + 3) \leq 1$$

$$-1 \leq -\cos(x + 3) \leq 1 \Rightarrow 1 \leq -\cos(x + 3) + 2 \leq 3$$

پس بیش‌ترین مقدار تابع ۳ است.

سوال ۳۴

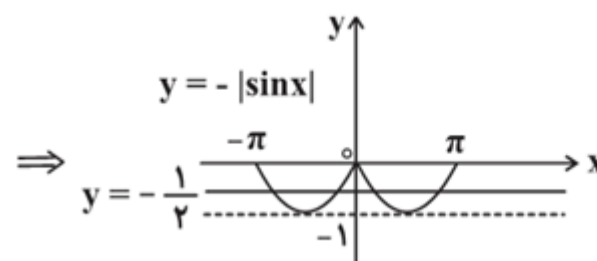
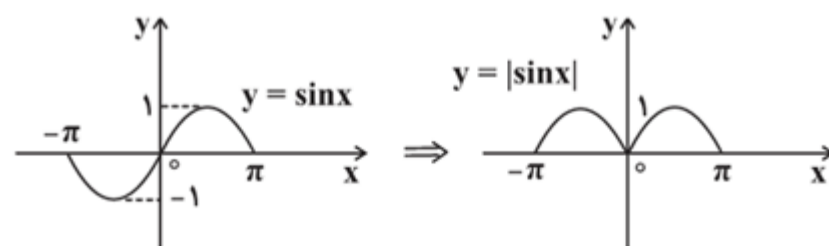
ساده

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۴

کافی است نمودارهای این دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم نماییم:



نمودارهای رسم شده در بازه  $(-\pi, \pi)$  در ۴ نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

دشوار

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

در حالت کلی، نمودار تابع  $y = \sin x$  در بازه‌های  $[2k\pi, (2k+2)\pi]$ ،  $(k \in \mathbb{Z})$  سه بار محور  $x$ ها را قطع می‌کند.

چون ضریب  $\cos x$  منفی است، پس حداقل مقدار به ازای  $\cos x = 1$  به دست می‌آید.

$$\text{حداقل مقدار } y = -2 \cos x + 1 \xrightarrow{\cos x=1} y = -2 \times 1 + 1 = -1$$





نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۵ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۰%

①

به ازای چند مقدار طبیعی  $a$ ، تابع  $f(x) = \left(\frac{a-1}{a+1}\right)^x$  یک تابع نمایی است که با افزایش مقدار  $x$  مقدار تابع افزایش می‌یابد؟

(۴) بی شمار

(۳) صفر

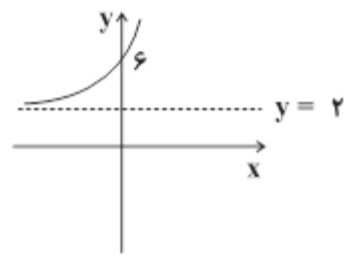
(۲) ۲

(۱) ۱

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۷%

②

نمودار  $f(x) = a^{x+2} - b$  به صورت زیر است.  $f(8)$  کدام است؟



(۱) ۱۰۲۶

(۲) ۱۰۲۴

(۳) ۱۰۲۲

(۴) ۱۰۲۰

متوسط قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۲۰%

③

نمودارهای دو تابع  $f(x) = 3^{ax+b}$  و  $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$  در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر  $f(2) = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(27)$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) -۳

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۴۰%

④

در معادله  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \times 9^{2x+1} = \frac{1}{27}$  حاصل جمع ریشه‌ها کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۵۰%

⑤

عرض نقطه برخورد دو تابع  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$  و  $g(x) = 5^{-2x}$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt[3]{5}$ (۳)  $\sqrt[4]{5}$ 

(۲) ۶۲۵

(۱) ۱۲۵

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۳%

⑥

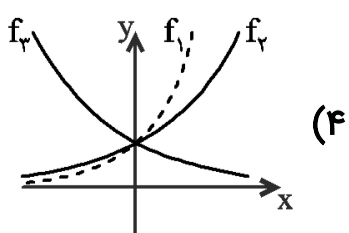
برد تابع  $f(x) = \sqrt{4 - 3^x}$  کدام است؟

(۴)  $[0, 4]$ (۳)  $[0, 2)$ (۲)  $[0, 4)$ (۱)  $(0, 2)$ 

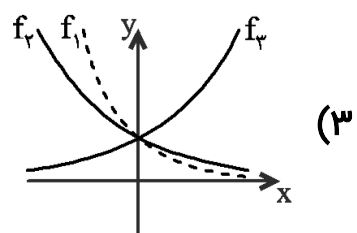
ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۷%

⑦

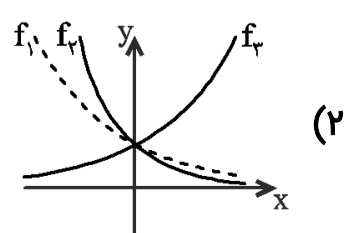
اگر  $f_1(x) = a^x$ ،  $f_2(x) = b^x$ ،  $f_3(x) = c^x$  و  $0 < a < b < 1 < c$  باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟



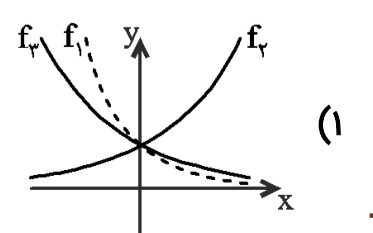
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۷% | قلمچی ۱۳۹۸

۸

اگر  $2^A = \left(\frac{4\sqrt{33}}{2\sqrt{8}}\right)^2$ ، آن گاه A کدام است؟

(۴)  $12\sqrt{2}$ (۳)  $8\sqrt{2}$ 

(۲) ۱۶

(۱) ۸

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۰% | قلمچی ۱۳۹۷

۹

خط  $y = 12$  نمودار تابع  $f(x) = (\sqrt{3})^x$  را در کدام بازه قطع می‌کند؟

(۴) (۵, ۶)

(۳) (۴, ۵)

(۲) (۳, ۴)

(۱) (۲, ۳)

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۳% | قلمچی ۱۳۹۹

۱۰

مجموعه جواب نامعادله  $\left(\frac{9}{4}\right)^{2-x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) همه اعداد طبیعی را شامل می‌شود.

(۳) ۵

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۶% | قلمچی ۱۳۹۷ | گزینه های دام دار ۴

۱۱

کدام گزینه می‌تواند مثالی برای تابع  $f$  باشد که دو ویژگی زیر را دارد؟

(الف) اولاً وارون‌پذیر نباشد.

(ب) ثانیاً برای هر عدد حقیقی  $x$ ،  $x < f(x)$  باشد.

(۲)  $f(x) = [x] + 1$ (۱)  $f(x) = 2^x$ (۴)  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ (۳)  $f(x) = x^2 - 1$ 

متوسط | درصد پاسخگویی ۳۱% | قلمچی ۱۳۹۸

۱۲

کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) نمودار دو تابع  $y = 4^x$  و  $y = \frac{1}{4} \log_4 x$  نسبت به خط  $y = x$  قرینه‌اند.

(۲) برد تابع  $y = 2^x - 1$  برابر با  $[-1, +\infty)$  است.

(۳) اگر  $0 < a < 1$  باشد، آن گاه  $\log_a(a+1) < 0$ .

(۴) برد تابع  $y = \log_3 x$  مجموعه اعداد حقیقی است.

متوسط | درصد پاسخگویی ۳۱% | قلمچی ۱۳۹۹

۱۳

حاصل عبارت  $[\log_5^0 - \log_3^9]$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) -۲

متوسط | درصد پاسخگویی ۳۶% | قلمچی ۱۳۹۸

۱۴

ضابطه وارون تابع  $f(x) = 10^{(3x-2)}$  به صورت  $g(x) = a + b \log_{10} x$  است. حاصل  $a + b$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳)  $\frac{2}{3}$ (۲)  $\frac{1}{3}$ 

(۱) ۱

متوسط | درصد پاسخگویی ۱۶% | قلمچی ۱۳۹۶

۱۵

اگر  $\log_2^2 = a$  باشد، آن گاه حاصل  $\log_3^8$  کدام است؟

(۴)  $\frac{2-a}{1-a}$ (۳)  $\frac{1-a}{2-a}$ (۲)  $\frac{a}{1-a}$ (۱)  $\frac{a}{2-a}$

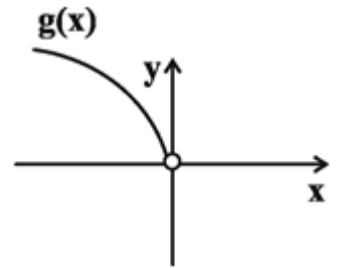
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۶

اگر  $f(x) = \log(x-1)$  و نمودار  $g(x)$  به صورت زیر باشد، دامنه  $g \circ f$  به صورت  $(a, b)$  خواهد بود. حداکثر مقدار  $b - a$  کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۷

کدام نقطه روی نمودار تابع وارون تابع  $f(x) = 1 - \log_3^x$  قرار ندارد؟

۴ (-۲, ۸)

۳ (-۱, ۳)

۲ (۱, ۱)

۱ (۰, ۲)

ساده

درصد پاسخگویی ۴۵%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۸

اگر  $\log_2 = 0/3$  و  $\log_6 = 0/8$  باشد، حاصل  $\log_9^6$  کدام است؟

۴  $11/9$ ۳  $9/8$ ۲  $8/5$ ۱  $3/2$ 

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۶

۱۹

اگر  $x = \sqrt{85}$  باشد، مقدار  $A = [\log_3^x]$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نسبتاً دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۰

نمودار یک تابع به صورت  $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع  $y = x^2$  را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه تلاقی تابع  $f$  با محور  $y$ ها، کدام است؟

۴  $\sqrt{3}$ ۳  $1/3$ ۲  $1/9$ ۱  $1/27$ 

متوسط

خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۱

اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک  $a$ ،  $b$  و  $c$  تساوی  $\log_a c + \log_b c = 1$  برقرار باشد، آنگاه  $\log_c a \cdot \log_c b$  کدام است؟

۴  $2 \log_c(a+b)$ ۳  $\log_c(a+b)$ ۲  $2 \log_c(ab)$ ۱  $\log_c(ab)$ 

دشوار

درصد پاسخگویی ۹%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۲

مقدار  $A = 25 \log_5^{\sqrt{3}} + 2 \log_3^x \times 2 \log_4^{\sqrt{3}} + \log \sqrt{5/0001}$  کدام است؟

۴  $5/2$ ۳  $3/4$ ۲  $4/6$ ۱  $4/8$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۴%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۳

از معادله  $\log_{\frac{1}{6}}^{(x+14)} + \log_{\frac{1}{6}}^{(x+14)} + \log_{\frac{1}{6}}^{(x+14)} = 7$  مقدار لگاریتم  $\sqrt{x}$  در مبنای ۸ کدام است؟

- (۲) ۱  
(۴)  $\frac{1}{6}$

- (۱)  $\frac{1}{6}$   
(۳)  $\frac{1}{3}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۷

۲۴

از دو معادله دو مجهولی  $2^{x-y} \times 3^{x+y} = 1$  و  $\log y = 2 \log 3 + \log x$  مقدار  $y$  کدام است؟

- (۲) ۲  
(۴) ۴

- (۱) ۱  
(۳) ۳

ساده

درصد پاسخگویی ۴۲%

قلمچی ۱۴۰۰

۲۵

شدت دو زلزله در مقیاس ریشتر به اندازه  $\frac{1}{6}$  اختلاف دارند. نسبت دو انرژی آزاد شده کدام می‌تواند باشد؟  $(\log E = \frac{1}{8}M + \frac{1}{5})$ 

- (۴)  $10^{\frac{1}{6}}$

- (۳)  $10^{\frac{1}{9}}$

- (۲)  $10^{\frac{1}{5}}$

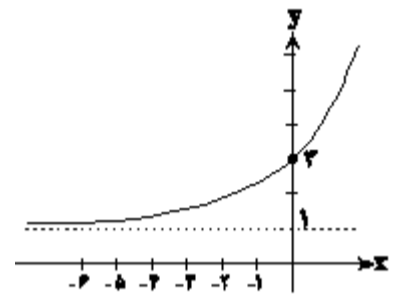
- (۱)  $10^{\frac{1}{2}}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۶

شکل مقابل، مربوط به نمودار وارون تابع  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}^{(x+a)} + b$  است.  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) -۲  
(۳) صفر  
(۴) -۱

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۸

۲۷

اگر  $2^x = 3^{3-x}$ ، حاصل  $\frac{2x}{x+2 \log_{\frac{1}{2}}}$  کدام است؟

- (۴)  $\log_{18}^9$

- (۳)  $\log_{12}^9$

- (۲)  $\log_{\frac{1}{2}}^6$

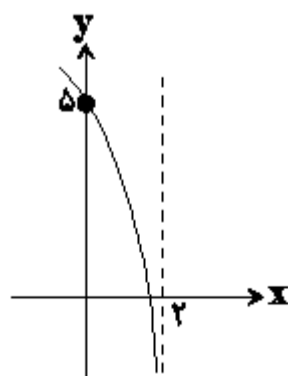
- (۱) ۱

ساده

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۸

نمودار تابع  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(ax + 8) + b$  به صورت مقابل است. حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۲) -۶  
(۴) -۱۰

- (۱) -۴  
(۳) -۸

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۱

۲۹

معادله  $\frac{1}{1-\log x} + \frac{2}{1-\log x^2} = 3$  چند جواب حقیقی دارد؟

- (۲) ۲  
(۴) جواب ندارد.

- (۱) ۱  
(۳) ۳

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۴

۳۰

نمودار تابع  $y = -2^{x-1}$  از کدام ناحیه های محورهای مختصات می گذرد؟

(۴) اول و دوم

(۳) اول، دوم و چهارم

(۲) دوم و چهارم

(۱) سوم و چهارم

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۱

اگر جواب معادله  $\log_2(3-x) - \log_2(x+4) = 1$  برابر طول محور تقارن سهمی  $f(x) = 3x^2 - (m-2)x + 1$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

(۴) -۸

(۳) -۳

(۲) ۷

(۱) ۱۲

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۲

انرژی زلزله ای با شدت  $6/6$  ریشتر چند برابر انرژی زلزله ای با شدت  $5/6$  ریشتر است؟  $(\log E = 11/8 + 1/5M)$ (۴)  $10^2$ (۳)  $10^{1/5}$ (۲)  $10$ 

(۱) ۲

دشوار

درصد پاسخگویی ۹%

قلمچی ۱۳۹۸

۳۳

جمعیت شهر کوچکی سالانه ۸ درصد رشد می کند. پس از گذشت چند سال جمعیت این شهر سه برابر می شود؟

 $(\log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5)$ 

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۴

نمودار تابع  $f(x) = \log(ax+b)$  با دامنه  $(-\infty, 1)$  را ۲ واحد به سمت چپ انتقال می دهیم و سپس آن را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم. اگر طول نقطه برخورد نمودار حاصل با نمودار  $f$ ، برابر  $-\sqrt{5}$  باشد، آنگاه  $f(-19)$  کدام است؟(۴)  $\log 9$ 

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱)  $\frac{1}{2}$ 

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۷

۳۵

انرژی آزاد شده (به واحد Erg) از زلزله ای به بزرگی  $M$  ریشتر از رابطه  $\log E = 12 + 1/5M$  به دست می آید. اگر انرژی آزاد شده  $10^{18} \times 10^{24}$  Erg باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟  $(\log 2 = 0/3)$ 

(۴) ۶

(۳)  $6/6$ 

(۲) ۵

(۱)  $5/6$



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۵ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

نکته: در تابع نمایی  $y = a^x$  زمانی که  $a > 1$  باشد با افزایش مقدار  $x$  مقدار تابع افزایش می‌یابد.

$$f(x) = \left(\frac{4-a^2}{2a+1}\right)^x \Rightarrow \frac{4-a^2}{2a+1} > 1$$

$$\frac{4-a^2}{2a+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{4-a^2-2a-1}{2a+1} > 0$$

$$P = \frac{-a^2-2a+3}{2a+1} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -a^2-2a+3 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ \phantom{-a^2-2a+3 = 0} \phantom{\Rightarrow} a = -3 \\ 2a+1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

		-۳		$-\frac{1}{2}$		۱	
$-a^2-2a+3$	-	○	+	○	+	○	-
$2a+1$	-		-	○	+		+
$P > 0$	+	○	-	○	+	○	-

مجموعه مقادیر  $a$ :  $(-\infty, -3) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$  در این بازه‌ها هیچ عدد طبیعی برای  $a$  وجود ندارد.


متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این‌که نمودار  $y = a^x$  با شرط  $a > 1$  به صورت  است و نمودار  $y$  واحد به بالا منتقل شده است. پس  $b=2$  و در نتیجه  $b=-2$  است.

$$f(0) = a^0 + 2 = 6 \xrightarrow{a>1} a = 2 \Rightarrow f(x) = 2^{x+2} + 2$$

$$\Rightarrow f(8) = 2^{10} + 2 = 1026$$

متوسط      درصد پاسخگویی ۲۰%      قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند، پس:

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow 3^{-a+b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow 3^{-a+b} = 9 = 3^2 \Rightarrow -a + b = 2 \quad (*)$$

از طرفی  $f(2) = \frac{1}{3}$  بنابراین:

$$3^{2a+b} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow 2a + b = -1 \quad (**)$$

از حل دستگاه معادلات (\*) و (\*\*) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3a = -3 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{(*)} b = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^{-x+1}$$

حال برای محاسبه  $f^{-1}(27)$ ، کافی است معادله  $f(x) = 27$  را حل کنیم:

$$3^{-x+1} = 27 = 3^3 \Rightarrow -x + 1 = 3 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$$

ساده      درصد پاسخگویی ۴۰%      قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \times 9^{2x+1} &= \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{-x^2} \times 3^{4x+2} = 3^{-3} \\ \Rightarrow 3^{-x^2+4x+2} &= 3^{-3} \Rightarrow -x^2 + 4x + 2 = -3 \\ \Rightarrow x^2 - 4x - 5 &= 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 4 \end{aligned}$$

ساده      درصد پاسخگویی ۵۰%      قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

برای به دست آوردن طول نقطه برخورد دو تابع‌نمایی داده شده داریم:

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{3x+2} = 5^{-2x} \\ \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{3x+2} &= 5^{-2x} \Rightarrow 5^{-3x-2} = 5^{-2x} \\ \Rightarrow -3x - 2 &= -2x \Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{عرض نقطه برخورد} &: f(-2) = \left(\frac{5}{2}\right)^{-6+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} \\ &= 5^4 = 625 \end{aligned}$$

سوال ۶

متوسط درصد پاسخگویی ۱۳% قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۳

$$3^{-x} > 0 \Rightarrow -3^{-x} < 0 \Rightarrow 4 - 3^{-x} < 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{4 - 3^{-x}} < 2$$

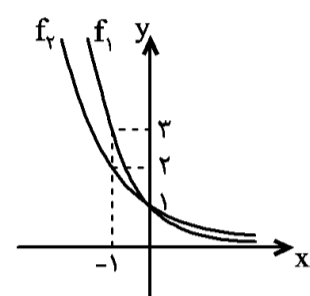
برد تابع =  $[0, 2)$ 

سوال ۷

ساده درصد پاسخگویی ۳۷% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه  $c > 1$  است، پس تابع  $f_c(x) = c^x$  افزایشی است؛ بنابراین گزینه (۲) یا (۳) صحیح است.



با فرض  $a = \frac{1}{3}$  و  $b = \frac{1}{2}$ ، نمودار  $f_1(x) = (\frac{1}{3})^x$  و  $f_2(x) = (\frac{1}{2})^x$  به صورت فوق خواهد بود. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

سوال ۸

متوسط درصد پاسخگویی ۲۷% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۴

سمت چپ تساوی را با ساده‌سازی به صورت توانی از ۲ می‌نویسیم:

$$\left(\frac{4\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}\right)^2 = \left(\frac{(2^2)^{4\sqrt{2}}}{2^{2\sqrt{2}}}\right)^2 = \left(\frac{2^{8\sqrt{2}}}{2^{2\sqrt{2}}}\right)^2 = (2^{6\sqrt{2}-2\sqrt{2}})^2$$

$$= (2^{4\sqrt{2}})^2 = 2^{8\sqrt{2}}$$

$$2^{8\sqrt{2}} = 2^A \Rightarrow A = 12\sqrt{2}$$

سوال ۹

متوسط درصد پاسخگویی ۲۰% قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۳

باید بررسی کنیم معادله  $(\sqrt{3})^x = 12$  در کدام بازه جواب دارد:

$$(\sqrt{3})^x = 12 \Rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 12$$

از آنجا که  $3^2 < 12 < 3^{2/5}$  است (دقت کنید که:  $3^{2/5} = \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[5]{243} > 12$ ). بنابراین از آنجا که  $12 = 3^{\frac{x}{2}}$  پس:

$$3^2 < 3^{\frac{x}{2}} < 3^{2/5} \Rightarrow 2 < \frac{x}{2} < 2/5 \Rightarrow 4 < x < 5$$



متوسط

درصد پاسخگویی ۲۳%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{2-x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x} \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{4-2x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$$

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-4} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$$

از آنجا که  $0 < \frac{2}{3} < 1$ ، برای برقراری نامساوی فوق باید داشته باشیم:

$$2x - 4 > 1 + x \rightarrow x > 5$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله شامل اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ نیست.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۶%

قلمچی ۱۳۹۷

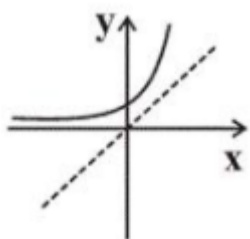
گزینه های دام دار ۴

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

نمودار تمام توابع داده شده را رسم می کنیم و دو ویژگی را بررسی می کنیم:

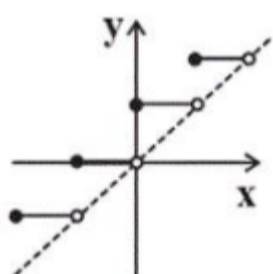
۱)



وارون پذیر است.

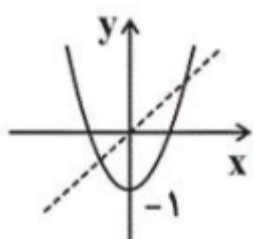
$$x < f(x)$$

۲)



هر دو ویژگی را دارد  $\Rightarrow$  } وارون پذیر نیست.  
 $x < f(x)$

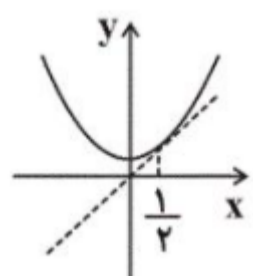
۳)



وارون پذیر نیست.

شرط  $x < f(x)$  را ندارد.

۴)



وارون پذیر نیست.

در نقطه  $x = \frac{1}{4}$ ، تابع  $f$  و خط  $y = x$  با هم برخورد می کنند.

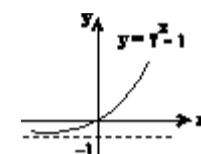
سوال ۱۲

متوسط درصد پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

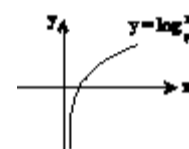
گزینه «۱»: تابع  $y = \frac{1}{p} \log_p x$  را می‌توانیم به شکل  $y = \log_{p^2} x$  یا  $y = \log_{p^2} x$  بنویسیم که با تابع  $y = 4^x$  وارون یکدیگرند. پس نمودار آن‌ها نسبت به خط  $y = x$  قرینه است. (✓)

گزینه «۲»: نمودار این تابع را رسم می‌کنیم. برد آن مجموعه  $(-1, +\infty)$  است. (X)



گزینه «۳»: اگر  $0 < a < 1$  باشد، آن‌گاه  $1 < a + 1 < 2$  است. حاصل  $\log_a x$  به ازای  $0 < a < 1$  برای  $x > 1$  عددی منفی است. (✓)

گزینه «۴»: از نمودار تابع  $y = \log_x^x$  می‌فهمیم که برد آن  $R$  است. (✓)



سوال ۱۳

متوسط درصد پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم اگر  $a > 1$  و  $x > y$ ، آن‌گاه  $\log_a^x > \log_a^y$ ، پس:

$$5^2 < 5^0 < 5^3 \Rightarrow \log_5 5^2 < \log_5 5^0 < \log_5 5^3$$

$$\Rightarrow 2 < \log_5 5^0 < 3 \Rightarrow [\log_5 5^0] = 2$$

$$(\sqrt{3})^4 = 9 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}}^9 = 4 \quad \text{از طرفی:}$$

$$[\log_5^0 - \log_{\sqrt{3}}^9] = [\log_5^0 - 4] = [\log_5^0] - 4 = 2 - 4 = -2$$

سوال ۱۴

متوسط درصد پاسخگویی ۳۶% قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۱

$$y = f(x) = 10^{3x-2}$$

$$\Rightarrow \log_{10} y = 3x - 2 \Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \log_{10} y = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \log_{10} x = a + b \log_{10} x = g(x)$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

سوال ۱۵

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \log_x^y = a &\Rightarrow \log_y^x = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_x^y + \log_y^x = \frac{1}{a} \\ \Rightarrow 1 + \log_x^y &= \frac{1}{a} \Rightarrow \log_x^y = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1-a}{a} \Rightarrow \log_y^x = \frac{a}{1-a} \\ \log_x^8 &= \log_x^{2^3} + \log_x^2 = 2 \log_x^2 + \log_x^2 \\ &= 2 + \frac{a}{1-a} = \frac{2-2a+a}{1-a} = \frac{2-a}{1-a} \end{aligned}$$

سوال ۱۶

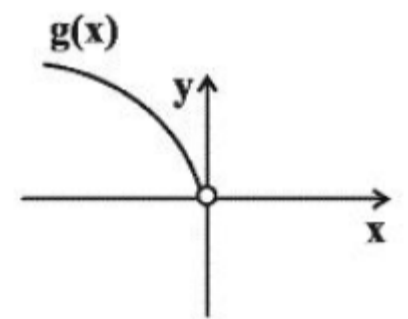
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دامنه  $f$  را می‌یابیم.  $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ . ضمناً نمودار  $g$  به صورت روبرو است.



طبق تعریف دامنه  $g \circ f$  داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x > 1 \mid \log(x-1) < 0\}$$

$$\log(x-1) < 0 \Rightarrow x-1 < 1$$

$$\Rightarrow x < 2 \xrightarrow{\text{اشتراک با } x > 1} 1 < x < 2$$

لذا حداکثر مقدار  $b - a$  به صورت  $2 - 1 = 1$  خواهد بود.

سوال ۱۷

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

می‌دانیم اگر  $(a, b) \in f$ ، آنگاه  $(b, a) \in f^{-1}$ ، پس داریم:

$$f(2) = 1 - \log_2^2 = 0 \Rightarrow (0, 2) \in f^{-1}$$

$$f(1) = 1 - \log_1^1 = 1 \Rightarrow (1, 1) \in f^{-1}$$

$$f(3) = 1 - \log_3^3 \neq -1$$

$$f(8) = 1 - \log_8^{2^3} = -2 \Rightarrow (-2, 8) \in f^{-1}$$

سوال ۱۸

ساده

درصد پاسخگویی ۴۵%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

چون لگاریتم‌های داده شده در مبنای ۱۰ هستند، پس لگاریتم خواسته شده را هم به مبنای ۱۰ تبدیل می‌کنیم:

$$\log_9^{40} = \frac{\log 40}{\log 9} = \frac{\log(2^3 \times 5)}{\log 3^2} = \frac{3 \log 2 + \log 5}{2 \log 3}$$

$$= \frac{3 \log 2 + (1 - \log 2)}{2(\log 6 - \log 2)} = \frac{0/9 + 0/7}{2(0/8 - 0/3)} = \frac{1/6}{1} = \frac{1}{6}$$

سوال ۱۹

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۳

$$81 < 85 < 100 \Rightarrow 9 < \sqrt{85} < 10 \Rightarrow [\sqrt{85}] = 9$$

$$\Rightarrow \log_9[\sqrt{85}] = \log_9^9$$

$$8 < 9 < 16 \Rightarrow 2^3 < 9 < 2^4 \Rightarrow \log_2^9 < \log_2^8 < \log_2^{16}$$

$$\Rightarrow 3 < \log_2^9 < 4 \Rightarrow [\log_2^9] = 3$$

$$[\log_9[\sqrt{85}]] = 3$$

بنابراین:

سوال ۲۰

نسبتاً دشوار

خارج از کشور ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳

با توجه به توضیحات سؤال، واضح است که نقاط  $(1, 1)$  و  $(3, 9)$ ، نقاط مشترک نمودار تابع  $f$  و سهمی  $y = x^2$  هستند. بنابراین داریم:

$$f(1) = 1 \Rightarrow 3^{A+B} = 1 = 3^0 \Rightarrow A + B = 0 \quad (1)$$

$$f(3) = 9 \Rightarrow 3^{3A+B} = 9 = 3^2 \Rightarrow 3A + B = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} A = 1, B = -1 \Rightarrow f(x) = 3^{x-1}$$

عرض نقطه تلاقی نمودار تابع  $f$  با محورهایها، عرض از مبدأ تابع یا همان مقدار  $f(0)$  است.  $\Rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

سوال 21

متوسط

خارج از کشور ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه 3

گزینه «1»

می‌دانیم  $\log_x^x = \frac{1}{\log_x^x} \times x$  است، پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{1}{\log_c^a} + \frac{1}{\log_c^b} = \frac{\log_c^a + \log_c^b}{\log_c^a \cdot \log_c^b} = \frac{\log_c^{ab}}{\log_c^a \cdot \log_c^b} = 1$$

$$\Rightarrow \log_c^a \cdot \log_c^b = \log_c(ab)$$



ساده    درصد پاسخگویی ۴۲%    قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

ابتدا انرژی آزاد شده را با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow E = 10^{11/8 + 1/5 M}$$

بنابراین:

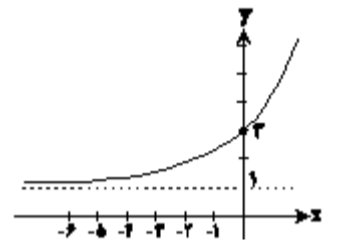
$$E_2 = 10^{11/8 + 1/5 M_2}, \quad E_1 = 10^{11/8 + 1/5 M_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{M_2 - M_1 = 0/6}{\rightarrow} \frac{E_2}{E_1} &= 10^{11/8 + 1/5 M_2 - (11/8 + 1/5 M_1)} \\ &= 10^{1/5 (M_2 - M_1)} = 10^{1/5 (0/6)} = 10^{0/9} \end{aligned}$$

متوسط    درصد پاسخگویی ۱۵%    قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۲



اگر  $f(x) = \log_p(x+a) + b$  باشد، نمودار داده شده مربوط به  $f^{-1}$  است. ضابطه آن را پیدا می‌کنیم:

$$y = \log_p(x+a) + b \Rightarrow y - b = \log_p(x+a)$$

$$\Rightarrow 2^{y-b} = x+a \Rightarrow x = 2^{y-b} - a \Rightarrow f^{-1}(x) = 2^{x-b} - a$$

شکل فوق مربوط به تابع  $y = 2^{x+1} + 1$  است. در نتیجه  $a = b = -1$  می‌شود. بنابراین  $a + b = -2$  است.

دشوار | درصد پاسخگویی ۱۳% | قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا از دو طرف معادله  $2^x = 3^{2-x}$  لگاریتم در پایه ۲ می‌گیریم تا  $x$  به دست آید.

$$2^x = 3^{2-x} \Rightarrow \log_2^{2^x} = \log_2^{3^{2-x}}$$

$$\Rightarrow x = (2 - x) \log_2 3 \Rightarrow x = 2 \log_2 3 - x \log_2 3$$

$$\Rightarrow x + x \log_2 3 = 2 \log_2 3 \Rightarrow x(1 + \log_2 3) = 2 \log_2 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{2 \log_2 3}{\log_2 3 + \log_2 3} = \frac{2 \log_2 3}{2 \log_2 3} = 2 \log_2 3$$

حال عبارت  $\frac{2x}{x + 2 \log_2 3}$  را به دست می‌آوریم.

$$\frac{2x}{x + 2 \log_2 3} = \frac{2 \times 2 \log_2 3}{2 \log_2 3 + 2 \log_2 3} = \frac{2 \log_2 3}{\log_2 3}$$

$$= 2 \log_2 3 = \log_2 3^2 = \log_2 9$$

توجه کنید که اگر لگاریتمها تعریف شده باشند، داریم:

$$\frac{\log_a^b}{\log_a^c} = \log_c^b$$

اثبات: اگر قرار دهیم  $\log_a^b = y$  و  $\log_a^c = z$ ، آن‌گاه  $b = a^y$  و  $c = a^z$  است.

در نتیجه:

$$\log_c^b = \log_{a^z}^{a^y} = \frac{y}{z} \log_a^a = \frac{y}{z} = \frac{\log_a^b}{\log_a^c}$$

ساده | درصد پاسخگویی ۳۸% | قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

واضح است که  $f(0) = 5$  بنابراین:

$$\log_3(0 + 8) + b = 5 \Rightarrow 3 + b = 5 \Rightarrow b = 2$$

از طرف دیگر دامنه تابع بازه  $(-\infty, 2)$  است. پس  $x = 2$  باید در معادله  $ax + 8 = 0$  صدق کند که نتیجه می‌شود:

$$2a + 8 = 0 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow ab = -8$$



سوال ۲۹

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۱

پاسخ: گزینه ۲

قرار می‌دهیم:  $\log x = t$ . بنابراین داریم:

$$\frac{1}{1-t} + \frac{2}{1-2t} = 3 ; (t \neq 1, \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow 3 - 4t = 3(1-t)(1-2t) \Rightarrow 6t^2 - 5t = 0$$

$$\Rightarrow t(6t - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x = 0 \Rightarrow x = 1 \\ \log x = \frac{5}{6} \Rightarrow x = 10^{\frac{5}{6}} \end{cases}$$

سوال ۳۰

متوسط

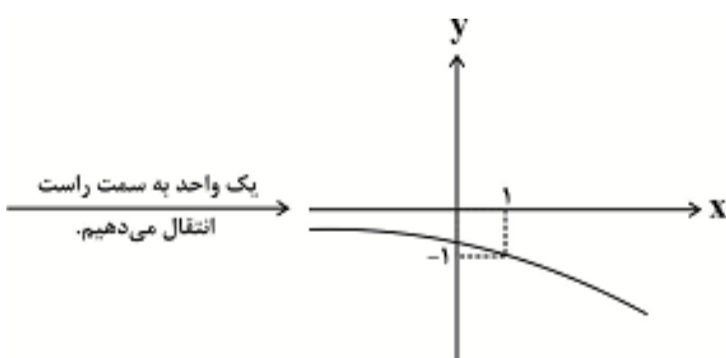
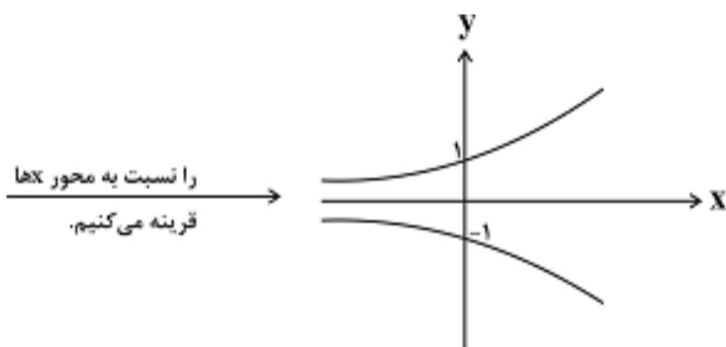
درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۴

پاسخ: گزینه ۱

به کمک انتقال، تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



پس نمودار تابع داده شده از ناحیه‌های سوم و چهارم می‌گذرد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۴

$$\log_r(3-x) - \log_r(x+4) = 1 \Rightarrow \log_r\left(\frac{3-x}{x+4}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3-x}{x+4} = r \Rightarrow 3-x = rx+4 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$\text{محور تقارن سهمی: } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m-2}{6} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow m-2 = -10 \Rightarrow m = -8$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۳

$$\log E = 11/8 + 1/5M$$

$$\Rightarrow \log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 6/6 = 21/7 \Rightarrow E_1 = 10^{21/7}$$

$$\log E_2 = 11/8 + 1/5 \times 5/6 = 20/2 \Rightarrow E_2 = 10^{20/2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{21/7}}{10^{20/2}} = 10^{1/5}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۹%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۲

جمعیت سالانه این شهر را می‌توانیم با یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۱/۰۸ مدل‌سازی کنیم. بنابراین داریم:

$$P_n = P_0(1/08)^n \quad \text{جمعیت انتهای سال } n \text{ ام}$$

$$\Rightarrow \frac{P_n}{P_0} = (1/08)^n \xrightarrow{\frac{P_n}{P_0}=3} (1/08)^n = 3$$

$$\xrightarrow{\log} n \log 1/08 = n \log \frac{108}{100} = n (\log 108 - \log 100)$$

$$= n (\log 2^2 \times 3^3 - \log 10^2) = n (2 \log 2 + 3 \log 3 - 2) = \log 3$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3}{2 \log 2 + 3 \log 3 - 2} = \frac{0/5}{0/6+1/5-2} = \frac{0/5}{0/1} = 5$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۳

به ازای دامنه تابع داده شده داریم:

$$ax + b > 0 \Rightarrow ax > -b \xrightarrow{\substack{a < b \\ \div a}} x < \frac{-b}{a} \Rightarrow (-\infty, \frac{-b}{a}) = (-\infty, 1) \Rightarrow \frac{-b}{a} = 1 \Rightarrow b = -a$$

$$f(x) = \log(ax - a) = \log a(x - 1) \xrightarrow[x \rightarrow x+2]{\substack{\text{دو واحد به چپ} \\ \text{محور } x \text{ ها} \\ f(x) = -f(x)}} \log a(x + 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به}} -\log a(x + 1)$$

$$f(x) = -\log a(x + 1)$$

$$\Rightarrow \log a(x - 1) = \log \frac{1}{a(x+1)} \Rightarrow a(x - 1) = \frac{1}{a(x+1)}$$

$$\Rightarrow a^2(x^2 - 1) = 1 \xrightarrow{x = -\sqrt{5}} 2a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow{a < 0} a = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

با جایگذاری a و b در تابع داریم:

$$f(x) = \log\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}(x - 1)\right) \Rightarrow f(-19) = \log 10 = 1$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \log 1024 \times 10^{18} &= 12 + 1/5M \Rightarrow \log 1024 + \log 10^{18} = 12 + 1/5M \\ \Rightarrow \log 2^{10} + 18 \log 10 &= 12 + 1/5M \Rightarrow 10 \times (0/3) + 18 = 12 + 1/5M \\ \Rightarrow 21 &= 12 + 1/5M \Rightarrow M = 6 \end{aligned}$$



ساده درصد پاسخگویی ۴۲% قلمچی ۱۳۹۸

⑤

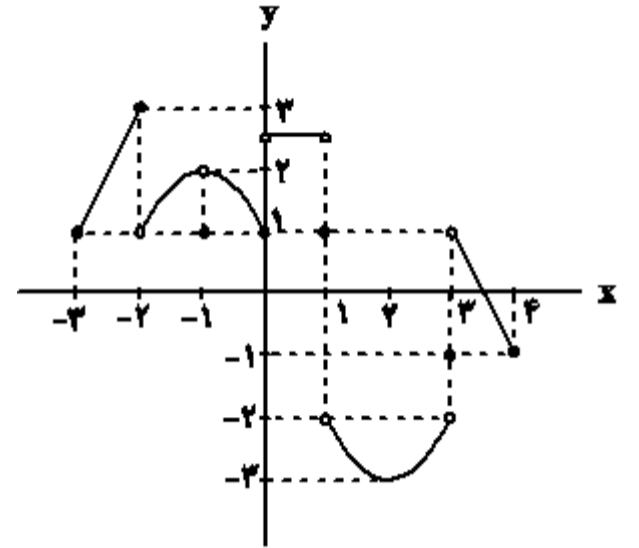
کدام یک از مجموعه‌های زیر فقط همسایگی راست عدد ۲ را شامل می‌شود؟

- (۱)  $(۲, ۳)$       (۲)  $(۱, ۲)$   
 (۳)  $(۰, ۴)$       (۴)  $\{۲\} - (۱, ۳)$

ساده درصد پاسخگویی ۳۹% قلمچی ۱۳۹۹

⑥

مودار زیر مربوط به تابع  $f(x)$  است. تابع  $f(x)$  در چند عدد صحیح موجود در دامنه‌اش فاقد حد است؟

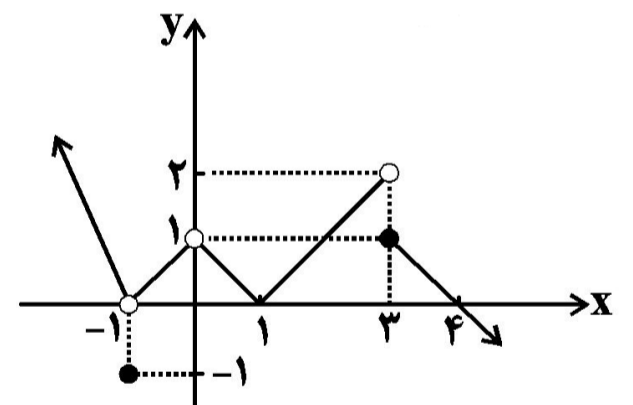


- (۱) ۴  
 (۲) ۸  
 (۳) ۵  
 (۴) ۶

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۸

⑦

مودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع  $f$  در  $x = a$  حد نداشته باشد، حاصل عبارت  $-f(a-4) + \lim_{x \rightarrow (a-2)} f(x)$  کدام است؟



- (۱) ۱  
 (۲) -۱  
 (۳) ۲  
 (۴) صفر

متوسط درصد پاسخگویی ۱۹% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دارا

⑧

تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{1}{|x|}$ ، در نقطه با کدام طول زیر، هیچ نوع همسایگی (چپ یا راست یا دو طرفه) ندارد؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴)  $\frac{1}{2}$

متوسط

کنکور سراسری ۱۳۹۸

۹

به ازای کدام مجموعه مقادیر  $x$ ، بازه  $(-1, 2x-1)$  یک همسایگی عدد ۳، می‌باشد؟

$$1/5 < x < 2 \quad (4)$$

$$2 < x < 2/5 \quad (3)$$

$$\{2\} \quad (2)$$

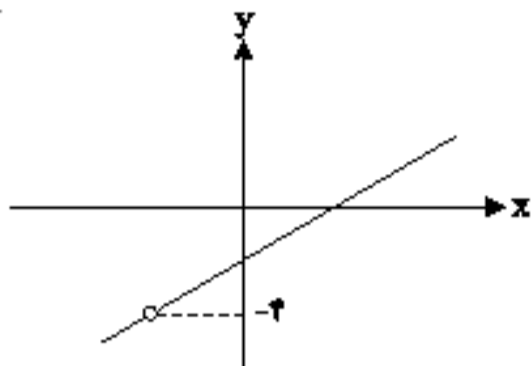
$$\emptyset \quad (1)$$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۴۰۰

۱۰

اگر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x+1}$  به صورت شکل زیر باشد، حاصل  $ab$  کدام است؟

$$-6 \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$30 \quad (3)$$

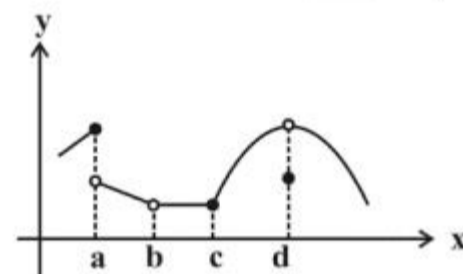
$$-30 \quad (4)$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۴%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۱

نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. این تابع در چند نقطه از نقاط  $\{a, b, c, d\}$  حد ندارد؟

$$4 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۵

۱۲

اگر حاصل حد تابع  $f(x) = \frac{x^2+x-2}{ax^2-a}$  وقتی  $x \rightarrow 1$  برابر ۲ باشد، حاصل حد تابع  $f(x)$  وقتی  $x \rightarrow -1$  کدام است؟

$$-2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

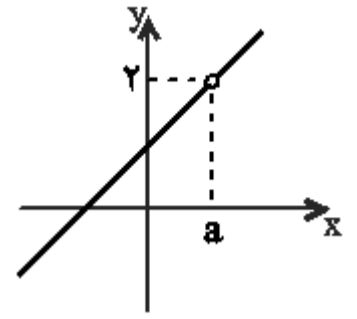
متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۳

نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{x^2+bx+c}{x-1}$  به صورت زیر است.  $b+c$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) -۲

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۲

۱۴

حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{|x-\pi|}$  برابر است با:

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۱

(۱) ۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۸

۱۵

حد چپ تابع  $f(x) = 4[x] + 3[-x]$  در نقطه‌ای به طول صحیح  $a$ ، دو برابر حد راست تابع  $f$  در این نقطه است.  $a$  کدام است؟  $( ] , [ )$ ، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۲

(۳) -۲

(۲) -۱

(۱) ۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۹

۱۶

اگر  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2+ax+b}{x^2-4x} = \frac{3}{4}$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) ۲

دشواری

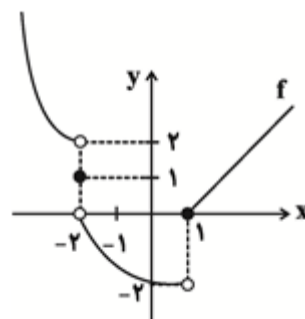
درصد پاسخگویی ۵%

قلمچی ۱۳۹۷

۱۷

اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل زیر باشد، آن‌گاه به ازای کدام مقدار  $m$ ، تابع  $g(x) = \frac{3-2f(x)}{[2x]+mf(x)}$  وقتی  $x \rightarrow -2$  حد دارد؟

( ] , [ )، نماد جزء صحیح است.)



(۱) ۱/۵

(۲) ۳/۱۰

(۳) ۱/۴

(۴) ۳/۵

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۴۳%

۱۸

اگر تابع  $f$  در نقطه  $x = 0$  دارای حد باشد و داشته باشیم:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\sin 2x}{x} f(x) \right) = 4$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{\sin x}{|x|} - f(x) \right)$  کدام است؟

-۵ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

ساده قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۷%

۱۹

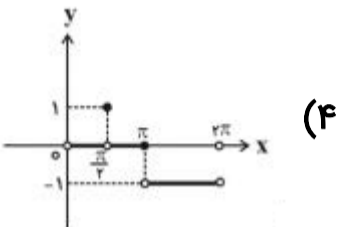
حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$  کدام است؟

 $-\sqrt{2}$  (۴) $\sqrt{2}$  (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

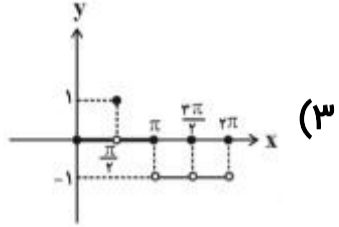
ساده قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۵۱%

۲۰

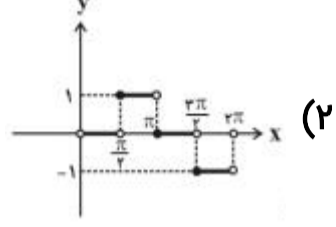
کدام یک از توابع زیر در نقاط  $\frac{\pi}{4}$  و  $\frac{3\pi}{4}$  حد ندارد؟



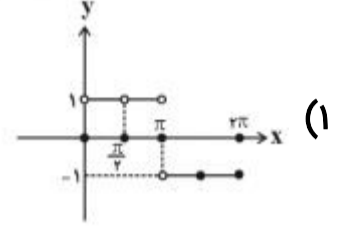
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

دشوار قلمچی ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۸%

۲۱

اگر حد  $\lim_{x \rightarrow 0} (xf(x) - 1) = 2$  باشد، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + \frac{1}{x}}{f(x) - \frac{1}{x}}$  کدام است؟

۲ (۲)

حد وجود ندارد. (۴)

 $\frac{5}{2}$  (۱) $\frac{1}{2}$  (۳)

دشوار گزینه های دام دارا ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۱۱%

۲۲

اگر  $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x^2+1} & x \in \mathbb{Z} \\ \frac{x}{f(x)} & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  کدام است؟

۱ (۲)

حد وجود ندارد. (۴)

صفر (۱)

-۱ (۳)

ساده قلمچی ۱۳۹۸ درصد پاسخگویی ۳۹%

۲۳

اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x)} = 2$  باشد، آنگاه  $f$  کدام تابع با ضابطه زیر می‌تواند باشد؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

 $f(x) = x^2$  (۲) $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$  (۴) $f(x) = [x]$  (۱) $f(x) = \sqrt{2x}$  (۳)

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۸%

۲۴

اگر تابع  $y = (2x^2 + ax + b)[x]$  در بازه  $(1, 4)$  پیوسته باشد  $a+b$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

نسبتا دشوار کنکور سراسری ۱۳۹۸

۲۵

به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^3}{|x+2|}; & x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$  در نقطه  $x = -2$  فقط از چپ پیوسته است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

-۶ (۲)

-۱۲ (۱)



متوسط 19% درصد پاسخگویی 1399 قلمچی

تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{a\sqrt{x^2-4x+4}}{|x|-x} & ; x > 2 \\ a^2x - 5 & ; x \leq 2 \end{cases}$  در  $x=2$  پیوسته است. مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

متوسط 31% درصد پاسخگویی 1399 قلمچی گزینه های دام دار 4

تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-4|-x}{x-2} & ; x \neq 2 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$  به ازای کدام مقدار  $a$  در  $x=2$  پیوسته است؟

- (۱) 2 (۲) -2 (۳) صفر (۴) هیچ مقدار  $a$

ساده 63% درصد پاسخگویی 1396 قلمچی

به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} -2x+a & x \geq 1 \\ x^2+3x & x < 1 \end{cases}$  در نقطه  $x=1$  پیوسته است؟

- (۱) 6 (۲) -6 (۳) 3 (۴) -3

ساده 45% درصد پاسخگویی 1400 قلمچی

تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sin(x) + 2\cos(x) & ; 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ -\cos(x) & ; \frac{\pi}{4} < x < \pi \end{cases}$  با تعریف  $f(\frac{\pi}{4}) = 1$  از نظر پیوستگی در نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$  چگونه است؟

- (۱) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته  
(۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته  
(۳) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته  
(۴) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

متوسط 22% درصد پاسخگویی 1398 قلمچی

در تابع  $f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\sin^2 x - \cos x \sin x}$  مقدار  $f(\frac{\pi}{4})$  را چه مقداری تعریف کنیم تا تابع در  $x = \frac{\pi}{4}$  پیوسته باشد؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

دشوار 12% درصد پاسخگویی 1399 قلمچی گزینه های دام دار 3

اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a|1-2x| & x < 2 \\ b & x = 2 \\ \frac{x^2-4}{|x^2-5x+6|} & x > 2 \end{cases}$  در  $x=2$  پیوسته باشد، حاصل  $b-3a$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

۸۱. اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a|1-2x| & x < 2 \\ b & x = 2 \text{ اگر تابع} \\ \frac{x^2-4}{|x^2-5x+6|} & x > 2 \end{cases}$  پیوسته باشد، حاصل  $b-3a$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) 4 (۲) -4 (۳) -8 (۴) 8

متوسط 21% درصد پاسخگویی 1400 قلمچی

وضعیت پیوستگی تابع  $f(x) = (-1)^{[x]} - \cos(\pi[x])$  در نقاط  $x \in Z$  چگونه است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) فقط در  $x$ های زوج پیوسته  
(۲) فقط در  $x$ های فرد پیوسته  
(۳) در تمام  $x$ های صحیح پیوسته  
(۴) در تمام  $x$ های صحیح ناپیوسته

دشوار 9% درصد پاسخگویی 1398 قلمچی گزینه های دام دار 3

تابع  $f(x) = \cos x [\sin x] + a [\tan \frac{x}{4}]$  در نقطه  $x = \pi$  به ازای کدام مقدار  $a$  پیوسته است؟ ( [ ]، جزء صحیح)

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) -1 (۴) هیچ مقدار  $a$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۶%

قلمچی ۱۳۹۹

۳۴

اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x - a}{\cos^2 x}, & x \neq \frac{\pi}{4} \\ \sin 2x + b, & x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$  پیوسته باشد،  $a+b$  کدام است؟

۱ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۴۰۰

۳۵

تابع  $f(x) = [x] + [-x]$  در نقطه  $x = 0$  چگونه است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۲) فقط از چپ پیوسته است.  
 (۴) از چپ و از راست ناپیوسته است.

- (۱) فقط از راست پیوسته است.  
 (۳) از چپ و از راست پیوسته است.



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام برگزار کننده

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۶ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۴/۱۵

متوسط    درصد پاسخگویی ۲۲%    قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۲

باید  $\frac{1}{p} \in (2x - 1, \frac{x+5}{x+1})$  باشد. یعنی:

$$2x - 1 < \frac{1}{p} < \frac{x+5}{x+1}$$

$$2x - 1 < \frac{1}{p} \Rightarrow x < \frac{p}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{p} < \frac{x+5}{x+1} \Rightarrow 0 < \frac{x+5}{x+1} - \frac{1}{p} = \frac{x+9}{2(x+1)}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -9 & -1 & \\ \hline \frac{x+9}{2(x+1)} & + & \vdots & - & \vdots & + \\ & & \circ & & \text{ت} & \text{ن} \end{array}$$

$$\Rightarrow (-\infty, -9) \cup (-1, +\infty) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} x \in (-\infty, -9) \cup (-1, \frac{p}{4})$$

ساده    درصد پاسخگویی ۶۱%    قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

در گزینه «۳» با توجه به شکل داریم:

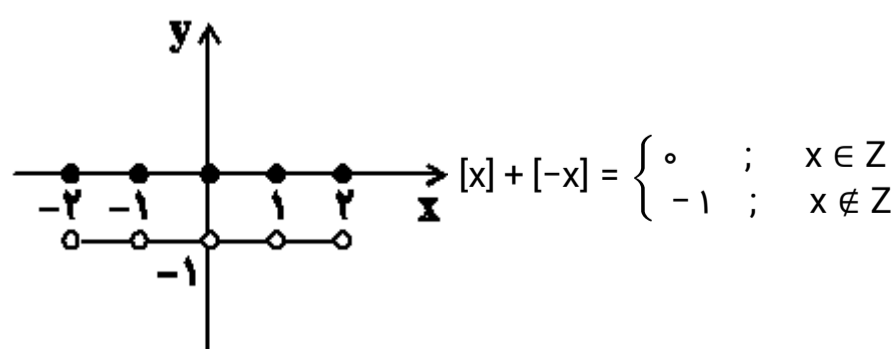
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 - 3 = -2$$

متوسط    درصد پاسخگویی ۱۵%    قلمچی ۱۳۹۸    گزینه های دام دار ۴

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به ضابطه و نمودار تابع، این تابع فقط در نقاط  $x = -2$  و  $x = 2$  از دامنه اش حد ندارد، زیرا تابع در همسایگی راست نقطه  $x = 2$  و در همسایگی چپ نقطه  $x = -2$  تعریف نمی شود.



دشوار درصد پاسخگویی ۲% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳

در هر مرحله مثلث اصلی به ۴ مثلث همبخت تقسیم می‌شود که هر کدام با مثلث اولیه متشابه هستند، بنابراین مساحت مثلث  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود در نتیجه:  $k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$   
بنابراین طول ضلع مثلث در هر مرحله  $\frac{1}{2}$  برابر می‌شود:

مرحله	۱	۲	۳	....	n
طول ضلع	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	....	$(\frac{1}{2})^{n-1}$
محیط	۳	$3(\frac{1}{2})$	$3(\frac{1}{4})$	....	$3(\frac{1}{2})^{n-1}$

با توجه به جدول متوجه می‌شویم که جملات در حال نزدیک شدن به صفر هستند، بنابراین حد جملات صفر است:

$$|3(\frac{1}{2})^{n-1} - 0| < \frac{1}{150}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2})^{n-1} < \frac{1}{450} \Rightarrow 2^{n-1} > 450$$

$$\Rightarrow 2^n > 900 \xrightarrow{n \text{ عدد طبیعی}} n \geq 10$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۲% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

اگر  $r > 0$  باشد در این صورت بازه  $(a, a+r)$  را یک همسایگی راست عدد  $a$  می‌گوییم.  
با توجه به تعریف فوق بازه  $(2, 3)$  همسایگی راست ۲ است.  
بررسی سایر گزینه‌ها:

بازه  $(1, 2)$ ، همسایگی چپ عدد ۲ می‌باشد.

بازه  $(0, 4)$  یک همسایگی ۲ است.

مجموعه  $\{2\} - (1, 3)$  همسایگی محذوف ۲ می‌باشد.

ساده درصد پاسخگویی ۳۹% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ابتدا دامنه  $f(x)$  را حساب می‌کنیم:

$$D_f = [-3, 4]$$

پس اعداد صحیح موجود در نقاط با طول‌های دامنه  $f(x)$  عبارت‌اند از:

$$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

از میان این ۸ عدد،  $f(x)$  در  $\{-3, -2, 0, 1, 3, 4\}$  فاقد حد است (۶ عدد) و در نقاط با طول‌های  $\{-1, 2\}$  دارای حد است.

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

حد راست و چپ تابع  $f$  در  $x = 3$  برابر نیستند، پس  $f$  در  $x = 3$  حد ندارد و  $a = 3$ .

حالا مقدار عبارت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$-f(a - 4) + \lim_{x \rightarrow (a-2)} f(x) = -f(-1) + \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \\ = -(-1) + 0 = 1$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۹% قلمچی ۱۳۹۸ گزینه های دام دار ۱

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{1}{|x|} \Rightarrow D_f : [x] \neq 0 \quad (*)$$

می‌دانیم اگر  $0 \leq x < 1$ ، آنگاه  $[x] = 0$ ، پس با توجه به (\*) می‌توان گفت:

$$D_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty) \quad \text{یا} \quad D_f = \mathbb{R} - [0, 1)$$

با توجه به گزینه‌ها و  $D_f$ ، تابع هیچ نوع همسایگی در  $x = \frac{1}{p}$  ندارد.

گزینه (۱): تابع در همسایگی چپ  $x = 0$  تعریف می‌شود.

گزینه (۲): تابع در همسایگی راست  $x = 1$  تعریف می‌شود.

گزینه (۳): تابع هم در همسایگی چپ و هم در همسایگی راست  $x = -1$  تعریف می‌شود.

متوسط کنکور سراسری ۱۳۹۸

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه ۱

اگر بازه  $(x + 1, 2x - 1)$  یک همسایگی برای عدد ۳ باشد، آنگاه داریم:

$$x + 1 < 3 < 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 < 3 \Rightarrow x < 2 \\ 2x - 1 > 3 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2 \end{cases}$$

اشتراک دو نامعادله حاصل برابر تهی است، پس به ازای هیچ مقدار  $x$ ، بازه مورد نظر یک همسایگی برای عدد ۳ نیست.

سوال ۱۰

ساده

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$x = -1$  ریشه صورت و مخرج است.

$$1 - a + b = 0 \Rightarrow b = a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x+1} = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + a - 1}{x+1} = -4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+a-1)}{x+1} = -4 \Rightarrow a - 1 = -4 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab = 12$$

سوال ۱۱

ساده

درصد پاسخگویی ۵۴%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۴

حد راست و چپ تابع در نقطه به طول  $x = a$  با هم متفاوت اند؛ پس تابع در این نقطه حد ندارد. در نقطه به طول  $x = b$  تابع تعریف نشده است، ولی حد راست و چپ با هم برابرند؛ پس تابع در این نقطه حد دارد. در نقطه به طول  $x = c$  هم تابع حد دارد. در نقطه به طول  $x = d$  مقدار تابع و حد تابع با هم برابر نیست ولی چون حد راست و چپ با هم برابرند، پس تابع در این نقطه حد دارد.

سوال ۱۲

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۵

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{a(x^3-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{a(x-1)(x^2+x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{a(x^2+x+1)} = \frac{3}{3a} = \frac{1}{a} = 2 \end{aligned}$$

بنابراین  $a = \frac{1}{2}$  پس:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a} = \frac{-2}{-2a} = \frac{1}{a} \xrightarrow{a = \frac{1}{2}} = 2$$

سوال ۱۳

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۲

از روی نمودار مشخص است که تابع تنها در نقطه  $a$  تعریف نشده است، از طرفی با توجه به ضابطه تابع، دیده می‌شود که تابع به ازای ریشه مخرج یعنی  $x = 1$  تعریف نمی‌شود، لذا  $a = 1$  است و در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + bx + c}{x - 1} = 2$$

از آنجایی که در  $x = 1$ ، حد مخرج صفر شده، پس باید حد صورت هم در  $x = 1$  صفر شود، چون در غیر این صورت حد تابع موجود نخواهد بود، لذا:

$$x^2 + bx + c|_{x=1} = 0 \Rightarrow 1 + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -1$$

سوال ۱۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

قلمچی ۱۳۹۷

گزینه های دام دار ۲

پاسخ: گزینه ۱

با در نظر گرفتن  $x - \pi = \alpha$ ، داریم:

$$\begin{cases} x = \pi + \alpha \\ x \rightarrow \pi^- \Rightarrow \alpha \rightarrow 0^- \end{cases}$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{|x - \pi|} = \lim_{\alpha \rightarrow 0^-} \frac{\sin(\pi + \alpha)}{|\alpha|} \quad (*)$$

وقتی  $\alpha \rightarrow 0^-$ ،  $\alpha < 0$ ، پس  $|\alpha| = -\alpha$  و می‌دانیم  $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ ، بنابراین حد (\*) برابر است با:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^-} \frac{-\sin \alpha}{-\alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow 0^-} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$$

سوال ۱۵

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۳%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ضابطه  $f$  را به صورت چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = [x] + 3([x] + [-x]) \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x & ; x \in Z \\ [x] - 3 & ; x \notin Z \end{cases}$$

$$a \in Z : \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = [a^-] - 3 = a - 1 - 3 = a - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = [a^+] - 3 = a - 3$$

$$\Rightarrow a - 4 = 2a - 6 \Rightarrow a = 2$$

سوال ۱۶

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

وقتی مخرج به ازای  $x = 4$  صفر می‌شود حتماً صورت کسر نیز به ازای  $x = 4$  برابر صفر بوده که بعد از رفع ابهام، جواب حد یک عدد شده است. (حتماً صورت کسر عامل  $(x - 4)$  را داشته)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+m)}{x^2 - 4x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+m)}{x(x-4)} = \frac{4+m}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x - 4)(x - 1)$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 5x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

سوال ۱۷

دشوار

درصد پاسخگویی ۵%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۲

در نمودار تابع  $f$ ،  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 2$  است.

بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} g(x) = \frac{3+m}{-4+m} \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) = \frac{3-4}{-5+2m} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{با هم برابرند}} \frac{-1}{2m-5} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2m-5} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 = 6m - 15 \Rightarrow 6m = 19 \Rightarrow m = \frac{19}{6}$$

سوال ۱۸

ساده

درصد پاسخگویی ۴۳%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2x}{x} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$$

تابع  $f$  در  $x = 0$  حد دارد، پس  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$  است و در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{\sin x}{|x|} - f(x) \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{-x} - \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$= -1 - 2 = -3$$



ساده درصد پاسخگویی ۳۷% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{(\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1}{\sin x - \cos x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۱% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

در توابع گزینه‌های «۱، ۳ و ۴» در نقاط  $x = \frac{3\pi}{4}$  و  $x = \frac{\pi}{4}$  حدهای راست و چپ برابر هستند بنابراین این توابع در نقاط ذکر شده دارای حد هستند، اما تابع گزینه «۲» در هیچ‌کدام از نقاط  $\frac{3\pi}{4}$  و  $\pi$  و  $x = \frac{\pi}{4}$  حدهای راست و چپ برابر ندارد. بنابراین در هیچ‌کدام از این نقاط حد ندارد.

دشوار درصد پاسخگویی ۸% قلمچی ۱۳۹۵

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (xf(x) - 1) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} xf(x) = 3$$

در این صورت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + \frac{2}{x}}{f(x) - \frac{1}{x}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{xf(x)+2}{x}}{\frac{xf(x)-1}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x)+2}{xf(x)-1} = \frac{3+2}{3-1} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

سوال ۲۲

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۱%

قلمچی ۱۳۹۵

گزینه های دام دار ۱

پاسخ: گزینه ۴

در تابع  $g$ ، دامنه تابع به صورت اعداد صحیح و غیر صحیح تفکیک شده است. برای محاسبه حد تابع  $g$  در تمام نقاط باید از ضابطه‌ی پائین  $(x \notin \mathbb{Z})$  استفاده کنیم. زیرا مثلاً برای نقطه‌ی  $x = 1$  زمانی که عبارت  $x \rightarrow 1$  مطرح می‌شود به معنای نزدیک شدن به نقطه ۱ است و هیچ‌گاه در عمل به نقطه‌ی ۱ نخواهیم رسید، بنابراین  $x \rightarrow 1$  به معنای اعداد غیر صحیح است. در نقطه‌ی  $x = 0$  هم وضع به همین صورت است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{-x} = -1 \end{cases}$$

حد تابع در نقطه‌ی  $x = 0$  به ۲ عدد نابرابر رسید که به معنای عدم وجود حد تابع در این نقطه است.

سوال ۲۳

ساده

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از قضیه‌های حد داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4}{f(x)} = 2 &\Rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = 2 \\ \Rightarrow \frac{2^3 - 4}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = 2 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2^3 - 4}{2} = 2 \end{aligned}$$

حال گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

گزینه (۱):

$$f(x) = [x] \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ وجود ندارد}$$

دقت کنید که تابع  $f(x) = [x]$  در نقاط با طول صحیح حد ندارد.

گزینه (۲):

$$f(x) = x^2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2^2 = 4$$

گزینه (۳):

$$f(x) = \sqrt{2x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \sqrt{2 \times 2} = 2$$

گزینه (۴):

$$f(x) = \sqrt{x-2} + 2 \Rightarrow D_f : x - 2 \geq 0 \Rightarrow D_f : x \geq 2$$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  وجود ندارد:

دقت کنید که در گزینه «۴» تابع  $f$  در همسایگی چپ  $x = 2$  تعریف نشده، پس در این نقطه حد ندارد.

سوال ۲۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

باید  $2x^2 + ax + b$  در  $x = 2$  و  $x = 3$  صفر شود یعنی:

$$S = 5 \Rightarrow \frac{-a}{2} = 5 \Rightarrow a = -10$$

$$P = 6 \Rightarrow \frac{b}{2} = 6 \Rightarrow b = 12$$

$$a + b = 2$$

سوال ۲۵

نسبتا دشوار

کنکور سراسری ۱۳۹۸

پاسخ: گزینه ۱

چون تابع فقط از سمت چپ پیوسته است، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = f(-2) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^3 + 8}{-(x+2)} = a$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{-(x+2)} = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} -(x^2 - 2x + 4) = a$$

$$\Rightarrow a = -(4 + 4 + 4) \Rightarrow a = -12$$

سوال ۲۶

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۹%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

حد تابع با مقدار تابع در  $x = 2$  برابر است. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{|x| - x} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a|x-2|}{2-x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a(x-2)}{2-x} = -a$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (a^2x - 5) = 2a^2 - 5 = f(2)$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 5 = -a \Rightarrow 2a^2 + a - 5 = 0$$

که با توجه به درجه دو بودن معادله، مجموع مقادیری که جای  $a$  می‌تواند قرار بگیرد برابر است با  $-\frac{1}{2}$ .

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۴

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

در اطراف  $x=2$  مقدار  $x-4$  کوچکتر از صفر و منفی است، پس:

$$x \neq 2 \Rightarrow f(x) = \frac{|x-4|-4}{x-2} = \frac{4-x-x}{x-2} = \frac{4-2x}{x-2} = -2$$

پس  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -2$  است که برای پیوسته بودن تابع  $f(x)$  در  $x=2$  باید:

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -2 \Rightarrow a = -2$$

ساده

درصد پاسخگویی ۶۳%

قلمچی ۱۳۹۶

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۱

برای پیوستگی تابع  $f$  در  $x=1$ ، باید:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\Rightarrow -2 + a = 4 \Rightarrow a = 6$$

ساده

درصد پاسخگویی ۴۵%

قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} (\sin x + 2 \cos x) = 1 + 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} (-\cos x) = 0 \quad \text{و} \quad f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

پس حد چپ در  $x = \frac{\pi}{4}$  با مقدار تابع در این نقطه برابر است. لذا تابع در  $x = \frac{\pi}{4}$  از چپ پیوسته و از راست ناپیوسته است.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۲%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۱

شرط پیوستگی  $f(x)$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  آن است که  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  باشد.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\sin^2 x - \cos x \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(\sin x - \cos x)}{\sin x(\sin x - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\sin x} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

دشوار | درصد پاسخگویی ۱۲% | قلمچی ۱۳۹۹ | گزینه های دام دار ۳

سوال ۳۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

برای پیوسته بودن تابع  $f$  در  $x = 2$ ، باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} a[1 - 2 \times 2^-] = \lim_{x \rightarrow 2^-} a[-3^a] = -3^a a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \frac{x^2 - 4}{|(x-2)(x-3)|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{-(x-2)(x-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{-(x-3)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\Rightarrow -3^a a = b = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -\frac{4}{3} \Rightarrow b - 3^a a = 8 \end{cases}$$

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۱% | قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$x = k$  را در حالت  $k \in \mathbb{Z}$  در نظر بگیرید.

اگر  $k$  عددی زوج باشد:

$$f(k) = 1 - 1 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = 1 - 1 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = -1 + 1 = 0$$

اگر  $k$  عددی فرد باشد:

$$f(k) = -1 + 1 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = -1 + 1 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = 1 - 1 = 0$$

پس تابع در تمام  $x$  های صحیح پیوسته است.

دشوار | درصد پاسخگویی ۹% | قلمچی ۱۳۹۸ | گزینه های دام دار ۳

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

شرط پیوستگی  $f(x)$  در نقطه  $x = \pi$ :

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = f(\pi)$$

شرط حد داشتن  $f(x)$  در  $x = \pi$ :

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = (-1) \times [0^+] + a[1^-] = 0 \Rightarrow 1 + a = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = (-1) \times [0^-] + a[1^+] = 1 + a$$

$$\Rightarrow a = -1$$

به ازای  $a = -1$  تابع حد دارد اما هرگز نمی تواند پیوسته باشد.

$$f(\pi) = 0 + a = -1 \neq \lim_{x \rightarrow \pi} f(x)$$

متوسط | درصد پاسخگویی ۲۶% | قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

برای این که حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - a}{\cos 2x}$  موجود باشد، باید صورت به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  صفر شود چرا که مخرج صفر است. پس  $a=1$  می باشد.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\cos x + \sin x}$$

$$= \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = -1$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} + b = 1 + b$$

اگر تابع پیوسته باشد، مقادیر به دست آمده باید برابر باشند:

$$1 + b = -1 \Rightarrow b = -2$$

$$a + b = 1 - 2 = -1$$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

ابتدا مقدار تابع، حد چپ و حد راست را در  $x = 0$  حساب می‌کنیم:  $f(0) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} ([x] + [-x]) = [0^+] + [0^-] = 0 + (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] + [-x]) = [0^-] + [0^+] = -1 + 0 = -1$$

با توجه به آن که مقدار تابع با حدهای چپ و راست برابر نیست، پس تابع از چپ و راست ناپیوسته است.



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۷ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۲۱% متوسط

①

در مطالعات ژنتیکی نشان داده شده است که ۴۰ درصد زن های تعیین کننده ی عامل RH خون منفی اند. در یک خانواده ی دو فرزندی، با چه احتمالی RH خون حداقل یکی از فرزندان مثبت است؟

(۱) ۰/۹۴۴

(۲) ۰/۸۴

(۳) ۰/۹۷۴۴

(۴) ۰/۸۶۴

قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۵% متوسط

②

احتمال زنده ماندن فردی حین یک عمل جراحی پیوند عضو، ۰/۵ است. اگر این بیمار پس از عمل جراحی زنده بماند، احتمال آن که بدن او پیوند را قبول نکند و فرد بمیرد، ۰/۲ است. احتمال زنده ماندن این بیمار کدام است؟

(۱) ۰/۶

(۲) ۰/۴

(۳) ۰/۵

(۴) ۰/۷

قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۱۹% متوسط

③

اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از یک آزمایش تصادفی باشند و  $P(A|B') = 2P(B|A') = \frac{1}{4}$ . احتمال رخ دادن A چند برابر احتمال رخ دادن B است؟

(۱) ۴

(۲) ۱/۵

(۳) ۲

(۴) ۳

قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۴۷% ساده

④

در خانواده ای با ۵ فرزند، با کدام احتمال فرزند دوم پسر و فرزند پنجم دختر است؟

(۱)  $\frac{3}{8}$ (۲)  $\frac{1}{4}$ (۳)  $\frac{1}{8}$ (۴)  $\frac{1}{4}$ 

قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۴۰% ساده

⑤

اگر A و B دو پیشامد مستقل در فضای نمونه S بوده و  $P(B) = 3P(A')$  و  $P(B') = 0/4$  باشد، حاصل  $P((A \cap B)')$  کدام است؟

(۱) ۰/۵۲

(۲) ۰/۵۸

(۳) ۰/۶۲

(۴) ۰/۶

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۱% متوسط

⑥

در یک خانواده سه فرزندی احتمال آن که دو فرزندی که متوالیاً به دنیا آمده اند دارای RH یکسان نباشند، کدام است؟ (احتمال RH منفی ۰/۲ است.)

(۱) ۰/۱۲

(۲) ۰/۲۴

(۳) ۰/۱۶

(۴) ۰/۳۲

کنکور سراسری ۱۳۹۸ نسبتاً دشوار

⑦

در جعبه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رؤیت خارج می کنیم. سپس از بین بقیه مهره ها، ۲ مهره بیرون می کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

(۱)  $\frac{1}{11}$ (۲)  $\frac{2}{11}$ (۳)  $\frac{4}{11}$ (۴)  $\frac{5}{22}$ 

قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۳۰% متوسط

⑧

احتمال به هدف زدن تیر  $\frac{1}{3}$  می باشد، با چه احتمال تیر انداز از ۵ پرتاب خود یک در میان تیر ها را به هدف می زند؟

(۱)  $\frac{8}{81}$ (۲)  $\frac{9}{64}$ (۳)  $\frac{3}{64}$ (۴)  $\frac{4}{81}$



گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۷ | درصد پاسخگویی ۲۰% | متوسط

۹

در یک خانواده با شش فرزند، تعداد فرزندان دختر و پسر باهم برابر است. احتمال آنکه فرزندان از نظر جنسیت یک در میان باشند کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{32}$  (۲)  $\frac{1}{10}$  (۳)  $\frac{1}{16}$  (۴)  $\frac{1}{20}$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۴۰۰ | درصد پاسخگویی ۳۶% | متوسط

۱۰

در کیسه‌ای ۱۲ مهره با شماره‌های ۱ تا ۱۲ وجود دارد. از این کیسه دو مهره خارج می‌کنیم و می‌دانیم که هر دو عدد خارج شده اول هستند. با کدام احتمال، مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۱۰ است؟

- (۱)  $\frac{7}{10}$  (۲)  $\frac{3}{10}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۳ | درصد پاسخگویی ۳۳% | متوسط

۱۱

دو تاس سالم را تا زمانی که برای اولین بار هر دو عدد رو شده فرد باشند، با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداکثر در دو پرتاب این نتیجه حاصل می‌شود؟

- (۱)  $\frac{5}{16}$  (۲)  $\frac{3}{16}$  (۳)  $\frac{7}{16}$  (۴)  $\frac{1}{16}$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۸ | درصد پاسخگویی ۱۶% | متوسط

۱۲

۱۰% دانش‌آموزان یک کلاس در درس شیمی، ۱۵% در درس زیست‌شناسی و ۵% در هر دو درس مردود شده‌اند. دانش‌آموزی را به‌طور تصادفی از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم که در درس شیمی قبول شده است، احتمال آن‌که در درس زیست‌شناسی مردود شده باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{7}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $\frac{1}{10}$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۵ | درصد پاسخگویی ۲۹% | متوسط

۱۳

اگر پیشامد ناتهی B زیرمجموعه‌ی پیشامد A باشد، آن‌گاه در مورد احتمال‌های آن‌ها کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $P(A|B) = P(B)$  (۲)  $P(A|B) = P(A)$   
(۳)  $P(A|B) = 1$  (۴)  $P(A|B) = 0$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۴۰۰ | دشوار

۱۴

در پرتاب هم زمان دو تاس می‌دانیم که اعداد رو شده در هر دو تاس زوج هستند، احتمال آن‌که مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۶ | درصد پاسخگویی ۱۲% | دشوار

۱۵

مطالعات ژنتیکی نشان داده است که ۴۰% ژن‌های تعیین‌کننده عامل RH خون منفی‌اند. احتمال آن‌که دو فرد از لحاظ خونی دارای یک نوع RH نباشند، کدام است؟ (برای آن‌که فردی دارای RH منفی باشد، لازم است که دو ژن منفی داشته باشد.)

- (۱)  $0/3012$  (۲)  $0/3648$  (۳)  $0/2116$  (۴)  $0/2688$

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۴۰۰ | دشوار

۱۶

نرگس به احتمال  $0/75$  در تیم کوهنوردی دانشگاه و به احتمال  $0/4$  در تیم ملی فوتبال انتخاب می‌شود. احتمال آن‌که نرگس حداقل در یکی از دو تیم انتخاب شود، چه قدر است؟

- (۱)  $0/95$  (۲)  $0/9$  (۳)  $0/85$  (۴)  $0/8$

ساده **درصد پاسخگویی ۴۶%** **قلمچی ۱۳۹۶**

۱۷

A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند، به طوری که  $P(A) = P(B|A) = 0/3$  و  $P(A|B) = 0/6$ . احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱)  $0/05$  (۲)  $0/15$   
(۳)  $0/25$  (۴)  $0/35$

متوسط **درصد پاسخگویی ۲۰%** **قلمچی ۱۳۹۸**

۱۸

احتمال ازدواج پسر و دختر خانواده‌ای تا ۵ سال دیگر به ترتیب  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  است. اگر پسر ازدواج کند، احتمال ازدواج دختر به  $\frac{1}{4}$  افزایش می‌یابد. با کدام احتمال حداقل یکی از آنها تا ۵ سال دیگر ازدواج خواهد کرد؟

- (۱)  $\frac{11}{24}$  (۲)  $\frac{13}{24}$  (۳)  $\frac{7}{24}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

متوسط **گزینه های دام دار ۲** **قلمچی ۱۴۰۰** **درصد پاسخگویی ۲۷%**

۱۹

در پرتاب متوالی ۴ سکه، A پیشامد رو بودن ۲ سکه و B پیشامد پشت بودن ۲ پرتاب اول است. در مورد ناسازگاری و مستقل بودن دو پیشامد A و B کدام گزینه درست است؟

- (۱) مستقل هستند، ناسازگار هستند. (۲) مستقل هستند، ناسازگار نیستند.  
(۳) مستقل نیستند، ناسازگار هستند. (۴) مستقل نیستند، ناسازگار نیستند.

دشوار **گزینه های دام دار ۲** **قلمچی ۱۳۹۶** **درصد پاسخگویی ۴%**

۲۰

نظرسنجی‌ها نشان داده است که احتمال پیروزی نامزد «الف» در انتخابات ۵۰٪ است، اما اگر نامزد «الف» در مناظره انتخاباتی با رقیبش پیروز شود، این احتمال به ۶۰٪ افزایش می‌یابد. اگر بدانیم احتمال پیروزی نامزد «الف» در مناظره ۲۰٪ است، با کدام احتمال حداقل یکی از دو اتفاق پیروزی در انتخابات یا پیروزی در مناظره برای او اتفاق می‌افتد؟

- (۱)  $0/58$  (۲)  $0/60$  (۳)  $0/62$  (۴)  $0/64$

دشوار **درصد پاسخگویی ۱۳%** **قلمچی ۱۳۹۷**

۲۱

میانگین و واریانس ۱۸ داده آماری به ترتیب ۸ و ۴ است. اگر به دو برابر هر یک از داده‌ها چهار واحد اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید نسبت به داده‌های اولیه چگونه است؟

- (۱)  $0/1$  کاهش می‌یابد. (۲)  $0/05$  کاهش می‌یابد.  
(۳)  $0/1$  افزایش می‌یابد. (۴)  $0/05$  افزایش می‌یابد.

متوسط **درصد پاسخگویی ۳۰%** **قلمچی ۱۳۹۸**

۲۲

اگر میانگین ساعت مطالعه هفتگی علی در طول چهار هفته اول برابر ۶ باشد و از ابتدای هفته پنجم به بعد هر هفته ۱۰ ساعت مطالعه کند، مجموعاً بعد از گذشت چند هفته از ابتدا، میانگین ساعت مطالعه او به ۸ می‌رسد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

متوسط **درصد پاسخگویی ۱۶%** **قلمچی ۱۳۹۷**

۲۳

واریانس داده‌های کمتر از چارک اول در مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۳۱ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳)  $\frac{35}{13}$  (۴)  $\frac{21}{4}$

متوسط **گزینه های دام دار ۳** **قلمچی ۱۳۹۹** **درصد پاسخگویی ۱۸%**

۲۴

ضریب تغییرات داده‌های بین چارک اول و چارک سوم در داده‌های آماری زیر کدام است؟

داده ها : ۱۰ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۶ , ۱۸ , ۱۸

- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{14}$  (۳)  $\frac{4}{35}$  (۴)  $\frac{\sqrt{10}}{35}$

دشوار قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۴%

۲۵

انحراف معیار ۱۱ داده آماری برابر با ۳ است. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آن‌ها حذف شود، واریانس ۱۰ داده باقی‌مانده کدام است؟

۱۰ (۴)

۹/۹ (۳)

۹/۵ (۲)

۹ (۱)

دشوار قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۱۱%

۲۶

قدرمطلق اختلاف از میانگین داده‌هایی برابر ۲،۲،۲،۳،۳ است. اگر مجموع این داده‌ها ۱۵ باشد، ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟

 $\sqrt{\frac{2}{3}}$  (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$  (۲) $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۰%

۲۷

میانگین مربعات تعدادی داده غیرصفر، ۵ برابر مربع میانگین آن‌ها است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

 $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۴) $\frac{1}{2}$  (۳)

۲ (۲)

 $\sqrt{5}$  (۱)

ساده قلمچی ۱۳۹۳ درصد پاسخگویی ۵۳%

۲۸

در داده‌های ۷۰، ۸۰، ۱۱۰، X و ۶۰ میانگین، میانه و مُد با هم برابرند. مقدار X کدام است؟ (مد منحصر به فرد است.)

۱۱۰ (۴)

۶۰ (۳)

۷۰ (۲)

۸۰ (۱)

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۲۸% گزینه های دام دار ۱

۲۹

در آزمون مهارت‌سنجی یک شغل، نمرات دو شخص A و B به صورت زیر است. کدام یک برای این شغل مناسب‌تر است؟

$$\begin{cases} A : 19, 20, 20, 10, 11 \\ B : 16, 15, 17, 12, 20 \end{cases}$$

۴ نیاز به اطلاعات بیشتر

۳ هر دو یکسان

B (۲)

A (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۰%

۳۰

در ۱۳ داده آماری، میانگین و واریانس، به ترتیب ۱۲ و ۲۰ هستند. با حذف داده‌های ۱۰، ۹ و ۱۷، واریانس ۱۰ داده باقیمانده کدام است؟

۲۲/۸ (۴)

۲۳/۸ (۳)

۲۲/۲ (۲)

۲۳/۲ (۱)

دشوار قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۱۵% گزینه های دام دار ۳

۳۱

میانگین تعدادی داده آماری برابر ۷ است. اگر تمامی این داده‌ها را سه برابر کنیم، انحراف معیار آن‌ها تغییر نمی‌کند. حاصل  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_p}$  در داده‌های جدید کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲۱ (۲)

۷ (۱)

متوسط قلمچی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۱%

۳۲

در کارخانه‌ای دو محصول A و B تولید می‌شوند. میانگین و واریانس نمرات کیفیت برای محصول A به ترتیب از راست به چپ، ۲۴ و ۸۱ و برای محصول B به ترتیب از راست به چپ، ۱۸ و ۴۹ است. کدام محصول برای تولید به صرفه‌تر است؟

۴ اطلاعات کافی نیست.

۳ یکسان

B (۲)

A (۱)

متوسط قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۱%

۳۳

میانگین ۳ داده صحیح یک‌رقمی برابر میانه آن‌ها و انحراف معیار آن‌ها برابر  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  است. اگر مجموع داده‌ها برابر ۹ باشد، دامنه تغییرات کدام است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۳

۳۴

میانگین داده‌های ۱۰۰، ۹۹، ...، ۴، ۳، ۲، ۱، ۱، ۲، ۳، ۴، ...، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۰ چقدر از میانگین داده‌های ۱۰۰، ۹۹، ...، ۳، ۲، ۱ کم‌تر است؟ (در اولی عدد یک و در دومی عدد صد دو بار تکرار شده است.)

$$\frac{99}{202} \text{ (۴)}$$

$$۱ \text{ (۳)}$$

$$\frac{99}{100} \text{ (۲)}$$

$$\frac{99}{101} \text{ (۱)}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۳

۳۵

در نمایش داده‌های ۱۱، ۱۴، ۱۲، ۱۹، ۱۶، ۱۷، ۱۲، ۱۵، ۱۳، ۱۹، ۱۶، ۱۷، ۱۰، ۱۴، ۱۵ با نمودار جعبه‌ای، دامنه‌ی تغییرات داده‌های بزرگ‌تر یا مساوی چارک اول و کوچک‌تر یا مساوی چارک سوم کدام است؟

$$۵ \text{ (۴)}$$

$$۴ \text{ (۳)}$$

$$۳ \text{ (۲)}$$

$$۶ \text{ (۱)}$$



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی ۲ فصل ۷ آموزشی

آکادمی کوچینگ  
تحصیلی منصور رخشان

گزینه های دام دار ۲ قلمچی ۱۳۹۵ درصد پاسخگویی ۲۱% متوسط

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

برای این که RH خون منفی باشد باید دو ژن منفی داشته باشد.

$$P(\text{RH منفی}) = 0/4 \times 0/4 = 0/16$$

بنابراین:

$$P(\text{هر دو منفی باشند}) = 1 - P(\text{RH خون حداقل یکی مثبت باشد})$$

$$= 1 - 0/16 \times 0/16 = 0/9744$$

قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۳۵% متوسط

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

اگر A را پیشامد زنده ماندن فرد حین عمل پیوند و B را پیشامد زنده ماندن او پس از عمل پیوند در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A) = 0/5$$

$$P(B|A) = 1 - 0/2 = 0/8$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0/5 \times 0/8 = 0/4$$

متوسط درصد پاسخگویی ۱۹% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

چون A و B ناسازگار هستند، پس:

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A)$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)$$

با جایگذاری در داده‌های مسأله داریم:

$$P(A|B') = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A)}{1-P(B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2P(A) + P(B) = 1$$

$$P(B|A') = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B)}{1-P(A)} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) + 4P(B) = 1$$

$$2P(A) + P(B) = P(A) + 4P(B) \Rightarrow P(A) = 3P(B) \quad \text{بنابراین:}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۷% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

فرزندان یک خانواده مستقل از هم هستند، پس جنسیت فرزندان دوم و پنجم به جنسیت سایر فرزندان ربطی ندارد، پس داریم:

$$P(\text{فرزند دوم پسر}) \times P(\text{فرزند پنجم دختر}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

ساده درصد پاسخگویی ۴۰% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون A و B دو پیشامد مستقل هستند، پس A' و B' نیز مستقل هستند.

$$P(B) = 1 - P(B') = 0.6$$

$$\Rightarrow 0.6 = 3P(A') \Rightarrow P(A') = 0.2$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 0.4 \times 0.2 = 0.08$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A' \cup B') \\ &= P(A') + P(B') - P(A' \cap B') \\ &= 0.2 + 0.4 - 0.08 = 0.52 \end{aligned}$$

گزینه های دام دار ۴ قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۲۱% متوسط

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

برای آنکه شرط مسأله برقرار باشد، باید یکی از دو حالت زیر برای RH فرزندان رخ دهد:

$$\text{حالت اول: } (+, -, +) \Rightarrow 0/8 \times 0/2 \times 0/8$$

$$\text{حالت دوم: } (-, +, -) \Rightarrow 0/2 \times 0/8 \times 0/2$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = (0/8)^2(0/2) + (0/2)^2(0/8)$$

$$= (0/8)(0/2)(0/8 + 0/2) = 0/16$$

کنکور سراسری ۱۳۹۸ نسبتا دشوار

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲

چون از رنگ مهره اول اطلاعی نداریم آن را نادیده می‌گیریم و فرض می‌کنیم مهره‌ای خارج نشده است. پس مثل این است که سؤال بگوید از ۲ مهره خارج شده، هر دو سفید باشد:

$$P = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{9! \times 2!}{11!} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$

قلمچی ۱۳۹۷ درصد پاسخگویی ۳۰% متوسط

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \text{احتمال به هدف زدن تیر}$$

مطلوب سوال به هدف زدن تیر به صورت یکی در میان است که در دو حالت بررسی می‌شود:

$$\text{احتمال اینکه تیر اول به هدف بخورد} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\text{احتمال اینکه تیر اول به هدف نخورد} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{احتمال مطلوب سوال} = \frac{1}{27} \times \frac{4}{9} + \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{4}{81}$$

سوال ۹

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۳۹۷ | درصد پاسخگویی ۲۰% | متوسط

پاسخ: گزینه ۲

تعداد حالت‌هایی که یک خانواده شش فرزندی سه فرزند پسر و سه فرزند دختر دارد، برابر است با:  $\binom{6}{3} = 20$ . از این بیست حالت، تنها در دو حالت زیر جنسیت فرزندان یک در میان متفاوت است:

(د پ د پ د پ) و (پ د پ د پ د)

پس احتمال مورد نظر برابر است با:  $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ 

سوال ۱۰

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۴۰۰ | درصد پاسخگویی ۳۶% | متوسط

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به شرط آن که هر دو عدد خارج شده اول هستند، داریم:

 $\{2, 3, 5, 7, 11\}$  = اعداد اول از ۱ تا ۱۲

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10$$

 $A = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 5)\}$ 

$$\Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

سوال ۱۱

گزینه های دام دار ۴ | قلمچی ۱۳۹۳ | درصد پاسخگویی ۳۳% | متوسط

پاسخ: گزینه ۳

احتمال آن که در پرتاب اول هر دو تاس فرد باشند ( $P_1$ ) برابر است با:

$$P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

احتمال آن که در پرتاب اول هر دو تاس هم‌زمان فرد نباشند ولی در پرتاب دوم هر دو تاس فرد باشند ( $P_2$ ) برابر است با:

$$P_2 = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:  $P = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$



متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

اگر A پیشامد مردود شدن در درس شیمی و B پیشامد مردود شدن در درس زیست‌شناسی باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{۱۰}{۱۰۰} , P(B) = \frac{۱۵}{۱۰۰} , P(A \cap B) = \frac{۵}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{1-P(A)}$$

$$= \frac{P(B)-P(A \cap B)}{1-P(A)} = \frac{\frac{۱۵}{۱۰۰} - \frac{۵}{۱۰۰}}{1 - \frac{۱۰}{۱۰۰}} = \frac{\frac{۱۰}{۱۰۰}}{\frac{۹۰}{۱۰۰}} = \frac{۱۰}{۹۰} = \frac{۱}{۹}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۹%

قلمچی ۱۳۹۵

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۳

از آن جا که  $B \subset A$ ، پس  $A \cap B = B$ ، داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = ۱$$

دشوار

قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

گزینه‌ی «۱»

فرض می‌کنیم:

A : پیشامد آن که اعداد رو شده دو تاس زوج باشند.

B : پیشامد آن که مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد.

احتمال موردنظر  $P(B|A)$  است که برابر است با:

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$n(A) = ۳ \times ۳ = ۹ \Rightarrow P(A) = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

$$A \cap B = \{(۲, ۴), (۴, ۲), (۶, ۶)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{۳}$$

سوال ۱۵

دشوار قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۱۲%

پاسخ: گزینه ۴

احتمال آن که فردی دارای RH منفی باشد، برابر  $0/4 \times 0/4 = 0/16$  است، بنابراین: (اولی منفی، دومی مثبت)  $P = P$ : احتمال موردنظر (اولی مثبت، دومی منفی)  $+P$

$$= 0/16 \times (1 - 0/16) + (1 - 0/16) \times 0/16 = 2 \times 0/84 \times 0/16 = 0/2688$$

سوال ۱۶

دشوار قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

پیشامد A = انتخاب شدن در تیم کوهنوردی دانشگاه :  $P(A) = 0/75$

پیشامد B = انتخاب شدن در تیم ملی فوتبال :  $P(B) = 0/4$

دو پیشامد A و B مستقل هستند، بنابراین:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/75 \times 0/4 = 0/3$$

احتمال آن که نرگس حداقل در یکی از دو تیم انتخاب شود برابر است با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = 0/75 + 0/4 - 0/3 = 0/85$$

سوال ۱۷

ساده قلمچی ۱۳۹۶ درصد پاسخگویی ۴۶%

پاسخ: گزینه ۲

اگر A و B دو پیشامد ناتهی در فضای نمونه‌ای S باشند، داریم:

$$\frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{\frac{P(A \cap B)}{P(A)}} = \frac{P(A)}{P(B)} \Rightarrow \frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{P(A)}{P(B)}$$

پس در این سؤال:  $\frac{0/6}{0/3} = \frac{0/3}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{0/3 \times 0/3}{0/6} = 0/15$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

P(B) : احتمال ازدواج پسر تا ۵ سال دیگر

P(G) : احتمال ازدواج دختر تا ۵ سال دیگر

اول احتمال اشتراک را حساب کنیم:

$$P(G|B) = \frac{P(G \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{P(G \cap B)}{\frac{1}{4}} \Rightarrow P(G \cap B) = \frac{1}{8}$$

حال احتمال این که حداقل یکی از آنها تا ۵ سال دیگر ازدواج کند را به دست می آوریم:

$$P(G \cup B) = P(B) + P(G) - P(B \cap G)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{6+8-3}{24} = \frac{11}{24}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۴۰۰

گزینه های دام دار ۲

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

برای تشخیص سازگاری و استقلال، باید  $P(A \cap B)$  را به دست آوریم:

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$A = \{rrpp, rprp, rppr, prrp, prpr, pppr\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{pprr, pppr, pprp, pppp\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$A \cap B = \{pprr\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{16} \neq 0$$

ناسازگار نیستند

$$P(A \cap B) = \frac{1}{16} \neq P(A) \times P(B) \Rightarrow \text{مستقل نیستند}$$

دشوار | درصد پاسخگویی ۴% | قلمچی ۱۳۹۶ | گزینه های دام دار ۲

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

طبق فرض سوال، می توان گفت:

$$P(A) = 0/5 \text{ : احتمال پیروزی در انتخابات}$$

$$P(B) = 0/2 \text{ : احتمال پیروزی در مناظره}$$

$$P(A|B) = 0/6$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) = 0/2 \times 0/6 = 0/12$$

احتمال آنکه حداقل یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد، برابر است با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0/5 + 0/2 - 0/12 = 0/58$$

دشوار | درصد پاسخگویی ۱۳% | قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

نکته «۱»: اگر هر یک از داده های آماری را در مقدار ثابت ضرب کنیم و یا با همان مقدار ثابت جمع کنیم، میانگین آن ها نیز در همان مقدار ثابت ضرب و یا با همان مقدار ثابت جمع می شود.

نکته «۲»: اگر هر یک از داده های آماری را در a ضرب کنیم، انحراف معیار آن ها در |a| ضرب می شود.

حال اگر میانگین و انحراف معیار داده های جدید را به ترتیب به صورت  $\bar{x}_2$  و  $\sigma_2$  نشان دهیم، داریم:

$$\sigma_1^2 = 4 \Rightarrow \sigma_1 = 2$$

$$\bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 + 4 = 2(8) + 4 = 20$$

$$\sigma_2 = 2\sigma_1 = 2(2) = 4$$

$$\Rightarrow CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{2}{8} = 0/25$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{4}{20} = 0/2$$

$$CV_2 - CV_1 = 0/2 - 0/25 = -0/05$$

بنابراین ضریب تغییرات ۰/۰۵ کاهش می یابد.

متوسط | درصد پاسخگویی ۳۰% | قلمچی ۱۳۹۸

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۲

مجموع ساعات مطالعه = میانگین مطالعه  
عدد هفته ها

$$\text{میانگین} = \frac{4 \times 6 + 10x}{4+x} = 8 \Rightarrow 24 + 10x = 32 + 8x$$

$$\Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

پس مجموعاً ۸ هفته باید بگذرد.

سوال ۲۳

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۶%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۱

میانه در داده‌های ۱, ۲, ..., ۳۰ برابر ۱۵/۵ است. حال میانه داده‌های ۱, ۲, ..., ۱۵ برابر ۸ است، پس باید واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ را حساب کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+4+1+0+1+4+9}{7} = 4$$

سوال ۲۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

چارک اول برابر ۱۱ و چارک سوم برابر با ۱۷ است. اعداد بین این دو چارک عبارتند از:

۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۶

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{12+14+14+14+16}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + 3(14-14)^2 + (16-14)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + 3(14-14)^2 + (16-14)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4+0+4}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{2\sqrt{10}}{5}}{14} = \frac{\sqrt{10}}{35}$$

سوال ۲۵

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۷

پاسخ: گزینه ۳

واریانس داده‌ها برابر با ۹ = ۳<sup>۲</sup> است. با توجه به آن که یکی از داده‌ها برابر میانگین ( $\bar{x}$ ) است، پس ۱۱ داده به صورت  $\bar{x}, x_1, x_2, \dots, x_{10}$  هستند. اگر داده برابر با میانگین را حذف کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند. اگر واریانس ۱۱ داده اولیه را حساب کنیم، داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{11} = 9$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2$$

$$= 9 \times 11 = 99$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 = 99$$

حال واریانس ۱۰ داده باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2}{10} = \frac{99}{10} = 9.9$$

دشوار درصد پاسخگویی ۱۱% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۴

$$|x_i - \bar{x}| = ۲, ۲, ۲, ۳, ۳$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2}{5}$$

$$= \frac{(۲)^2 + (۲)^2 + (۲)^2 + (۳)^2 + (۳)^2}{5} = \frac{۳۰}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = ۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۶}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_5}{5} = \frac{۱۵}{5} = ۳$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۶}}{۳} = \sqrt{\frac{۶}{۹}} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

متوسط درصد پاسخگویی ۲۰% قلمچی ۱۳۹۷

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} = ۵\bar{x}^2 \quad \text{طبق فرض مسئله:}$$

از طرفی داریم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = ۵\bar{x}^2 - \bar{x}^2 = ۴\bar{x}^2$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = ۴\bar{x}^2 \Rightarrow \sigma = ۲\bar{x} \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = ۲ \Rightarrow CV = ۲$$

ساده درصد پاسخگویی ۵۳% قلمچی ۱۳۹۳

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{x} = \frac{۶۰+۷۰+۸۰+۱۱۰+X}{5} = \frac{۳۲۰+X}{5}$$

مد  $X =$  مد منحصر به فرد است.

$\bar{x} = X$  میانگین با مد برابر است.

$$X = \frac{۳۲۰+X}{5} \Rightarrow ۵X = ۳۲۰ + X \Rightarrow X = ۸۰$$

سوال ۲۹

گزینه های دام دار ۱ | قلمچی ۱۴۰۰ | درصد پاسخگویی ۲۸% | متوسط

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

برای مقایسه، ابتدا میانگین نمره‌ها را حساب می‌کنیم. در صورتی که نمره‌ها برابر باشند شخصی مناسب‌تر است که نمراتش واریانس کمتری داشته باشد.

$$\begin{aligned}\bar{X}_A &= \frac{19 + 20 + 20 + 10 + 11}{5} = 16, \\ \Rightarrow \sigma_A^2 &= \frac{3^2 + 4^2 + 4^2 + (-6)^2 + (-5)^2}{5} = \frac{102}{5} \\ \bar{X}_B &= \frac{16 + 15 + 17 + 12 + 20}{5} = 16 \\ \Rightarrow \sigma_B^2 &= \frac{0^2 + (-1)^2 + 1^2 + (-4)^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5}\end{aligned}$$

سوال ۳۰

گزینه های دام دار ۳ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۳۰% | متوسط

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

$$\bar{x} = \frac{17 + 9 + 10}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

میانگین اعداد ۱۰، ۹، ۱۷ نیز برابر ۱۲ است. پس با حذف آن‌ها، میانگین ۱۰ داده باقیمانده، ۱۲ خواهد بود.

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2}{13} = 20$$

پس حاصل جمع  $(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{13} - 12)^2$  برابر است با:

$$13 \times 20 = 260$$

واریانس جدید پس از حذف ۳ داده، به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}\sigma_2^2 &= \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{10} - 12)^2}{10} \\ &= \frac{260 - (17 - 12)^2 - (9 - 12)^2 - (10 - 12)^2}{10} = \frac{260 - 25 - 9 - 4}{10} \\ &= \frac{222}{10} = 22.2\end{aligned}$$

سوال ۳۱

گزینه های دام دار ۳ | قلمچی ۱۳۹۹ | درصد پاسخگویی ۱۵% | دشوار

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

تنها حالتی که با سه برابر کردن داده‌ها، انحراف معیار ثابت می‌ماند، این است که انحراف معیار برابر صفر باشد. یعنی تمام داده‌ها با هم برابرند. پس تمامی داده‌های جدید برابر ۲۱ هستند. در نتیجه  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 21$  است.

پس حاصل عبارت  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$  برابر صفر خواهد شد.

متوسط درصد پاسخگویی ۳۱% قلمچی ۱۴۰۰

سوال ۳۲

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

هر محصولی که ضریب تغییرات کمتری داشته باشد برای تولید به صرفه‌تر است. داریم:

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\bar{X}_A} = \frac{\sqrt{11}}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0/375$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\bar{X}_B} = \frac{\sqrt{49}}{18} = \frac{7}{18} \approx 0/39$$

بنابراین محصول A بهتر است.

متوسط درصد پاسخگویی ۲۱% قلمچی ۱۳۹۹

سوال ۳۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

اگر سه داده را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و به صورت  $a, b, c$  نشان دهیم،  $b$  میانه است.

$$\bar{x} = \frac{a+b+c}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\text{میانگین} = \text{میانه} = 3 \Rightarrow \bar{x} = b = 3$$

$$a+b+c=9 \xrightarrow{b=3} a+c=6 \quad (*)$$

انحراف معیار برابر  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  است، در نتیجه واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \left(2 \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{(a-\bar{x})^2 + (b-\bar{x})^2 + (c-\bar{x})^2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{(a-3)^2 + 0 + (c-3)^2}{3} \Rightarrow (a-3)^2 + (c-3)^2 = 8 \quad (**)$$

$$(*) \rightarrow a+c=6 \Rightarrow c=6-a$$

$$(**) \rightarrow (a-3)^2 + (-a+3)^2 = 8 \Rightarrow 2a^2 - 12a + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases}$$

اما با توجه به اینکه  $a$  از  $b$  کوچک‌تر است، در نتیجه  $a=1$  قابل قبول است.

$$(*) \rightarrow a+c=6 \xrightarrow{a=1} c=5$$

پس داده‌ها به صورت  $1, 3, 5$  هستند که دامنه تغییرات برابر است با:

$$R = 5 - 1 = 4$$



متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸%

قلمچی ۱۳۹۳

سوال ۳۴

پاسخ: گزینه ۱

فرض کنید  $a = 1 + 2 + \dots + 100$ ، در این صورت:

$$\bar{X}_1 = \frac{1+(1+2+\dots+100)}{101} = \frac{1+a}{101}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{(1+2+\dots+100)+100}{101} = \frac{a+100}{101}$$

$$\bar{X}_2 - \bar{X}_1 = \frac{a+100}{101} - \frac{1+a}{101} = \frac{100-1}{101} = \frac{99}{101}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۳

سوال ۳۵

پاسخ: گزینه ۴

۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۹, ۱۹

اول داده‌ها را مرتب کردیم، حالا:

$$n = 15 \Rightarrow Q_2 = x_8 = 15$$

$$Q_1 = 12, Q_3 = 17$$

پس دامنه‌ی تغییرات میان چارکی برابر  $Q_3 - Q_1 = 5$  است.