



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

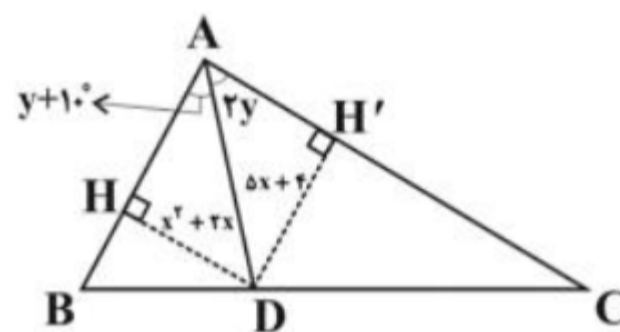
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه دهم فصل ۱ آموزشی

۱ دو خط متقاطع در یک صفحه در نظر بگیرید. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که فاصله آن از هر کدام از این دو خط برابر یک واحد باشد؟

- (۱) یک نقطه      (۲) دو نقطه      (۳) سه نقطه      (۴) چهار نقطه

۲ در شکل زیر،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. اندازه  $x$  چند برابر اندازه  $y$  است؟ ( $DH = x^2 + 2x, DH' = 5x + 4$ )



- (۱) ۲/۵  
(۲) ۱/۵  
(۳) ۲/۳  
(۴) ۳/۴

۳ حداکثر چند نقطه در صفحه شامل نقطه  $A$  و خط  $d$  وجود دارد که از نقطه  $A$  به فاصله ۳ واحد و از خط  $d$  هم به فاصله ۳ واحد باشد؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) بی‌شمار

۴ نقطه  $A$  به فاصله ۳ سانتی‌متر از خط  $d$  واقع است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که هم از نقطه  $A$  و هم از خط  $d$  به فاصله ۵ سانتی‌متر باشد؟

- (۱) صفر      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) ۴

۵ فاصله نقطه  $A$  از خط  $d$  برابر ۴ سانتی‌متر است. چند نقطه روی خط  $d$  به فاصله ۵ سانتی‌متر از نقطه  $A$  قرار دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) بی‌شمار      (۴) هیچ

۶ خط  $d$  و دو نقطه  $A$  و  $B$  در یک صفحه مفروض‌اند. در کدام حالت، حتماً نقطه‌ای روی خط  $d$  وجود دارد که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد؟

- (۱) خط  $d$  از نقطه  $A$  عبور کند.  
(۲) خط  $d$  از نقطه  $AB$  عبور کند.  
(۳) خط  $d$ ، پاره‌خط  $AB$  را در نقطه‌ای بین  $A$  و  $B$  قطع کند  
(۴) خط  $d$  موازی پاره‌خط  $AB$  باشد.

۷) هر نقطه روی عمود منصف پاره خط AB از ... به یک فاصله است و هر نقطه روی نیمساز زاویه XOY از ... به یک فاصله است.

- (۱) دو سر پاره خط- دو ضلع زاویه  
(۲) دو سر پاره خط- رأس زاویه  
(۳) وسط پاره خط- رأس زاویه  
(۴) وسط پاره خط- دو ضلع زاویه

۸) کدام یک از چهار ضلعی های زیر به طور منحصر به فرد رسم نمی شود؟

- (۱) متوازی الاضلاعی به طول قطرهای ۲ و ۳  
(۲) مثلثی به طول اضلاع ۵، ۴ و ۳  
(۳) لوزی به طول قطرهای ۴ و ۶  
(۴) لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶

۹) نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از نقطه B قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۷ سانتی متر و از B به فاصله ۳ سانتی متر باشد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۱۰) اگر سه رأس یک مثلث روی محیط یک دایره باشند، آن گاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) محل تلاقی عمود منصف های اضلاع مثلث، مرکز دایره است.  
(۲) مرکز دایره حتماً روی کوچک ترین ضلع مثلث قرار دارد.  
(۳) محل تلاقی نیمسازهای مثلث، مرکز دایره است.  
(۴) مرکز دایره حتماً داخل مثلث قرار می گیرد.

۱۱) در مثلث  $\triangle ABC$ ، ارتفاع های BH و CH' در نقطه P تلاقی کرده اند. اگر  $PA = PB = PC$  باشد، کدام نتیجه گیری درست است؟

- (۱)  $\triangle ABC$  متساوی الساقین و  $AB = AC \neq BC$  است.  
(۲)  $\triangle ABC$  متساوی الساقین و  $BC = AC \neq AB$  است.  
(۳)  $\triangle ABC$  متساوی الاضلاع است.  
(۴)  $\triangle ABC$  قائم الزاویه است.

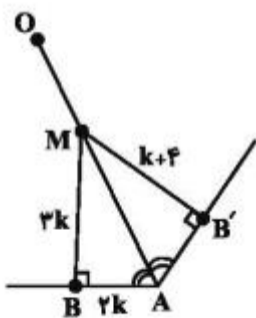
۱۲) چند دایره می توان رسم کرد که پاره خط AB به طول ۲ واحد، وتری از آن باشد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۴  
(۴) بی شمار

۱۳) برای رسم عمود منصف پاره خط AB به کمک خط کش و پرگار، ابتدا به مرکزهای A و B دایره هایی مساوی رسم می کنیم؛ شعاع این دایره ها باید لزوماً چگونه باشد؟

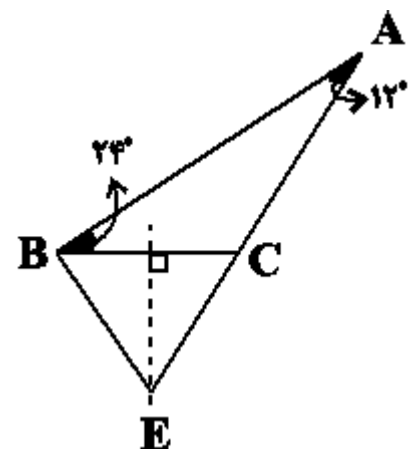
- (۱) دلخواه  
(۲) بیش تر از نصف طول AB  
(۳) کم تر از نصف طول AB  
(۴) برابر با طول AB

۱۴) در شکل مقابل، پاره خط OA، نیمساز زاویه A می باشد. اندازه پاره خط AM کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{13}$   
(۲)  $2\sqrt{13}$   
(۳)  $\sqrt{17}$   
(۴)  $2\sqrt{17}$

۱۵) در شکل روبه‌رو عمودمنصف BC، امتداد AC را در E قطع کرده است. زاویه BEC چند درجه است؟



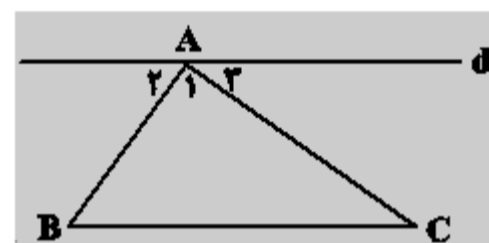
۱۰۸ (۱)

۱۰۶ (۲)

۱۰۴ (۳)

۱۰۲ (۴)

۱۶) با استدلال استنتاجی به شرح زیر ثابت کرده‌ایم که «مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.» در این استدلال، کدامیک از واقعیت‌هایی که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم، استفاده نشده است؟



$$d \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{C} = \hat{A}_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

(۱) قضیه خطوط موازی و مورب

(۲) زاویه نیم‌صفحه،  $180^\circ$  است.

(۳) هر زاویه خارجی از زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.

(۴) از نقطه‌ای خارج یک خط، خطی موازی آن می‌توان رسم کرد.

۱۷) کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی‌شود؟

(۱) در مثلثی که دو ضلع نابرابر دارد، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر است.

(۲) اگر  $n$  عددی مثبت باشد، آن‌گاه  $n^3$  نیز مثبت است.

(۳) در هر لوزی، قطرهای بر هم عمودند.

(۴) اگر در مثلثی، دو ضلع برابر باشند، آن‌گاه دو زاویه روبه‌رو به آن‌ها نیز با هم برابرند.

۱۸) در یک مثلث، نقطه ... از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

(۲) هم‌رسی نیمسازهای داخلی

(۱) هم‌رسی عمودمنصف‌ها

(۴) هم‌رسی ارتفاع‌ها

(۳) تقاطع یک عمودمنصف با یک نیمساز داخلی

۱۹) سه پاره‌خط به طول‌های  $4x - 4$  و  $x + 7$  و  $6x$  اضلاع مثلثی هستند، مقادیر  $x$  به کدام صورت است؟

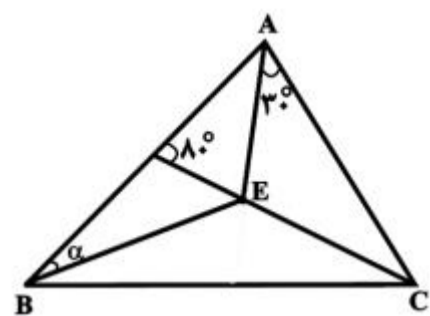
(۲)  $\frac{5}{3} < x < 3$

(۱)  $\frac{11}{9} < x < 3$

(۴)  $\frac{11}{9} < x < 4$

(۳)  $2 < x < 3$

۲۰) در شکل زیر اگر E نقطه همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC باشد، زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



۱) ۱۵

۲) ۲۰

۳) ۳۰

۴) ۴۰

۲۱) کدام یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به صورت قضیه دو شرطی نوشت؟

۱) نقطه همرسی عمود منصف‌های ضلع‌های مثلث، از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

۲) در هر مستطیل، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.

۳) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۴) در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه نظیر یکی از اضلاع بر هم منطبق‌اند.

۲۲) در مثلث ABC، AD نیمساز زاویه  $\hat{A}$  است. کدام گزینه نادرست است؟

۴)  $BD > AB$

۳)  $AC > DC$

۲)  $\hat{AD}B > \frac{\hat{A}}{3}$

۱)  $\hat{AD}C > \frac{\hat{A}}{3}$

۲۳) اگر از هر رأس مثلث ABC خطی موازی ضلع مقابلش رسم کنیم، ارتفاع‌های مثلث ABC کدام ویژگی را در مثلث حاصل از برخورد پای این خطوط دارند؟

۴) میانه هستند.

۳) ارتفاع هستند.

۲) نیمساز هستند.

۱) عمود منصف هستند.

۲۴) کدام دسته از اعداد زیر، نمی‌توانند طول سه ضلع یک مثلث باشند؟

۴) ۱، ۲، ۳

۳) ۳، ۴، ۵

۲) ۵، ۶، ۷

۱) ۷، ۸، ۹

۲۵) کدام یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟

۱) مثلث‌های همنهشت، زاویه‌های نظیر مساوی دارند.

۲) زوایای مجاور هر متوازی الاضلاع مکمل یکدیگرند.

۳) در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویه رأس، ضلع مقابل آن را نصف می‌کند.

۴) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

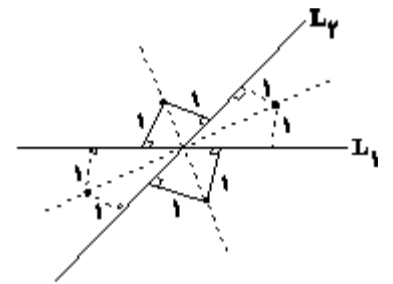
نام آزمون: **هندسه دهم فصل ۱ آموزشی**

سوال ۱

پاسخ: **گزینه ۴**

گزینه «۴»

نقاط، روی نیمسازهای دو خط متقاطع می‌باشد و روی هر نیمساز دو نقطه وجود دارد که از دو خط به فاصله واحد می‌باشد. پس در کل در صفحه چهار نقطه وجود دارد.



سوال ۲

پاسخ: **گزینه ۱**

چون AD نیمساز است، بنابراین:

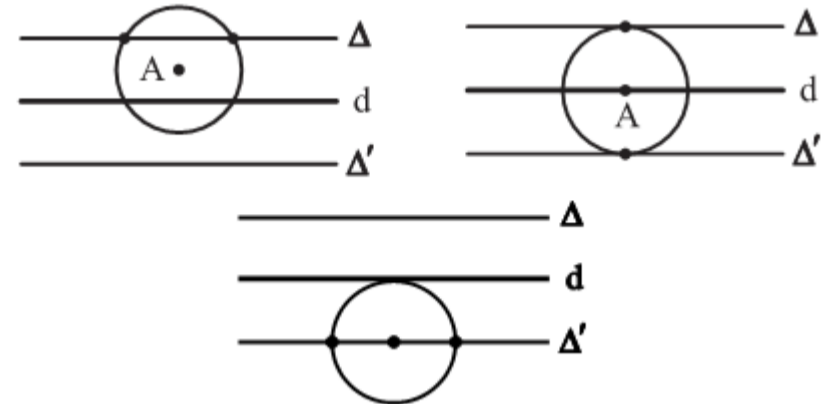
$$\begin{cases} \widehat{D\hat{A}H'} = \widehat{D\hat{A}H} \Rightarrow y + 10^\circ = 2y \Rightarrow y = 10^\circ \\ \widehat{DH'} = \widehat{DH} \Rightarrow x^2 + 2x = 5x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \\ \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (غ ق ق)} \Rightarrow \text{طول DH' و DH منفی می شود.} \\ x = 4 \text{ (ق ق)} \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

سوال ۳

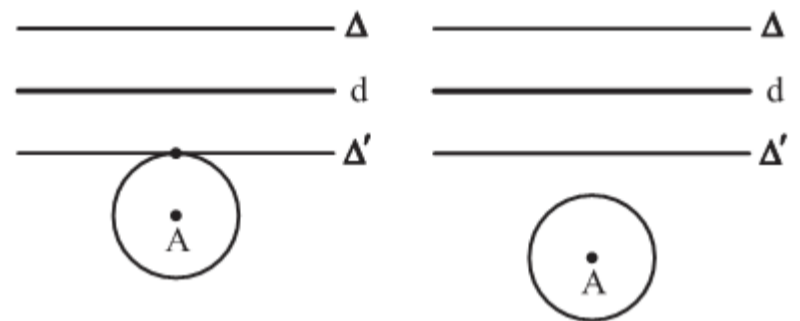
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با توجه به شکل‌های زیر، در سه حالت، دو نقطه با چنین خاصیتی وجود دارد که نقاط مشترک دایره  $C(A, ۳)$  و دو خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  که هر یک به فاصله ۳ از  $d$  قرار دارند، هستند.

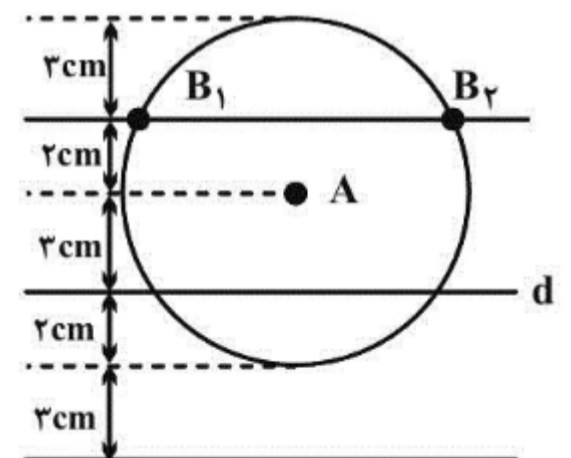


در سایر حالت‌ها صفر یا یک نقطه با این خاصیت وجود دارد:



سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

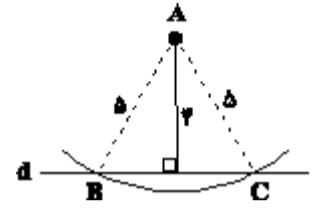


نقطی که از خط  $d$  به فاصله ۵ سانتی‌متر هستند، روی دو خط موازی با  $d$  و به فاصله ۵ سانتی‌متر از آن قرار دارند. نقطی که از  $A$  به فاصله ۵ سانتی‌متر هستند، روی دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع ۵ سانتی‌متر واقعند. مطابق شکل این دایره با آن دو خط، در دو نقطه مشترک اند  $(B_۲, B_۱)$ .

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲

دایره‌ای به مرکز  $A$  و به شعاع  $۵$  سانتی‌متر رسم می‌کنیم. چون  $۵ > ۴$  است در نتیجه دایره، خط  $d$  را در دو نقطه قطع می‌کند. پس مطابق شکل، دو نقطه  $B$  و  $C$  روی خط  $d$ ، از نقطه  $A$  به فاصله  $۵$  هستند.



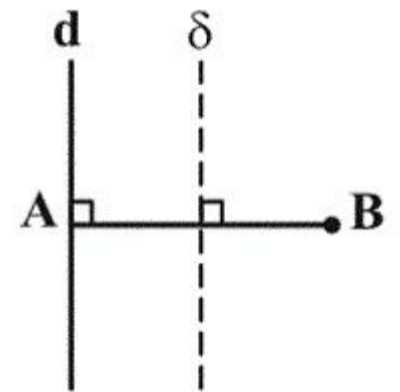
سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

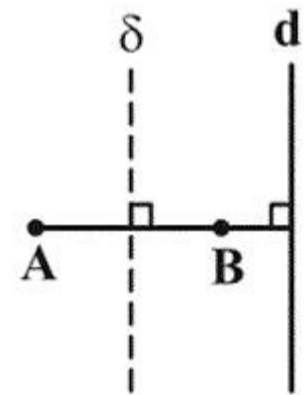
در صورتی که خط  $d$  در هر نقطه‌ای غیر از وسط پاره‌خط  $AB$  بر این پاره‌خط یا امتداد آن عمود باشد، موازی عمودمنصف  $AB$  خواهد بود و در نتیجه نقطه‌ای روی آن به فاصله برابر از  $A$  و  $B$  وجود ندارد ولی اگر خط  $d$  موازی پاره‌خط  $AB$  باشد، آن‌گاه عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  را قطعاً در یک نقطه قطع می‌کند، پس همواره نقطه‌ای روی آن وجود دارد که از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد.

برای رد گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» شکل‌های زیر را ببینید ( $\delta$ : عمودمنصف  $AB$ )

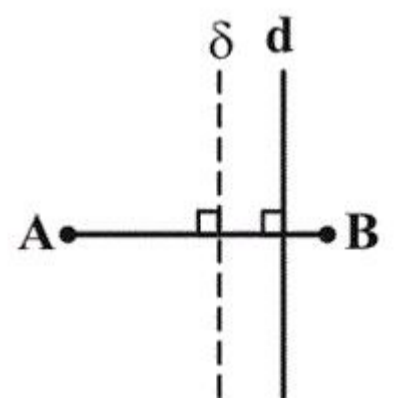
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:





سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

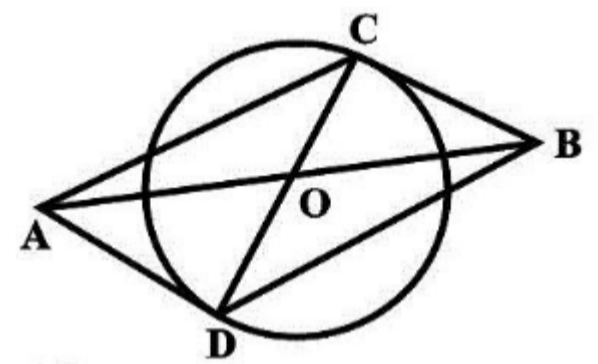
هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  از دو سر پاره خط به یک فاصله است و هر نقطه روی نیم‌ساز زاویه  $XOY$  از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

برای رسم یک متوازی‌الاضلاع به طول قطرهای ۲ و ۳، کافی است پاره‌خطی به طول ۳ رسم کنیم و سپس به مرکز وسط این پاره‌خط و شعاع ۱، دایره‌ای رسم نماییم.

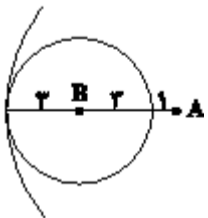


دو سر هر یک از قطرهای دایره (به جز قطری که در راستای پاره‌خط  $AB$  است) به همراه نقاط  $A$  و  $B$ ، متوازی‌الاضلاعی به طول قطرهای ۲ و ۳ ایجاد می‌کنند.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

نقطه مشترک دو دایره یکی به مرکز  $A$  و به شعاع ۷ سانتی‌متر و دیگری به مرکز  $B$  و شعاع ۳ سانتی‌متر، تنها جواب مسئله است.



سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

این دایره، دایره محیطی مثلث نام دارد که مرکز آن محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است، زیرا عمودمنصف‌های اضلاع از دو سر اضلاع که همان رئوس مثلث هستند، به یک فاصله است.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

چون  $PA = PB = PC$  بنابراین  $P$  نقطه تلاقی سه عمودمنصف داخلی مثلث  $ABC$  است. چون  $P$  نقطه تلاقی  $BH$  و  $CH'$  است، پس نتیجه می‌گیریم که  $BH$  و  $CH'$  در واقع هم عمودمنصف هستند و هم ارتفاع. بنابراین:  $BH \Rightarrow BA = BC$  عمودمنصف و ارتفاع

$CH' \Rightarrow CA = CB$  عمودمنصف و ارتفاع

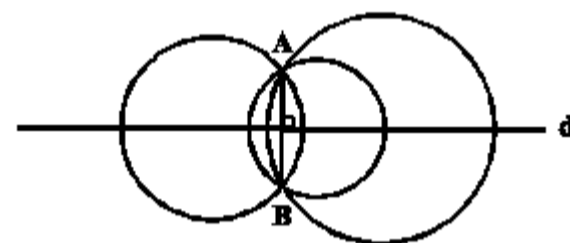
$\Rightarrow AB = AC = BC$

بنابراین مثلث  $\triangle ABC$  متساوی الاضلاع است.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

اگر  $AB$  وترى از یک دایره باشد، آنگاه مرکز دایره از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله است، بنابراین روی عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  قرار دارد. چون هر نقطه واقع بر عمودمنصف پاره خط  $AB$  می‌تواند مرکز چنین دایره‌ای باشد، پس بی‌شمار دایره وجود دارد که پاره خط  $AB$ ، وترى از آن باشد.

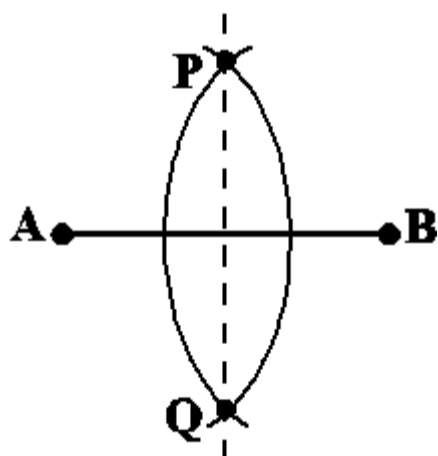


سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با توجه به روش رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، باید ابتدا به مرکز دو سر پاره‌خط، دو کمان با شعاع‌های برابر رسم کنیم که هم‌دیگر را در دو نقطه قطع کنند، برای این منظور، شعاع این دو کمان باید بیش‌تر از نصف طول پاره‌خط  $AB$  باشد.



سوال ۱۴

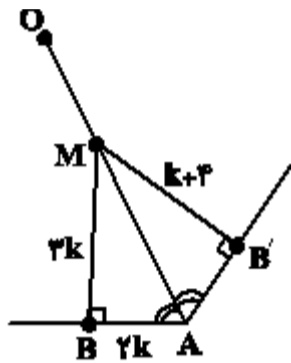
پاسخ: گزینه ۲

چون نقطه M روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس فاصله این نقطه تا دو ضلع زاویه A یکسان است. پس داریم:

$$3k = k + 4 \Rightarrow k = 2$$

پس در مثلث قائم‌الزاویه ABM چون طول‌های دو ضلع قائمه برابر  $3k = 6$  و  $2k = 4$  هستند، طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$(AM)^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \Rightarrow AM = 2\sqrt{13}$$



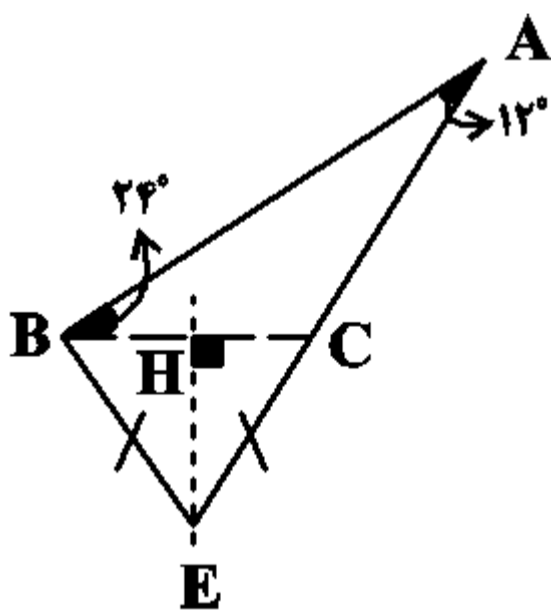
سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

در مثلث ABC، داریم:

$$\widehat{HCE} = 12^\circ + 24^\circ = 36^\circ \text{ زاویه خارجی}$$



در مثلث قائم‌الزاویه HCE داریم:

$$\widehat{CEH} = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

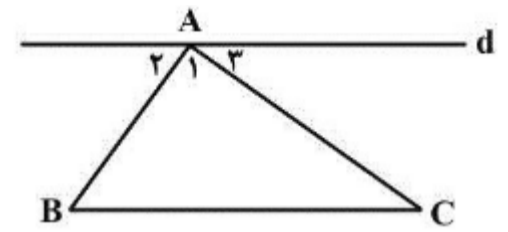
در مثلث متساوی‌الساقین EBC، داریم:

$$\widehat{BEC} = 2\widehat{CEH} = 108^\circ$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

در استدلال استنتاجی، از درستی واقعیت‌هایی که بر مبنای منطق از قبل پذیرفته‌ایم استفاده می‌کنیم. یعنی:



$$\stackrel{\text{الف}}{d \parallel BC} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{B} = \widehat{A}_2 \\ \widehat{C} = \widehat{A}_3 \end{cases} \quad \text{(ب)}$$

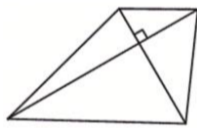
$$\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{A}_3 = 180^\circ \quad \text{(ج)}$$

گزینه «۴»  $\Rightarrow$  واقعیت «الف»گزینه «۱»  $\Rightarrow$  واقعیت «ب»گزینه «۲»  $\Rightarrow$  واقعیت «ج»

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

عکس گزینه «۳» صحیح نیست. یعنی اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند، آن چهارضلعی لزوماً لوزی نیست، شکل زیر را ببینید:



گزینه «۱» همان قضیه زاویه برتر است که عکس آن نیز برقرار است.

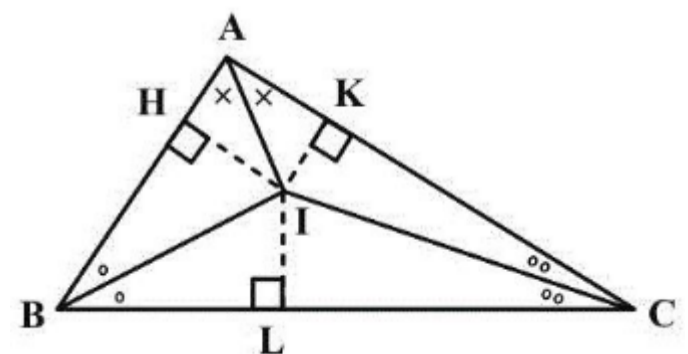
عکس گزینه «۲» نیز برقرار است، زیرا از طرفین یک نامساوی می‌توان ریشه فرد گرفت و جهت نامساوی تغییر نکند.

$$n^3 > 0 \xrightarrow{\text{ریشه سوم}} n > 0$$

عکس گزینه «۴»، از ویژگی‌های مثلث متساوی‌الساقین و درست است.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

از آن‌جا که I روی نیمساز زاویه A واقع است.  $IH = IK$ و از آن‌جا که I روی نیمساز زاویه B واقع است.  $IH = IL$ پس:  $IH = IK = IL$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

می‌دانیم که در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس باید سه نامعادله زیر هم‌زمان برقرار باشند:

$$1) (x + 7) + (4x - 4) > 6x \Rightarrow 5x + 3 > 6x \Rightarrow x < 3$$

$$2) (x + 7) + 6x > 4x - 4 \Rightarrow 7x + 7 > 4x - 4 \Rightarrow$$

$$3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3}$$

$$3) 6x + (4x - 4) > x + 7 \Rightarrow 10x - 4 > x + 7$$

$$\Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9}$$

$$\frac{11}{9} < x < 3$$

اشتراک سه بازه به دست آمده برابر است با:

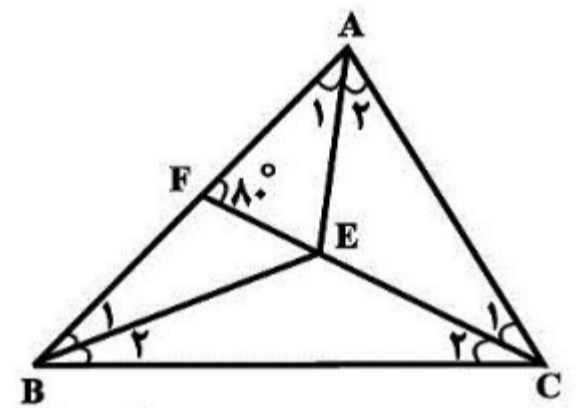
توجه کنید که به ازای مقادیر به دست آمده برای  $x$ ، طول سه پاره‌خط مثبت است.

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

با توجه به شکل  $AE$ ،  $BE$  و  $CE$  نیمساز زوایای داخلی مثلث  $ABC$  هستند. داریم:



$$\hat{A} = 2\hat{A}_2 = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ACF : \hat{C}_1 + 60^\circ + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 2\hat{C}_1 = 80^\circ$$

$$\triangle ABC : \hat{B} = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = \alpha = 20^\circ$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

عکس قضیه گزینه «۲» برقرار نیست چون اگر در یک چهارضلعی، قطرهای یکدیگر را نصف کنند، آن گاه آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و الزاماً مستطیل نمی‌باشد.

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۱»: درست است زیرا  $\widehat{D}_2$  یک زاویه خارجی مثلث ABD است. بنابراین:

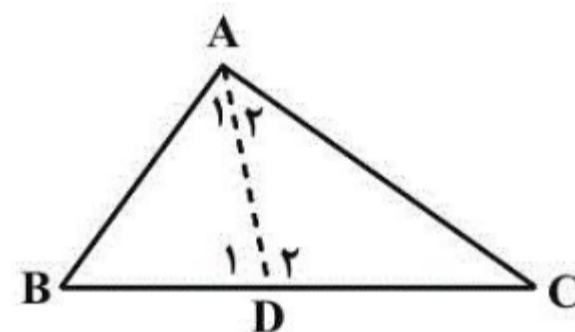
$$\widehat{A}_1 + \widehat{B} = \widehat{D}_2 \Rightarrow \widehat{D}_2 > \widehat{A}_1$$

گزینه «۲» نیز از آن جا که  $\widehat{D}_1$  برای مثلث ACD زاویه خارجی است، درست است.

گزینه «۳» درست است زیرا از آن جا که  $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_2$ ، بنابراین در مثلث  $\triangle ADC$ ، ضلع مقابل به  $\widehat{D}_2$  از ضلع مقابل به

$\widehat{A}_2$  بزرگ‌تر می‌باشد، بنابراین:

$$AC > DC$$



گزینه «۴» نادرست است، زیرا در مثلث  $\triangle ADC$  داریم:

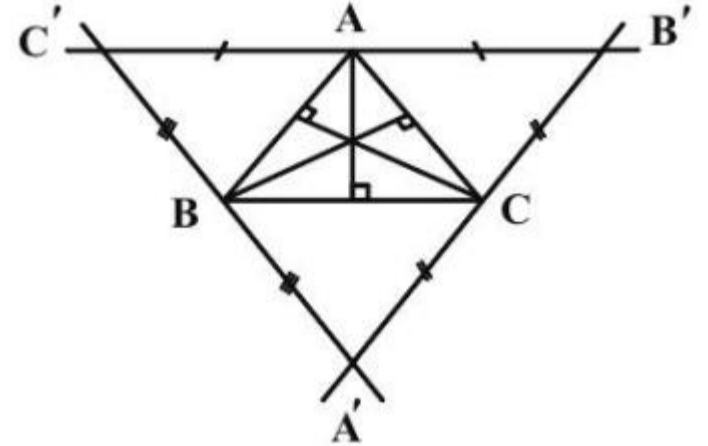
$$\widehat{D}_1 = \widehat{A}_2 + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_2 = \widehat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

مطابق شکل ارتفاع‌های مثلث  $ABC$ ، عمودمنصف‌های اضلاع مثلث  $A'B'C'$  هستند.



سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۴

برای آن که سه عدد بتوانند طول سه ضلع یک مثلث باشند، لازم و کفایت که بزرگ‌ترین آن‌ها از مجموع دوتای دیگر کوچک‌تر باشد. با این توضیح، اعداد داده شده در گزینه «۴» نمی‌توانند طول‌های سه ضلع یک مثلث باشند، زیرا:  $۳ = ۱ + ۲$ .

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۱

عکس قضیه گزینه «۱» صحیح نیست. اگر زاویه‌های نظیر در دو مثلث مساوی باشند الزاماً دو مثلث هم‌نهشت نیستند، بلکه متشابه بودن مثلث‌ها را می‌توان نتیجه گرفت.

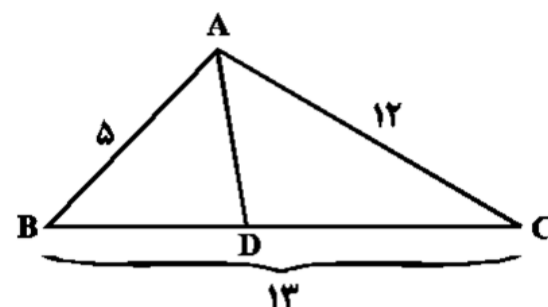


آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۱ زمان دار

۱) در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A است. فاصله نقطه D تا ضلع AC چند برابر AD است؟



(۲)  $\frac{\sqrt{4}}{2}$   
(۴)  $\frac{5}{13}$

(۱)  $\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{4}}{4}$

۲) دو نقطه A و B به فاصله ۴ از هم هستند. عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کرده و نقطه برخورد عمودمنصف با پاره‌خط AB را، M می‌نامیم. سپس به مرکز M و به شعاع AM دایره‌ای رسم کرده تا عمودمنصف را در نقاط C و D قطع کند. مساحت چهارضلعی ACBD کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

۳) پاره‌خط MN به طول  $2x+3$  مفروض است. اگر تنها یک نقطه به فاصله  $x+4$  از M و فاصله  $2x-1$  از N وجود داشته باشد، x کدام است؟

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۲) ۱

(۱) صفر

۴) در مستطیل ABCD می‌دانیم  $AB = 6$  و  $BC = 8$ ، اگر M محل تلاقی قطرهای مستطیل باشد، چند نقطه روی محیط این مستطیل وجود دارند که از M به فاصله ۴ باشند؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

۵) در مثلث ABC که در آن  $AB < AC$ ، عمودمنصف ضلع BC، ضلع AC را در M قطع می‌کند، زاویه  $\widehat{BMC}$  برابر کدام است؟

(۴)  $\frac{\widehat{B}-\widehat{C}}{2}$

(۳)  $\frac{\widehat{A}+\widehat{B}}{2}$

(۲)  $\widehat{A} + \widehat{B} - \widehat{C}$

(۱)  $\frac{\widehat{A}}{2}$

۶) چند مثلث غیرهم‌نهشت ABC می‌توان رسم کرد که در آن  $BC = 4$ ،  $AC = 3$  و طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر با ۲ باشد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) صفر

(۲) ۲

(۱) ۱

۷) با معلوم بودن دو ضلع  $AB = 3$  و  $BC = 5$  و زاویه  $\widehat{C} = 30^\circ$ ، چند مثلث غیرهم‌نهشت می‌توان رسم کرد؟

(۴) بی‌شمار

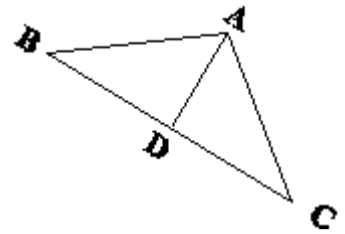
(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر



۸ در شکل زیر AD نیمساز زاویه A است. نسبت  $\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{DC}{BD}$   
 (۲)  $\frac{DB}{BC}$   
 (۳)  $\frac{AC}{AC+AB}$   
 (۴)  $\frac{AC}{BC}$

۹ مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۸ مفروض است. چند نقطه روی محیط مثلث وجود دارد که فاصله اش از ارتفاع AH برابر ۲ و فاصله اش از حداقل یکی از دو رأس B و C برابر ۴ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

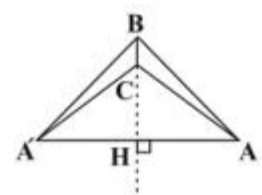
۱۰ در شکل زیر، اگر مساحت دو مثلث ABC و A'BC با هم برابر باشند، چند مورد از نتایج زیر الزاماً درست است؟

(الف)  $AB + A'C = A'B + AC$

(ب)  $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$

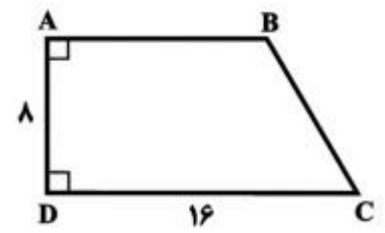
(ج)  $\widehat{ABC} = \widehat{A'BC}$

(د)  $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B}{A'C}$



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱) در دوزنقه ABCD شکل زیر، عمود منصف قطر AC، قاعده DC را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله M تا رأس D کدام است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۱۲) نقطه A به فاصله ۱ سانتی‌متر از خط d قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر و از نقطه A به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳) در شکل مقابل اگر CD نیمساز و  $DE = 10$  باشد، اندازه BD کدام است؟



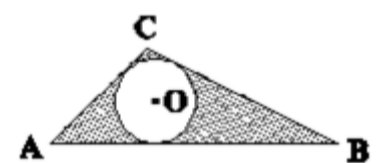
۱۱ (۱)

۱۳ (۲)

۱۶ (۳)

۱۷ (۴)

۱۴) از نقطه O محل تلاقی سه نیمساز داخلی مثلث ABC، عمودی به طول ۲ بر ضلع AB رسم می‌کنیم. اگر محیط مثلث ۲۴ باشد، مساحت قسمت‌ها شورخورده کدام است؟ ( $\pi \approx 3$ )



۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۱۶ (۳)

۱۰ (۴)

۱۵) چند نقطه در صفحه وجود دارند که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله باشند و از خط d به فاصله ۲cm باشند؟

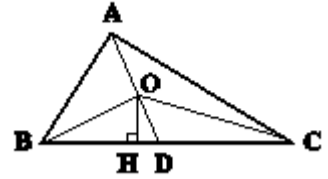
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۶) در شکل زیر  $O$  نقطه هم‌رسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث  $ABC$  است. اگر  $OH \perp BC$  و  $\angle OBH = 40^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $COD$  کدام است؟



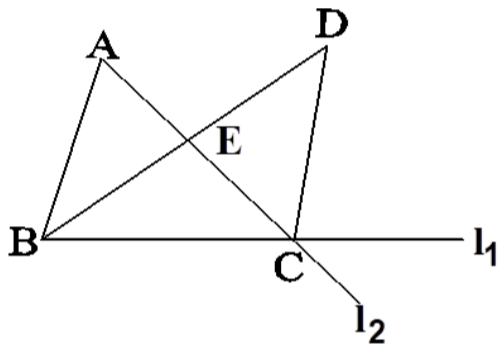
۴۰° (۲)

۳۰° (۱)

۵۰° (۴)

۴۵° (۳)

۱۷) در شکل زیر اگر  $\angle BDC = \frac{\hat{A}}{3}$  و  $BD$  نیمساز رأس  $B$  باشد، کدام گزینه الزاماً درست است؟



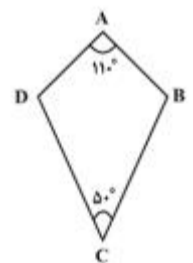
(۱) مثلث  $BCD$  متساوی‌الساقین است.

(۲) نقطه  $D$  از دو خط  $l_1$  و  $l_2$  به یک فاصله است.

(۳)  $CE$ ، میانه مثلث  $BCD$  است.

(۴) مثلث‌های  $ABC$  و  $BCD$  همنهشت هستند.

۱۸) در چهارضلعی محدب  $ABCD$ ، اگر  $\hat{A} = 110^\circ$  و  $\hat{C} = 50^\circ$ ، آنگاه نیمساز داخلی زاویه‌های  $B$  و  $D$  با هم چه زاویه‌ای می‌سازند؟



۱۵° (۱)

۲۰° (۲)

۳۰° (۳)

۴۰° (۴)

۱۹) نقطه  $M$  روی نیمساز زاویه  $\hat{XOY} = 91^\circ$  واقع است. اگر  $MH$  و  $MH'$  به ترتیب بر  $OX$  و  $OY$  عمود باشند، آنگاه لزوماً:

$HH' < HM < OH$  (۴)

$OH < OM < HM$  (۳)

$OH < HM < OM$  (۲)

$MH < OH < OM$  (۱)

۲۰) اگر فاصله محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث از رأس مقابل به ضلع کوچک‌تر، برابر  $m - 2$  و از رأس مقابل به ضلع متوسط، برابر  $2m - 9$  باشد، فاصله این نقطه از رأس مقابل به بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

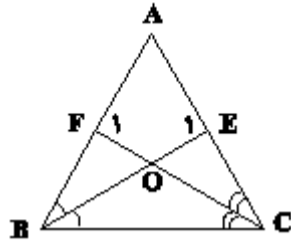
۷ (۲)

۱۰ (۱)

۵ (۴)

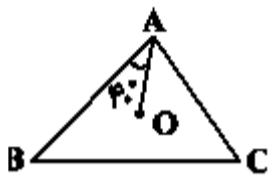
۶ (۳)

۲۱) در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های B و C یک‌دیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند. اگر  $CO > BO$ ، آن‌گاه کدام‌یک از نتیجه‌گیری‌های زیر لزوماً درست نیست؟



- (۱)  $\hat{B} > \hat{C}$   
 (۲)  $AC > AB$   
 (۳)  $\hat{F}_1 > \hat{E}_1$   
 (۴)  $FO > OE$

۲۲) در شکل زیر، نقطه O از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است. زاویه بین OB و OC چند درجه است؟



- (۱) ۱۱۰  
 (۲) ۱۲۰  
 (۳) ۱۳۰  
 (۴) ۱۴۰

۲۳) در مثلث ABC از نقطه D، محل هم‌مرسی نیمسازهای داخلی مثلث، عمودهایی بر سه ضلع آن رسم می‌کنیم. اگر با وصل کردن‌های پای این عمودها به یک‌دیگر مثلث OEF تشکیل شود، کدام گزینه توصیف درستی از موقعیت نقطه D می‌باشد؟

- (۱) نقطه D محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث OEF می‌باشد.  
 (۲) نقطه D محل برخورد نیمسازهای مثلث OEF می‌باشد.  
 (۳) نقطه D محل برخورد ارتفاع‌های مثلث OEF می‌باشد.  
 (۴) نقطه D از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله می‌باشد.

۲۴) در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶ واحد، O نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها است. فاصله O از ضلع بزرگتر این مثلث چند واحد است؟

- (۱) ۰/۶۲۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۸۷۵ (۴) ۱

۲۵) در مثلث ABC اگر  $\hat{A} - \hat{C} + 4\hat{B} = 0$  باشد، آن‌گاه محل هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث کجا قرار دارد؟

- (۱) داخل مثلث (۲) روی محیط مثلث (۳) خارج مثلث (۴) هر سه حالت ممکن است



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

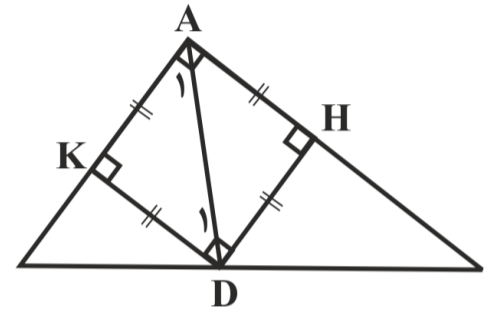
نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل 1 زمان دار

سوال 1

پاسخ: گزینه 2

داریم:  $13^2 = 12^2 + 5^2$  پس مثلث ABC در رأس A قائمه است. هر نقطه روی نیمساز AD تا دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس  $DH = DK$ . از طرفی  $\hat{A}_1 = \hat{D}_1 = 45^\circ$  و در نتیجه  $AK = DK$  است. پس AKDH مربع است و  $AD = \sqrt{2}DH$  در نتیجه داریم:

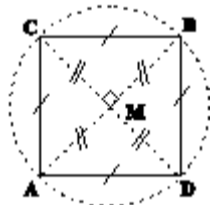
$$DH = \frac{AD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} AD$$



سوال 2

پاسخ: گزینه 3

طبق فرض مسأله، شکل را رسم می‌کنیم. چون چهارضلع چهارضلعی ACBD با هم برابر هستند و قطرهای آن با هم برابر و عمود بر هم هستند، چهارضلعی مربع است.



حال در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle ACM$  داریم:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow S(ACBD) = AC^2 = 8$$

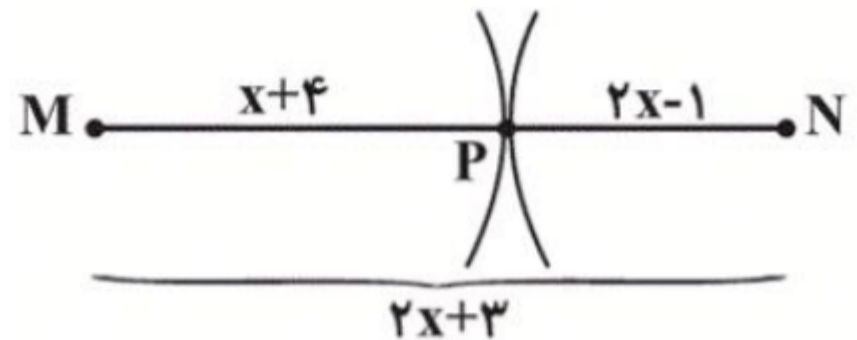
سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

نقاط به فاصله  $x+4$  از  $M$  روی کمانی به مرکز  $M$  و شعاع  $x+4$  واقعند و نقاط به فاصله  $2x-1$  از  $N$  روی کمانی به مرکز  $N$  و شعاع  $2x-1$  واقعند، چون دو کمان در یک نقطه برخورد دارند پس بر هم مماس‌اند.

نقطه تماس دو کمان می‌تواند روی  $MN$  یا روی امتداد آن باشد. پس دو حالت پیش می‌آید:

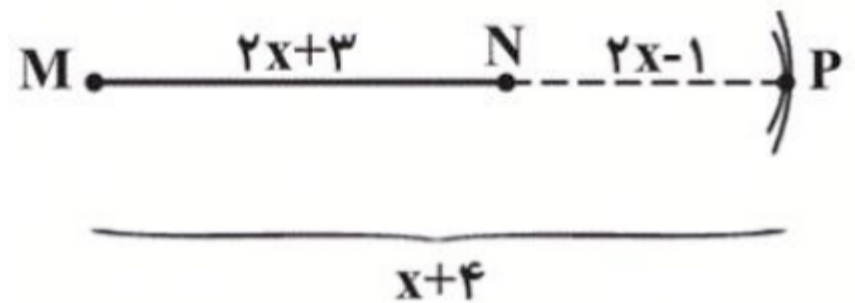
حالت اول:



$$r_M + r_N = MN \Rightarrow x + 4 + 2x - 1 = 2x + 3 \Rightarrow x = 0$$

جواب  $x = 0$  قابل قبول نیست زیرا در این صورت:  $r_N = 2 \times 0 - 1 = -1$ .

حالت دوم:



مطابق شکل اگر  $PM > PN$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{aligned} r_M - r_N = MN &\Rightarrow (x + 4) - (2x - 1) = 2x + 3 \\ &\Rightarrow -x + 5 = 2x + 3 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

در صورتی که  $PM < PN$  باشد، آن‌گاه رابطه به صورت زیر است:

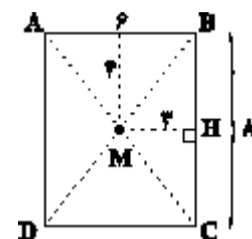
$$\begin{aligned} r_N - r_M = MN &\Rightarrow (2x - 1) - (x + 4) = 2x + 3 \\ &\Rightarrow x - 5 = 2x + 3 \Rightarrow x = -8 \end{aligned}$$

مقدار  $x = -8$  قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن، طول‌های  $MN$ ،  $r_M$  و  $r_N$  منفی خواهد شد.

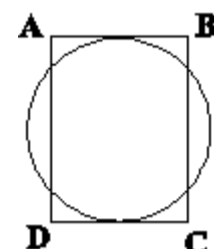
سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

مستطیل ABCD به صورت زیر است.

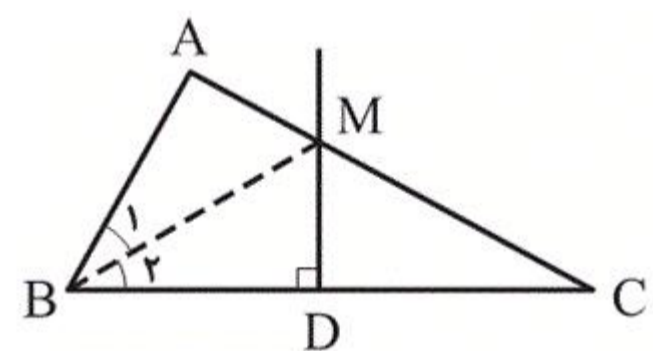


بنابراین اگر دایره‌ای به شعاع  $r = ۴$  رسم کنیم، مطابق شکل، شش نقطه روی محیط این مستطیل وجود دارد که روی این دایره واقع‌اند.



سوال ۵

پاسخ: گزینه ۲



$$\text{MD عمودمنصف} \Rightarrow \text{MB} = \text{MC} \Rightarrow \widehat{\text{BMC}} \triangleq \widehat{\text{C}} = \widehat{\text{B}}_2 \quad (۱)$$

$$\widehat{\text{BMC}} \triangleq \widehat{\text{A}} + \widehat{\text{B}}_1 \quad \text{زاویه خارجی در } \triangle \text{ABM}$$

$$= \widehat{\text{A}} + (\widehat{\text{B}} - \widehat{\text{B}}_2) \xrightarrow{(۱)} \widehat{\text{BMC}} = \widehat{\text{A}} + \widehat{\text{B}} - \widehat{\text{C}}$$

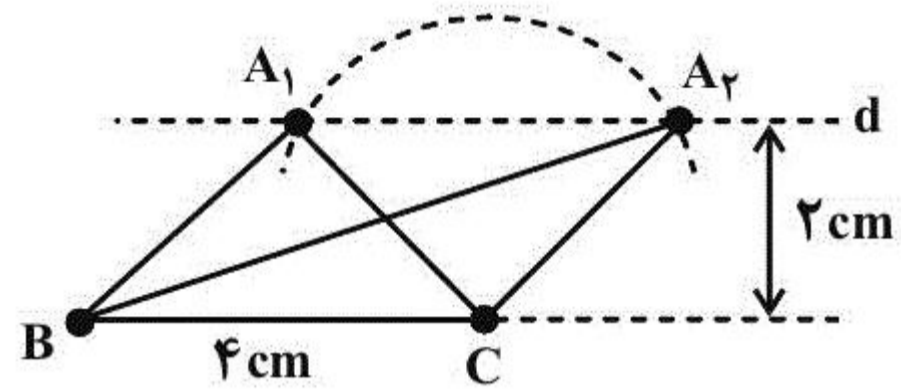
سوال ۶

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا پاره خط  $BC$  به طول ۴ سانتی‌متر را رسم کرده و خط  $d$  را به موازات آن و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن رسم می‌کنیم. رأس  $A$  روی خط  $d$  قرار می‌گیرد. حال به مرکز نقطه  $C$  و به شعاع ۳ سانتی‌متر کمان می‌زنیم.

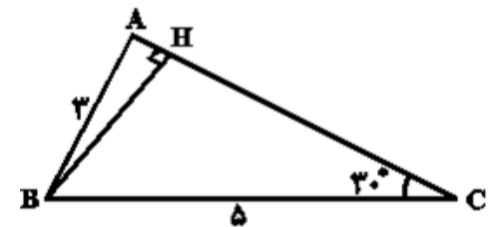
محل برخورد کمان با خط  $d$  رأس  $A$  را مشخص می‌کند که مطابق شکل دو نقطه می‌باشد و مسئله ۲ جواب متمایز دارد.



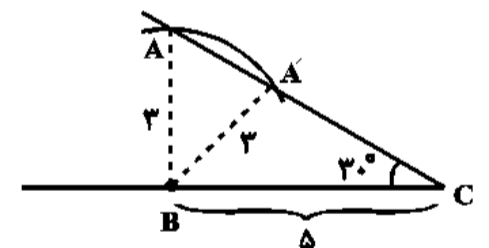
سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

مثلث  $ABC$  را با معلومات داده شده رسم می‌کنیم. در مثلث  $BHC$ ، روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  درجه، نصف وتر است. پس  $BH = 2/5$  است.



زاویه  $\hat{C}$  را به اندازه  $30^\circ$  رسم می‌کنیم، و نقطه  $B$  را به فاصله ۵ واحد از  $C$  روی ضلع زاویه اختیار می‌کنیم.



چون  $BA > BH$  به مرکز نقطه  $B$  و شعاع  $AB = 3$  دایره‌ای رسم کنیم، ضلع دیگر زاویه  $\hat{C}$  را در دو نقطه  $A$  و  $A'$  قطع می‌کند.

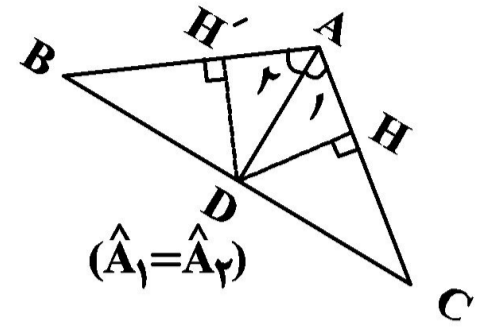
پس دو مثلث  $ABC$  و  $A'BC$  با معلومات داده شده رسم شده‌اند که غیرهمنهشت‌اند.



سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

چون هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک اندازه است، داریم:



$$DH = D'H'$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{DH \times AC}{2}$$

$$S_{\triangle ADB} = \frac{D'H' \times AB}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{DH \times AC}{2} + \frac{D'H' \times AB}{2}$$

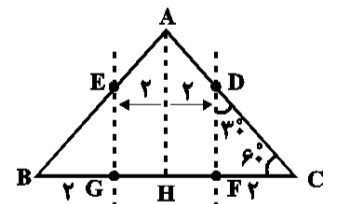
$$= \frac{DH \times (AB + AC)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{DH \times (AC)}{2}}{\frac{DH \times (AB + AC)}{2}} = \frac{AC}{AB + AC}$$

سوال ۹

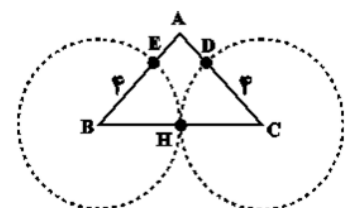
پاسخ: گزینه ۳

نقاطی از صفحه که به فاصله ۲ از ارتفاع AH دارند، دو خط موازی AH و در طرفین آن هستند که مثلث را در ۴ نقطه E، D، F، G قطع می‌کنند.



$$\text{از طرفی داریم: } \sin 30^\circ = \frac{FC}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{CD} \Rightarrow CD = 4$$

همچنین نقاطی از صفحه که فاصله‌شان از حداقل یکی از دو راس B و C برابر ۴ باشد، محیط یکی از دو دایره زیر است:



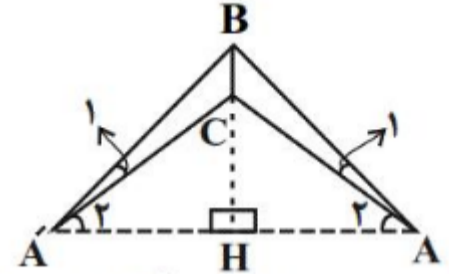
جواب سؤال اشتراک بین نقاط حاصل از برخورد دایره‌ها با مثلث و دو خط موازی با مثلث است که برابر دو نقطه E و D است.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

مساحت دو مثلث ABC و A'BC با هم برابر است. پس:

$$\frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{A'H \cdot BC}{2} \Rightarrow AH = A'H$$



بنابراین پاره خط BH عمودمنصف پاره خط AA' است. B و C دو نقطه‌های این پاره‌خط هستند، پس از دو سر پاره‌خط AA' فاصله یکسانی دارند.

(ج) BH نیمساز رأس B  $\Rightarrow \widehat{A}B = \widehat{A}'B$  متساوی الساقین  $\Rightarrow AB = A'B$

$AC = A'C \Rightarrow \widehat{A}C = \widehat{A}'C$  متساوی الساقین  $\Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{A}'_2$

(ب)  $\widehat{A} = \widehat{A}' \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}'_1$

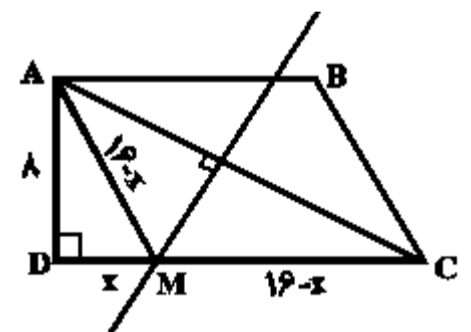
$$\begin{cases} AB = A'B \\ AC = A'C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{AC} = \frac{A'B}{A'C} \text{ (د)} \\ AB + A'C = A'B + AC \text{ (الف)} \end{cases}$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

چون M روی عمودمنصف AC قرار دارد، پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است ( $MA = MC$ ). در مثلث قائم‌الزاویه ADM داریم:



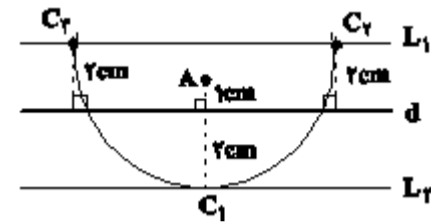
$$AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow (16 - x)^2 = 64 + x^2$$

$$\Rightarrow 256 - 32x + x^2 = 64 + x^2 \Rightarrow x = 6$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

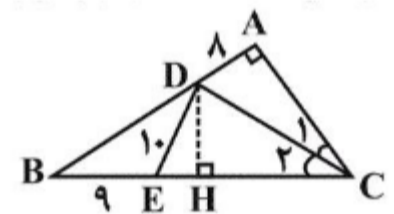
تمام نقاطی که از خط  $d$  به فاصله ۲ واحد هستند، روی دو خط  $L_1$  و  $L_2$  در شکل زیر قرار دارند و تمام نقاطی که از نقطه  $A$  به فاصله ۳ واحد هستند روی دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع ۳ قرار دارند. پس همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید سه نقطه  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  از خط  $d$  به فاصله ۲cm و از نقطه  $A$  به فاصله ۳cm می‌باشد.



سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

با رسم عمود وارد از رأس  $D$  بر ضلع  $EC$  به شکل زیر می‌رسیم. حال می‌توانیم بنویسیم:



فاصله هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، بنابراین:

$$DH = AD = 8$$

در مثلث  $DHE$  طبق فیثاغورس داریم:

$$EH^2 + DH^2 = DE^2 \Rightarrow EH^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow EH = 6$$

در نهایت با استفاده از فیثاغورس در مثلث  $BHD$  داریم:

$$\begin{aligned} BD^2 &= DH^2 + BH^2 \Rightarrow BD^2 = DH^2 + (BE + EH)^2 \\ &\Rightarrow BD^2 = 8^2 + 15^2 \Rightarrow BD = 17 \end{aligned}$$

سوال ۱۴

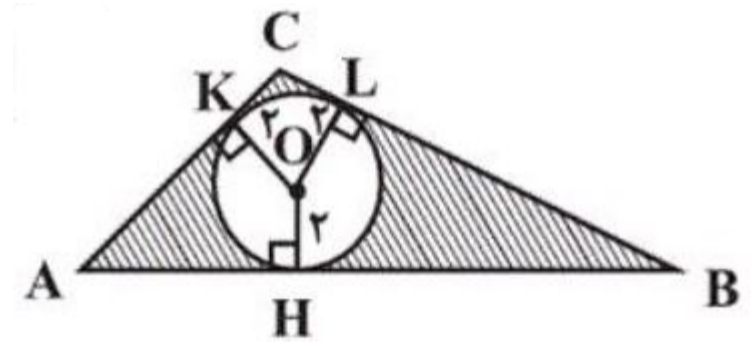
پاسخ: گزینه ۱

هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. بنابراین:

$$OK = OL = OH = r$$

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC} \\ &= \frac{r \times AB}{2} + \frac{r \times AC}{2} + \frac{r \times BC}{2} \end{aligned}$$

$$\underbrace{(AB + AC + BC)}_{\text{محیط}} = 24$$



مساحت دایره - مساحت مثلث ABC = مساحت هاشورخورده

$$= 24 - \pi(r)^2 = 24 - 3 \times 4 = 24 - 12 = 12$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

مجموعه نقاطی که از خط  $d$  به فاصله  $2\text{cm}$  باشند، دو خط موازی در دو سمت خط  $d$  و به فاصله  $2\text{cm}$  از آن می‌باشند. حال ما به دنبال نقاطی هستیم که هم از خط  $d$  و هم از خط  $d'$  به فاصله  $2\text{cm}$  باشند. مطابق شکل روبه‌رو جواب مسئله برابر ۴ می‌باشد.



سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

AO، BO و CO نیمساز زوایای داخلی مثلث ABC هستند، بنابراین داریم:

$$OBH = 40^\circ \Rightarrow \hat{ABC} = 2 \times 40^\circ = 80^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 100^\circ$$

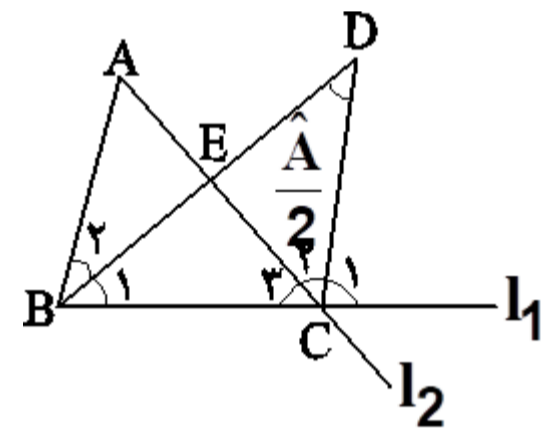
$\hat{AOC}$ : زاویه خارجی است

$$\Rightarrow \hat{COD} = \hat{OAC} + \hat{OCA} = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 50^\circ$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

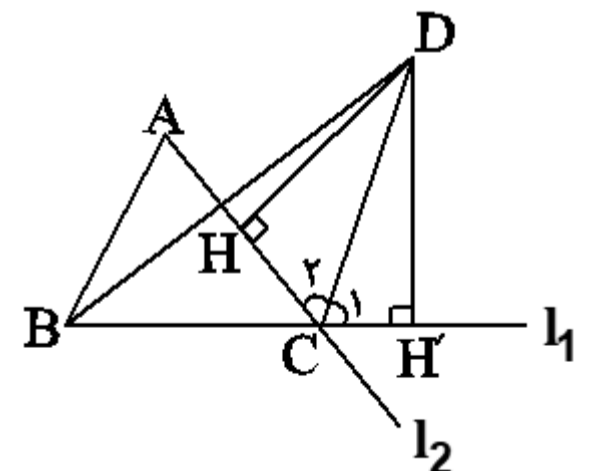


$$\triangle BCD: \frac{\hat{A}}{2} + \hat{B}_1 + \hat{C}_2 + \hat{C}_3 = 180^\circ \quad (1)$$

$$\triangle ABC: \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_3 = 180^\circ \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle BCD: \hat{C}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \hat{B}_1 \\ \xrightarrow{(1),(2)} \frac{\hat{A}}{2} + \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{array}$$

بنابراین CD نیمساز خارجی رأس C است.



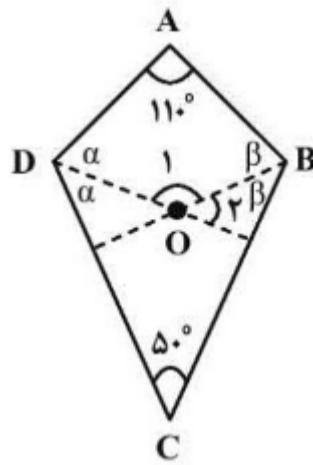
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ CD = CD \end{array} \right. \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \triangle DCH \cong \triangle DCH' \Rightarrow DH = DH'$$

پس فاصله نقطه D از دو خط  $l_1$  و  $l_2$  برابر است.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

نیمساز زوایای  $\widehat{B}$  و  $\widehat{D}$  را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



با توجه به فعالیت صفحه ۱۸ کتاب درسی مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب  $360^\circ$  می‌باشد. می‌توان نوشت:

$$2\alpha + 2\beta + 110^\circ + 50^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 100^\circ$$

$$\widehat{O}_1 + \alpha + \beta + 110^\circ = 360^\circ \xrightarrow{\alpha + \beta = 100^\circ} \widehat{O}_1 = 150^\circ$$

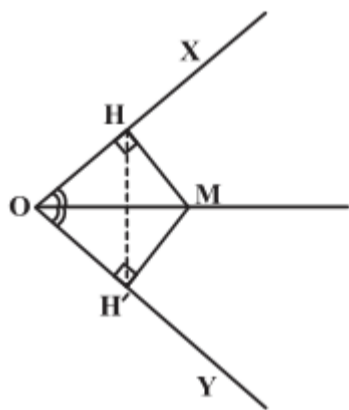
$$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{O}_2 = 30^\circ$$

به راحتی ثابت می‌شود در هر چهارضلعی محدب زاویه بین نیمساز داخلی دو زاویه متقابل برابر است با نصف قدر مطلق تفاضل دو زاویه دیگر.

$$\widehat{O}_1 = \frac{|\widehat{A} - \widehat{C}|}{2}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲



دو مثلث  $OHM$  و  $OH'M$  همنهشت هستند پس  $OH' = OH$  و  $H'M = HM$ . در مثلث  $OHM$  زاویه  $HOM$  بیش‌تر از  $45^\circ$  است (چون  $\widehat{O} > 90^\circ$ ) در نتیجه زاویه  $OMH$  کم‌تر از  $45^\circ$  است و در نتیجه  $HM > OH$ .

از طرفی  $OM$  وتر مثلث قائم‌الزاویه  $OHM$  است، پس نامساوی  $OH < HM < OM$  برقرار است. دلیل نادرستی بقیه گزینه‌ها را بررسی کنید.

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس مثلث به یک فاصله است. لذا نتیجه می‌گیریم که:

$$2m - 9 = m - 2 \Rightarrow m = 7$$

بنابراین فاصله این نقطه از هر یک از رؤس برابر است با:

$$m - 2 = 7 - 2 = 5$$

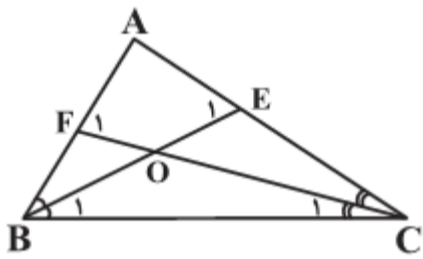
سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۴

$$CO > BO \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{C}_1 \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} > \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

$$\Rightarrow AC > AB$$

$$\begin{cases} \hat{E}_1 = \hat{C} + \frac{\hat{B}}{2} \\ \hat{F}_1 = \hat{B} + \frac{\hat{C}}{2} \end{cases} \xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \hat{F}_1 > \hat{E}_1$$

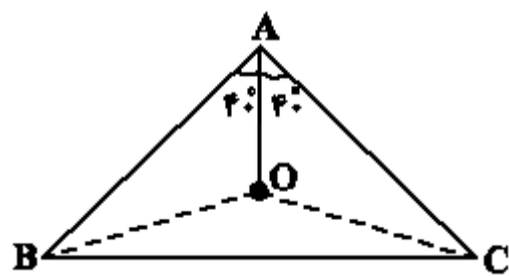


پس عبارتهای گزینه‌های «۱» تا «۳» درست و جواب تست، گزینه «۴» است.

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

نقطه O، نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث ABC است، یعنی AO، BO و CO نیمسازهای زاویه‌های مثلث هستند، داریم:



$$\hat{BOC} : \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + \hat{BOC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} + \hat{BOC} \Rightarrow 180^\circ \Rightarrow \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} + \hat{BOC} = 180^\circ$$

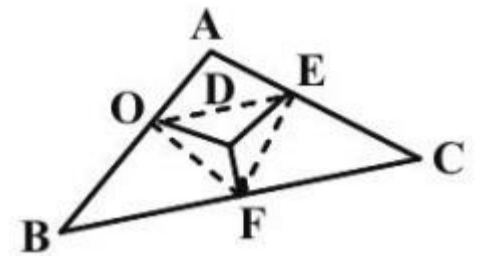
$$\xrightarrow{\hat{A} = 10^\circ} \hat{BOC} = 130^\circ$$

سوال ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

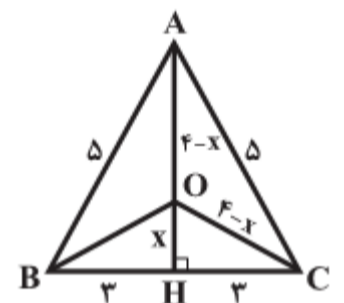
در مثلث  $ABC$ ،  $D$  محل هم‌مرسی نیم‌سازها می‌باشد بنابراین نقطه  $D$  از سه ضلع این مثلث دارای فاصله یکسان است. بنابراین مطابق شکل زیر نقطه  $D$  از سه رأس  $O$ ،  $E$  و  $F$  دارای فاصله یکسان است پس  $D$  محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلث  $OEF$  می‌باشد.



سوال ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»



نقطه  $O$ ، نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث  $ABH$ ، طول  $AH$  را به دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

با فرض  $OH = x$ ،  $OA = 4 - x$  است. از آنجا که  $O$  از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس  $OB = OC = 4 - x$  می‌باشد، حال با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث  $OCH$ ، داریم:

$$OC^2 = OH^2 + CH^2 \Rightarrow (4 - x)^2 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + x^2 = x^2 + 9 \Rightarrow 8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8} = 0.875$$

سوال ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

$$\hat{A} - \hat{C} + 4\hat{B} = 0 \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} + 4\hat{B} > \hat{A} + \hat{B}$$

$$\xrightarrow{+\hat{C}} 2\hat{C} > \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} > 90^\circ$$

بنابراین زاویه  $C$  باز است و محل برخورد ارتفاع‌ها خارج مثلث قرار می‌گیرد.





آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه دهم فصل ۲ آموزشی

① اگر  $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$ ، آن گاه حاصل  $\frac{xy+xz}{yz}$  کدام است؟

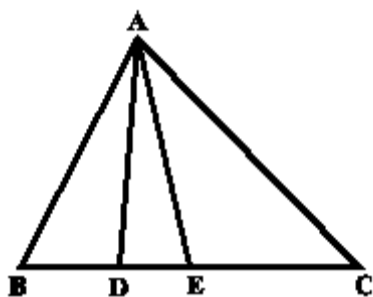
۲ (2)

$\frac{9}{2}$  (4)

۱ (1)

۳ (3)

② اگر در شکل زیر  $EC = 2BD = 3DE$  باشد، آن گاه نسبت مساحت مثلث AEC به مساحت مثلث ABE کدام است؟



$\frac{6}{5}$  (1)

$\frac{5}{6}$  (2)

$\frac{3}{4}$  (3)

$\frac{4}{3}$  (4)

③ اگر  $\frac{a}{y} = \frac{b}{14} = \frac{c}{21} = \frac{d}{28}$  باشد  $a+b+c+d$  چند برابر b است؟

۷ (4)

۵ (3)

۳ (2)

۲ (1)

④ در شکل زیر،  $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB} = 2$  و  $MA = 18$  است، طول پاره خط NA کدام است؟



۳ (۲)

۶ (۴)

۴/۵ (۱)

۷/۵ (۳)

⑤ برای اندازه گیری ارتفاع یک درخت از تکه چوبی به طول ۸۰ cm استفاده شده است به گونه ای که سایه درخت و تکه چوب در یک امتداد بوده و نوک سایه ها برهم منطبق هستند. اگر طول سایه درخت و تکه چوب، به ترتیب ۲۵ و ۲ متر باشد، بلندی درخت چند متر است؟ (درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود هستند.)

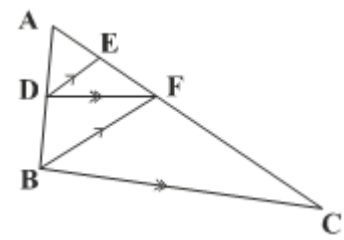
۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۹/۶ (۲)

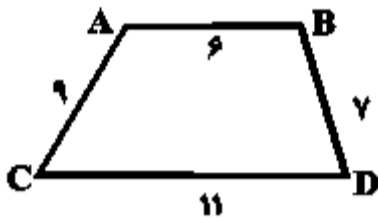
۸/۴ (۱)

۶ در شکل مقابل،  $DE \parallel BF$  و  $DF \parallel BC$  است. اگر  $D$  وسط  $AB$  باشد، آنگاه  $AC$  چند برابر  $AE$  است؟



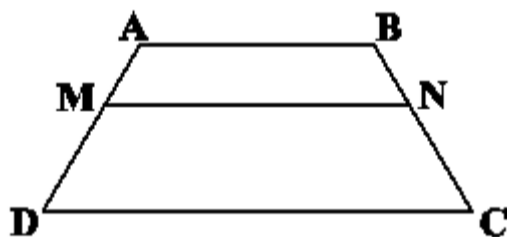
- (۱) ۳  
(۲) ۶  
(۳) ۴  
(۴) ۸

۷ در دوزنقه  $ABCD$ ، اندازه اضلاع مطابق شکل داده شده است. اگر امتداد ساق‌های  $AC$  و  $BD$  یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع کنند، محیط مثلث  $MDC$  کدام است؟



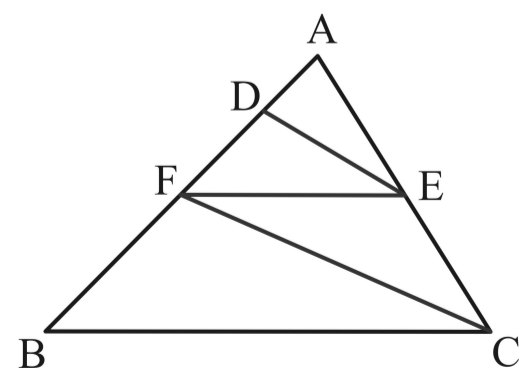
- (۱) ۴۵/۶  
(۲) ۴۶/۴  
(۳) ۴۵/۲  
(۴) ۴۶/۲

۸ در شکل زیر اگر  $AB \parallel MN \parallel DC$ ، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟



- (۱)  $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$   
(۲)  $\frac{DM}{AD} = \frac{CN}{CB}$   
(۳)  $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$   
(۴)  $\frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DC}$

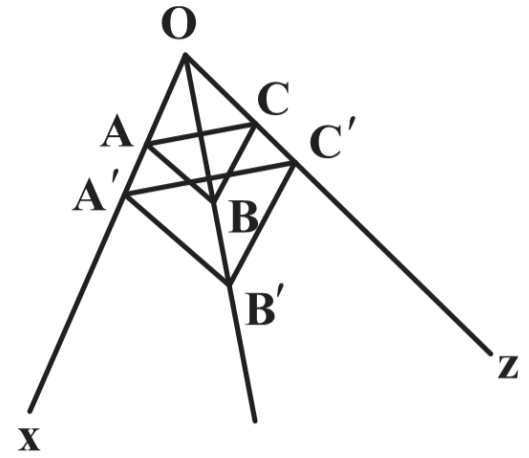
۹ در شکل مقابل  $DE \parallel FC$  و  $BC \parallel EF$ . اگر  $AD = ۳$  و  $DF = ۶$  باشد، آنگاه  $BC$  چند برابر  $EF$  است؟



- (۲) ۲/۵  
(۴) ۳

- (۱) ۲  
(۳) ۲/۷۵

۱۰) در شکل مقابل، اگر  $AB \parallel A'B'$  و  $BC \parallel B'C'$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{OC'}{OC'} \quad (۲)$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \quad (۴)$$

$$AC \parallel A'C' \quad (۱)$$

$$\frac{AA'}{OA'} = \frac{CC'}{OC'} \quad (۳)$$

۱۱) مثلثی که دو زاویه آن  $۵۰^\circ$  و  $۷۵^\circ$  است با مثلثی که دو زاویه آن ... است، متشابه است.

(۴)  $۵۵^\circ$  و  $۶۵^\circ$

(۳)  $۵۵^\circ$  و  $۷۵^\circ$

(۲)  $۶۵^\circ$  و  $۷۵^\circ$

(۱)  $۶۵^\circ$  و  $۵۰^\circ$

۱۲) مثلثی به طول اضلاع ۲، ۴ و ۵ با مثلث دیگری به طول اضلاع ۴، a و b متشابه است. بیشترین مقدار  $a+b$  کدام است؟

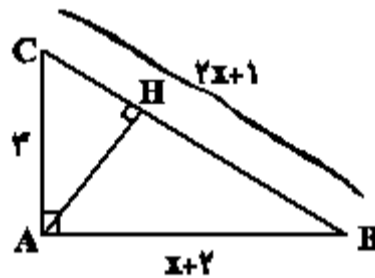
(۲) ۲۰

(۱) ۲۱

(۴) ۱۶

(۳) ۱۸

۱۳) با توجه به شکل زیر، اندازه  $AH + BC$  کدام است؟



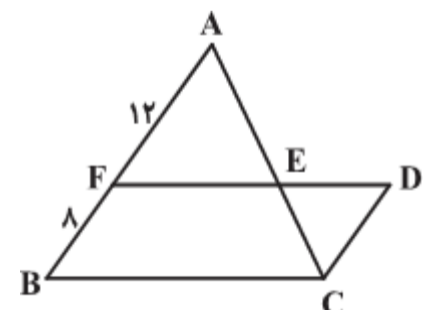
(۱)  $۶/۴$

(۲)  $۷/۴$

(۳)  $۸/۲$

(۴)  $۹/۲$

۱۴) در شکل زیر، چهارضلعی FDCB متوازی‌الاضلاع است. نقطه E، ضلع FD را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟



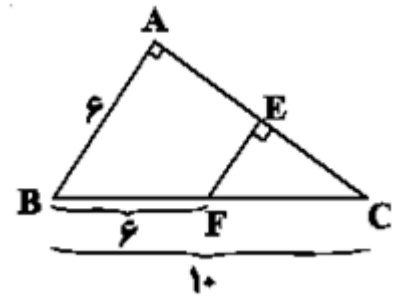
(۱)  $۳/۲$

(۲)  $۳/۵$

(۳)  $۳/۳$

(۴)  $۳/۵$

۱۵) در مثلث شکل مقابل، محیط مثلث کوچکتر چند درصد محیط بزرگترین مثلث است؟



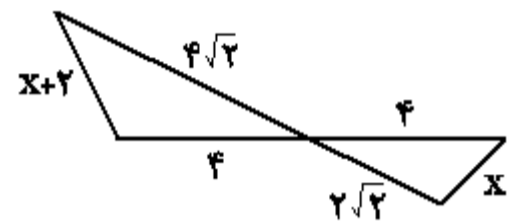
۴۰ (۲)

۴۷ (۴)

۳۰ (۱)

۴۵ (۳)

۱۶) با توجه به شکل زیر، مقدار  $x$  کدام است؟



۲ (۱)

$\sqrt{2}$  (۲)

$\sqrt{2}-1$  (۳)

$2(\sqrt{2}+1)$  (۴)

۱۷) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت مثلث‌ها  $\frac{64}{121}$  است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر، ۲۴ واحد باشد، ضلع متناظر با آن در مثلث بزرگتر چند واحد است؟

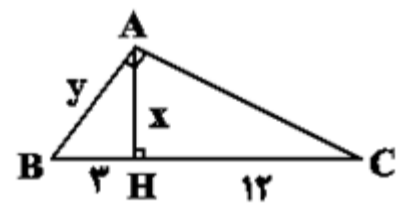
۳۶ (۴)

۳۳ (۳)

۳۰ (۲)

۲۷ (۱)

۱۸) در شکل زیر، اندازه  $y$  کدام است؟



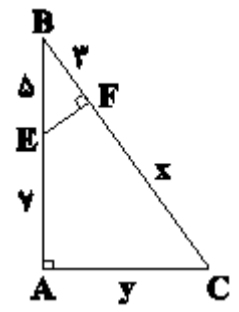
$2\sqrt{5}$  (۱)

$3\sqrt{5}$  (۲)

۷ (۳)

$6/5$  (۴)

۱۹) در شکل مقابل، حاصل  $x+y$  کدام است؟



۳۲ (۱)

۲۴ (۲)

۳۰ (۳)

۳۳ (۴)

۲۰) مساحت مثلثی با طول اضلاع ۳،  $\frac{3\sqrt{6}}{4}$  و  $\sqrt{6}$ ، چند برابر مساحت مثلثی با طول اضلاع  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ،  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{2}$  است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه دهم فصل ۲ آموزشی

سوال 1

پاسخ: گزینه 1

$$\frac{xy+xz}{yz} = \frac{xy}{yz} + \frac{xz}{yz} = \frac{x}{z} + \frac{x}{y}, \quad \frac{x}{y} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{x} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{x} = \frac{1}{z} \Rightarrow \frac{xy+xz}{yz} = \frac{1}{z} + \frac{y}{z} = 1$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آن‌ها است. اگر  $EC = x$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{S_{AEC}}{S_{ABE}} = \frac{EC}{BE} = \frac{EC}{BD+DE} = \frac{x}{\frac{x}{y} + \frac{x}{z}} = \frac{6}{5}$$

سوال 3

پاسخ: گزینه 3

با توجه به یکی از ویژگی‌های تناسب

$$\frac{a}{y} = \frac{b}{14} = \frac{c}{21} = \frac{d}{28} \rightarrow$$

$$\frac{a+b+c+d}{y+14+21+28} = \frac{b}{14} \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{y(1+2+3+4)} = \frac{b}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{y_0} = \frac{b}{14} \Rightarrow a+b+c+d = 5b$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\frac{MA}{MB} = 2 \xrightarrow{MA=18} MB = 9 \Rightarrow AB = MA - MB = 18 - 9 = 9$$

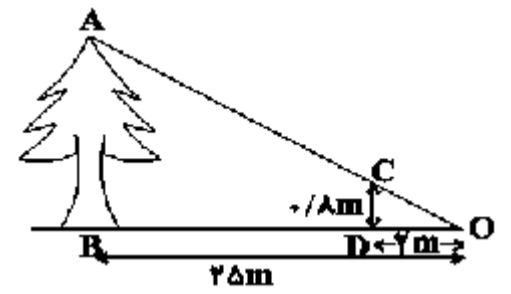
$$\frac{NA}{NB} = \frac{2}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{NA}{NA+NB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{NA}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow NA = 6$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود و در نتیجه با هم موازی می‌باشند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{CD}{AB} = \frac{OD}{OB} \Rightarrow \frac{8}{25} = \frac{2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{25 \times 8}{2} = 100 \text{ m}$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\Delta ABF : DE \parallel BF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AF = 2AE \quad (1)$$

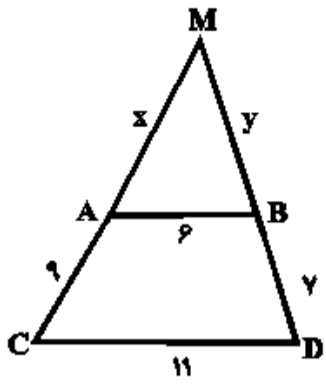
$$\Delta ABC : DF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AC = 2AF \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AC = 4AE$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۴



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{x}{x+9} = \frac{y}{y+7} = \frac{6}{11}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{x+9} = \frac{6}{11} \Rightarrow 11x = 6x + 54 \Rightarrow 5x = 54 \Rightarrow x = 10/8 \\ \frac{y}{y+7} = \frac{6}{11} \Rightarrow 11y = 6y + 42 \Rightarrow 5y = 42 \Rightarrow y = 8/4 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\text{محیط مثلث MDC} = 10/8 + 9 + 11 + 7 + 8/4 = 46/2$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۱» قضیه تالس در ذوزنقه است و گزینه‌های «۲» و «۳» از آن قابل استنتاج هستند، اما دلیلی برای درستی گزینه «۴» نداریم.

گزینه «۳»:

$$\Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AM}{AM+MD} = \frac{BN}{BN+NC}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{AD-AM}{AD} = \frac{BC-BN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{AD} = \frac{CN}{BC}$$



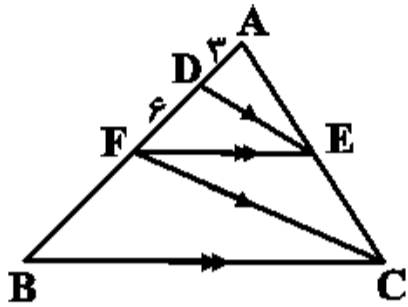
سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

AFC در مثلث DE||FC

$$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AF} = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3} \quad (*)$$



ABC در مثلث FE||BC

$$\Rightarrow \frac{FE}{BC} = \frac{AE}{AC} \xrightarrow{(*)} \frac{FE}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 3FE$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

گزینه «۳»:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AA'}{OA'} = \frac{BB'}{OB'} \\ BC \parallel B'C' \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{BB'}{OB'} = \frac{CC'}{OC'} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CC'}{OC'} = \frac{AA'}{OA'}$$

گزینه «۱»:

$$\Rightarrow \frac{CC'}{OC'} = \frac{AA'}{OA'} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} AC \parallel A'C'$$

گزینه «۴»:

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel A'C' \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AC}{A'C'} = \frac{OA}{OA'} \\ AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AB}{A'B'} = \frac{OA}{OA'} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'}$$

بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

مثلث اول را ABC می‌نامیم که در آن  $\hat{A} = 50^\circ$  و  $\hat{B} = 75^\circ$  داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} = 50^\circ + 75^\circ = 125^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

پس مثلث ABC با مثلثی که دو زاویه آن  $55^\circ$  و  $75^\circ$  است، بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه است.

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۳

برای اینکه  $a + b$  ماکسیمم شود، باید نسبت تشابه حداکثر باشد. پس ضلع به طول ۴ از مثلث دوم را متناظر کوچکترین ضلع مثلث اول (یعنی ضلع به طول ۲) می‌گیریم و داریم:

$$k = \frac{f}{r} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{f} = \frac{b}{r} = \frac{f}{r} = k = 2 \Rightarrow a + b = 8 + 10 = 18$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

رابطه فیثاغورس:  $BC^2 = AC^2 + AB^2$

$$\Rightarrow (2x + 1)^2 = 3^2 + (x + 2)^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 9 + x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x > 0} x = 2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times AB = \frac{1}{2} AH \times BC$$

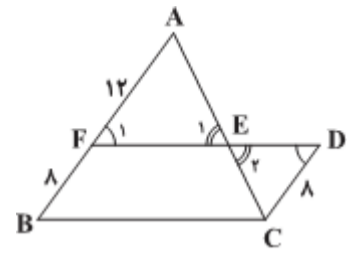
$$\Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\Rightarrow AH + BC = 2.4 + 5 = 7.4$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱



با توجه به این که چهارضلعی FDCB متوازی الاضلاع است، پس  $DC = FB = 8$  و  $FB \parallel CD$  است.

$$\left. \begin{array}{l} FB \parallel CD \text{ مورب و } \hat{F}_1 = \hat{D} \\ \text{(متقابل به راس)} \quad \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AFE \sim \triangle CDE$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{CD} = \frac{EF}{ED} \Rightarrow \frac{EF}{ED} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول: چون زاویه های A و E برابر ۹۰ درجه می باشند، بنابراین  $AB \parallel EF$  است و از رابطه تالس استفاده می کنیم.

$$CF = 10 - 6 = 4, \quad AC^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\Rightarrow AC = 8$$

$$\text{تعمیم قضیه تالس} \left\{ \begin{array}{l} \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{EF}{6} \Rightarrow EF = \frac{4 \times 6}{10} = 2/4 \\ \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow \frac{CE}{8} = \frac{4}{10} \Rightarrow CE = \frac{4 \times 8}{10} = 3/2 \end{array} \right.$$

$$\frac{\text{محیط } \triangle EFC}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{4 + 2/4 + 3/2}{6 + 10 + 8} = \frac{9/6}{24} = \frac{4}{10} = 40\%$$

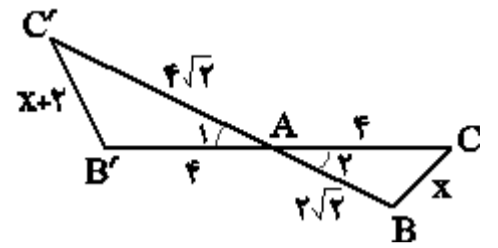
راه حل دوم: چون دو مثلث EFC و ABC متشابه اند پس نسبت محیط های آن دو برابر نسبت تشابه است:

$$\frac{\text{محیط } \triangle EFC}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{FC}{BC} = \frac{10-6}{10} = \frac{4}{10} = 40\%$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث  $ABC$  و  $AB'C'$  بنا به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین آنها با هم متشابه‌اند، زیرا:



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ (متقابل به راس)} \\ \frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'}, \left( \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ زیرا} \end{array} \right.$$

پس نسبت  $\frac{BC}{B'C'}$  نیز برابر نسبت تشابه است و داریم:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x = x+2 \Rightarrow \sqrt{2}x - x = 2 \Rightarrow x(\sqrt{2} - 1) = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = 2(\sqrt{2}+1)$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه یا همان نسبت اضلاع است. پس داریم:

$$\frac{64}{121} = \left(\frac{24}{x}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{8}{11} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = 33$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

$$AH^2 = HB \times HC \Rightarrow x^2 = 3 \times 12 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow y^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$\xrightarrow{y>0} y = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

طبق قضیه فیثاغورس  $EF = ۴$  است.پس  $\triangle BEF$  و  $\triangle ABC$  متشابه هستند.

$$\frac{x+۳}{۵} = \frac{۱۲}{۳} = \frac{y}{۴} \Rightarrow \begin{cases} y = ۱۶ \\ x = ۱۷ \end{cases} \Rightarrow x + y = ۳۳$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم:  $\frac{۳}{\sqrt{۳}} = \frac{\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}}{\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}} = \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۳}$

یعنی طول اضلاع مثلث اول،  $\sqrt{۳}$  برابر طول اضلاع نظیر آنها در مثلث دوم است، بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آنها  $k = \sqrt{۳}$  است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = (\sqrt{۳})^2 = ۳$$



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه دهم فصل ۲ زماندار

۱ سه پاره‌خط به طول‌های ۳،  $x$  و ۲ مفروض‌اند. چند مثلث متفاوت وجود دارد که طول اضلاع آن برابر طول‌های این سه پاره‌خط باشد، به شرط آنکه در هر کدام از این مثلث‌ها، طول یکی از این پاره‌خط‌ها، میانگین هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر باشد؟

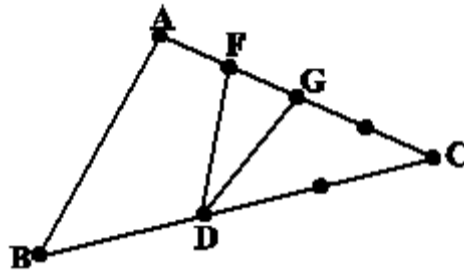
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۲ در شکل زیر،  $BC$  و  $AC$  به ترتیب به ۴ و ۳ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. مساحت مثلث  $DFG$  چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟



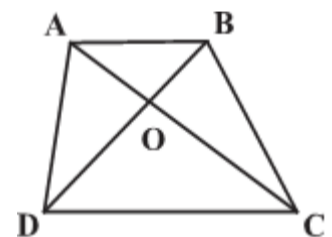
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳ چهارضلعی  $ABCD$  در شکل زیر دوزنقه است ( $AB \parallel CD$ ). اگر مساحت مثلث‌های  $AOD$  و  $DOC$  به ترتیب برابر ۱۲ و ۶ باشند، آنگاه مساحت چهارضلعی  $ABCD$  کدام است؟



۲۴ (۱)

۲۷ (۲)

۳۰ (۳)

۳۲ (۴)

۴ مساحت مثلث  $ABC$  سه برابر مساحت مثلث  $A'B'C'$  است. اگر ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  نصف ارتفاع وارد بر ضلع  $B'C'$  باشد، قاعده  $BC$  چند برابر قاعده  $B'C'$  است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ اگر  $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4} = \frac{e}{5}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $\frac{b+c+d+e}{a} + \frac{a+b+d+e}{c}$  کدام است؟ ( $a, c \neq 0$ )

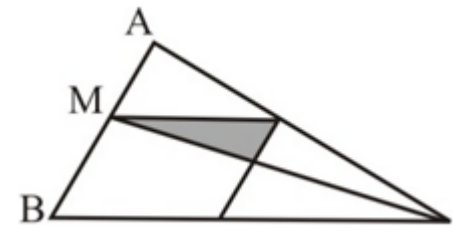
۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۶) در شکل زیر اگر  $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$  باشد، آنگاه مساحت مثلث سایه زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



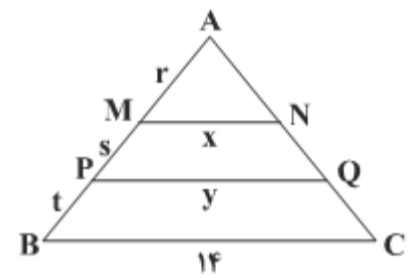
۲۰ (۱)

۲۴ (۲)

۲۵ (۳)

۳۰ (۴)

۷) در شکل مقابل،  $MN \parallel PQ \parallel BC$  است. اگر  $\frac{r}{3} = \frac{s}{5} = \frac{t}{6}$ ، آنگاه  $x+y$  کدام است؟



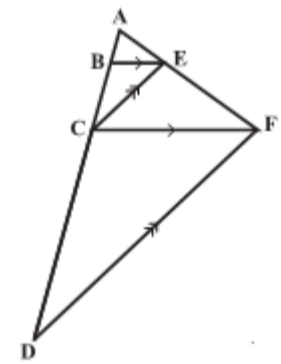
۱۲ (۲)

۱۴ (۴)

۱۱ (۱)

۱۳ (۳)

۸) در شکل زیر  $BE \parallel CF$  و  $CE \parallel DF$  است. اگر  $AB = 2$ ،  $AE = 3$  و  $CD = 12$  باشد، آنگاه مجموع طول پاره‌خط‌های  $BC$  و  $EF$  کدام است؟



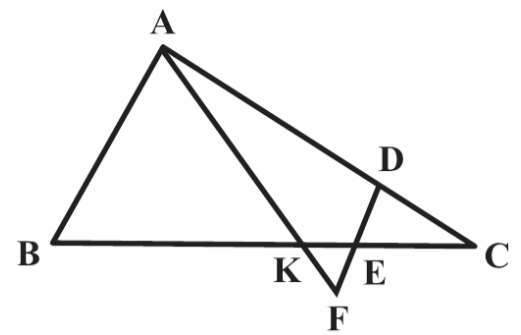
۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۴ (۳)

۱۶ (۴)

۹) در شکل مقابل، اگر  $DE \parallel AB$ ،  $DE = 3$ ،  $EF = 2$ ،  $AB = 8$  و  $CE = 6$  باشد، طول  $BK$  کدام است؟



۱۰ (۲)

۸ (۴)

۱۲ (۱)

۶ (۳)

۱۰) از رأس  $A$  در مثلث غیر قائم‌الزاویه  $ABC$ ، عمودهایی بر نیمسازهای زوایای خارجی  $B$  و  $C$  رسم می‌کنیم تا آن‌ها را به ترتیب در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کند. نسبت طول پاره‌خط  $MN$  به محیط مثلث  $ABC$  کدام است؟

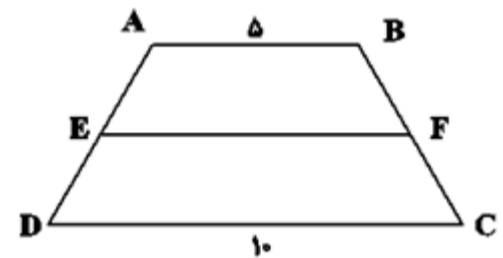
۱ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۱۱) در دوزنقه مقابل، اگر  $3AE = 2ED$  و  $3BC = 5FC$  باشد، اندازه  $EF$  کدام است؟



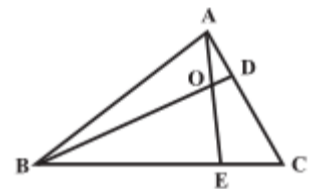
۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۱۲) در شکل زیر، اگر  $\frac{AD}{AC} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$  باشد، نسبت  $\frac{AO}{OE}$  برابر کدام است؟



$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{3}{4}$  (۳)

۱۳) در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )،  $AB = 6$  و  $AC = 8$  است. اگر  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$  و پای ارتفاع وارد بر وتر باشد، آنگاه مساحت مثلث  $MNK$  کدام است؟

۱۲ (۴)

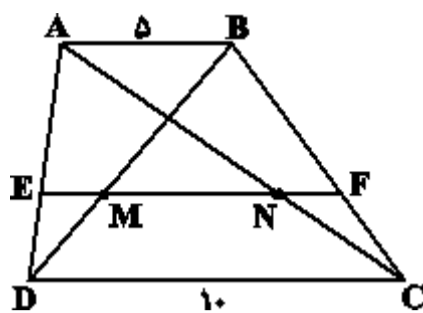
۳ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)



۱۴) در ذوزنقه شکل زیر به طول قاعده‌های ۵ و ۱۰، پاره‌خط  $EF$  موازی قاعده‌ها، دو قطر را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کرده است. اگر  $MN = 3EM$ ، آنگاه  $\frac{AE}{ED}$  کدام است؟



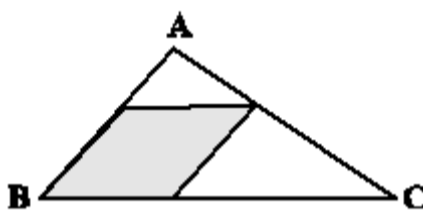
۲ (۴)

 $\frac{1}{4}$  (۳)

۳ (۲)

 $\frac{5}{4}$  (۱)

۱۵) در شکل زیر اگر  $3AB = 2BC$ ، آنگاه مساحت لوزی سایه خورده چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟

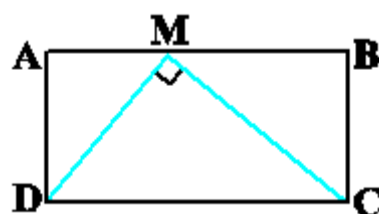
 $\frac{3}{5}$  (۱) $\frac{2}{5}$  (۲) $\frac{12}{25}$  (۳) $\frac{6}{25}$  (۴)

۱۶) در یک مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائمه  $6\sqrt{3}$  و  $3\sqrt{6}$ ، فاصله بین پای ارتفاع و پای میانه وارد بر ضلع بزرگتر چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

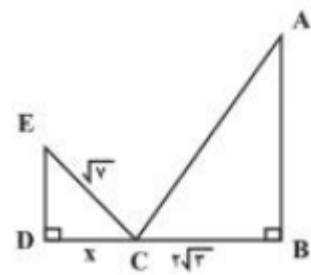
۲ (۱)

 $\frac{1}{25}$  (۲) $\frac{1}{5}$  (۳) $\frac{1}{75}$  (۴)

۱۷) در شکل زیر،  $ABCD$  مستطیلی به عرض ۵ است. اگر  $BM = 8$ ، آنگاه اندازه طول مستطیل کدام است؟

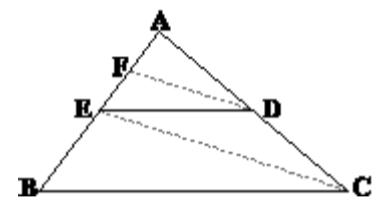
 $\frac{12}{25}$  (۲) $\frac{12}{125}$  (۴) $\frac{11}{25}$  (۱) $\frac{11}{125}$  (۳)

۱۸) در دو مثلث متشابه زیر، اگر  $\angle A + \angle E = 90^\circ$  و نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر برابر  $\frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۲  
(۳)  $2\sqrt{2}$   
(۴)  $\sqrt{2}$

۱۹) در مثلث ABC داریم:  $DE \parallel BC$  و  $DF \parallel EC$ ؛ اگر  $AB = 12/25$  و  $FE = 3$  باشد، آن گاه طول پاره خط BE کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) ۹  
(۲)  $1/25$   
(۳) ۷  
(۴) ۳

۲۰) در مستطیلی به ابعاد ۲ و  $2\sqrt{2}$ ، فاصله هر رأس از قطر مقابل آن کدام است؟

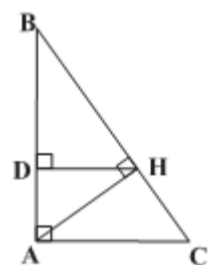
(۴)  $\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۲)  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

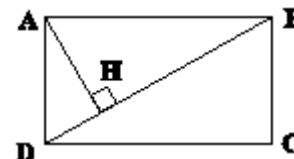
(۱)  $2\sqrt{2}$

۲۱) در شکل زیر اگر  $\frac{BD}{AD} = \frac{3}{7}$ ، آن گاه نسبت  $\frac{AB}{AC}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
(۲)  $\frac{3}{4}$   
(۳)  $\frac{4}{3}$   
(۴)  $\frac{3}{2}$

۲۲) مطابق شکل زیر در مستطیلی به طول ۱۴، از رأس A عمودی بر قطر BD رسم می‌کنیم. اگر  $BH = ۱۰$  باشد، طول قطر AC کدام است؟



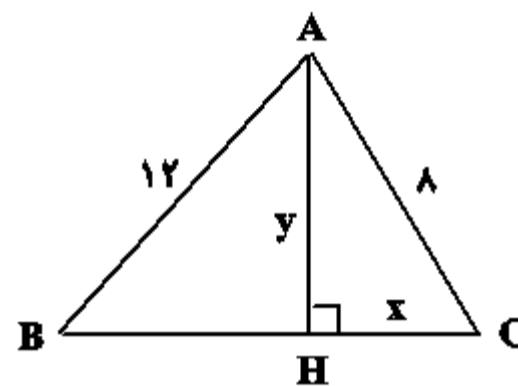
(۱) ۲۰/۴

(۲) ۱۶/۲

(۳) ۱۹/۶

(۴) ۱۷/۲

۲۳) در شکل زیر،  $AB = ۱۲$ ،  $AC = ۸$  و  $BC = ۱۰$  می‌باشد. حاصل  $xy$  کدام است؟



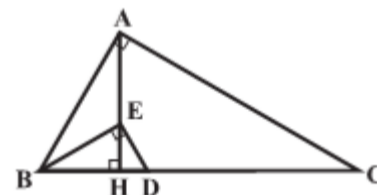
(۱)  $۲\sqrt{۷}$

(۲)  $۳\sqrt{۷}$

(۳)  $۲\sqrt{۵}$

(۴)  $۳\sqrt{۵}$

۲۴) در شکل زیر، مثلث‌های ABC و BED قائم‌الزاویه هستند. اگر  $DH = ۱$  و  $CD = ۸$  باشد، آنگاه طول پاره‌خط EH چه کسری از طول پاره‌خط AE است؟



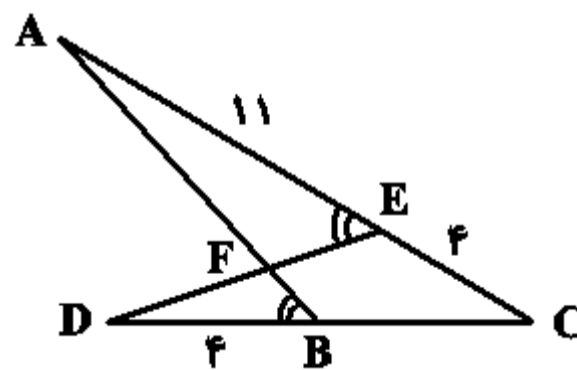
(۲)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

۲۵) در شکل زیر،  $\angle DBF = \angle AEF$  است. طول BC کدام است؟



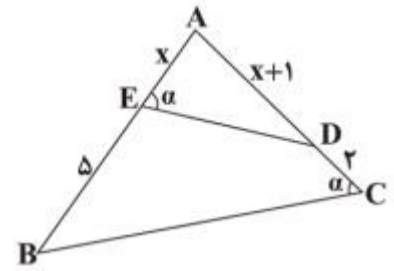
(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۵/۵

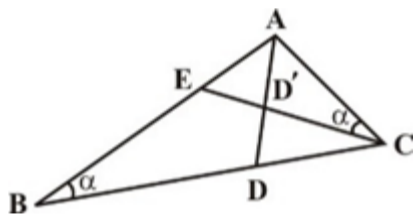
(۴) ۶/۵

۲۶) در شکل روبه‌رو مساحت چهارضلعی EDCB چند برابر مساحت مثلث بزرگتر است؟



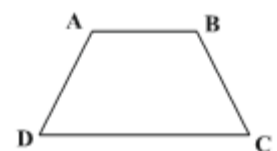
- (۱)  $\frac{5}{3}$   
 (۲)  $\frac{3}{4}$   
 (۳)  $\frac{4}{3}$   
 (۴)  $\frac{5}{4}$

۲۷) در شکل مقابل، نسبت مساحت‌های دو مثلث ACE و ABC برابر  $\frac{4}{9}$  است. اگر AD نیمساز زاویه A،  $AD = x + 3$  و  $DD' = x - 1$ ، آن‌گاه طول نیمساز AD کدام است؟



- (۱) ۶  
 (۲) ۳  
 (۳)  $\frac{5}{3}$   
 (۴)  $\frac{7}{3}$

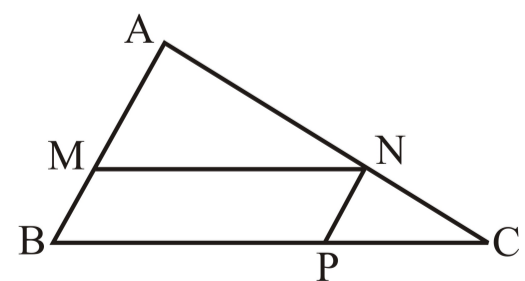
۲۸) امتداد ساق‌های دوزنقه ABCD، یکدیگر را در نقطه M قطع می‌کنند. اگر  $AB = 2$ ،  $CD = 5$  و محیط مثلث MAB برابر ۸ باشد، مجموع طول‌های دو ساق دوزنقه ABCD کدام است؟



- (۲) ۹  
 (۴) ۱۲

- (۱) ۸  
 (۳) ۱۰

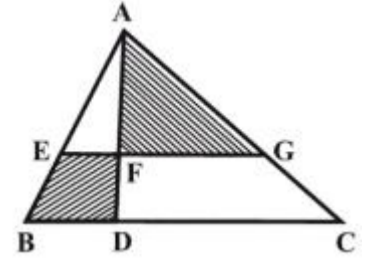
۲۹) در شکل مقابل  $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$  است. مساحت متوازی‌الاضلاع MNPB چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



- (۲) ۵۲  
 (۴) ۵۶

- (۱) ۴۸  
 (۳) ۵۴

۳۵) شکل زیر، اندازه پاره‌خط‌های  $BD$  و  $DC$  به ترتیب ۳ و ۷ واحد و  $AD = ۴DF$  است. اگر  $EG \parallel BC$  باشد، مساحت چهارضلعی  $BEFD$  چه کسری از مساحت مثلث  $AFG$  است؟



- (۱)  $\frac{۳}{۴}$   
 (۲)  $\frac{۳}{۵}$   
 (۳)  $\frac{۲}{۵}$   
 (۴)  $\frac{۳}{۲}$



آکادمی کوچینگ  
منصور رخشان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: **هندسه دهم فصل ۲ زماندار**

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

اگر هر بار طول یکی از این پاره‌خطها را به‌عنوان میانگین هندسی طول‌های دو پاره‌خط دیگر در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$۱) x^2 = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6} \rightarrow \text{طول پاره خطها: } 2, \sqrt{6}, 3$$

$$۲) 2^2 = 3x \Rightarrow x = \frac{4}{3} \rightarrow \text{طول پاره خطها: } \frac{4}{3}, 2, 3$$

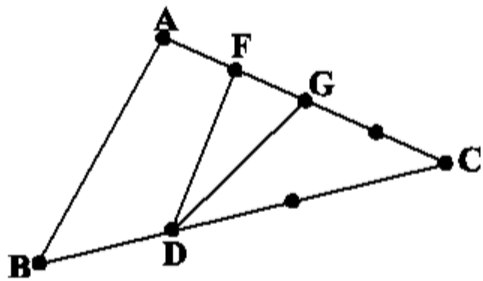
$$۳) 3^2 = 2x \Rightarrow x = \frac{9}{2} \rightarrow \text{طول پاره خطها: } 2, 3, \frac{9}{2}$$

در هر سه حالت، شرط وجود مثلث (مجموع طول‌های هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد) برقرار است، پس سه مثلث متفاوت با شرایط داده شده قابل رسم است.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم اگر ارتفاع دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت قاعده‌های متناظر با آن ارتفاع است. در نتیجه:



$$\begin{cases} S_{DFG} = \frac{1}{4} S_{ADC} \\ S_{ADC} = \frac{2}{3} S_{ABC} \end{cases} \Rightarrow S_{DFG} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} S_{ABC} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم مساحت دو مثلث ACD و BCD به دلیل مشترک بودن قاعده CD و برابر بودن ارتفاع هر دو مثلث یکسان است. لذا با توجه به اینکه مثلث COD بین این دو مثلث مشترک می‌باشد، داریم:

$$S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} \Rightarrow S_{\triangle BOC} = 6$$

حال با توجه به این که ارتفاع رسم شده از رأس D در دو مثلث AOD و DOC یکسان است، داریم:

$$\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle DOC}} = \frac{OA}{OC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

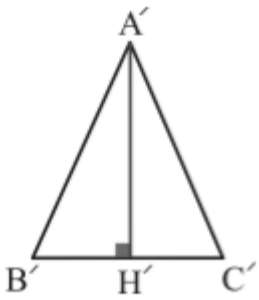
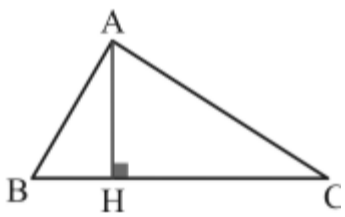
$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OA}{OC} = \frac{S_{\triangle AOB}}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle AOB} = 3$$

بنابراین مساحت ذوزنقه ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} = 3 + 6 + 12 + 6 = 27$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle A'B'C')} = 3 \quad \text{طبق فرض}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}AH \times BC}{\frac{1}{2}A'H' \times B'C'} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{A'H'} \times \frac{BC}{B'C'} = 3$$

طبق فرض  $\frac{AH}{A'H'} = \frac{1}{2}$ ، پس:

$$\frac{1}{2} \times \frac{BC}{B'C'} = 3 \Rightarrow \frac{BC}{B'C'} = 6 \Rightarrow BC = 6B'C'$$

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4} = \frac{e}{5} \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b+c+d+e}{2+3+4+5}$$

$$\Rightarrow \frac{b+c+d+e}{a} = 14$$

$$\frac{c}{3} = \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{d}{4} = \frac{e}{5} \Rightarrow \frac{c}{3} = \frac{a+b+d+e}{1+2+4+5}$$

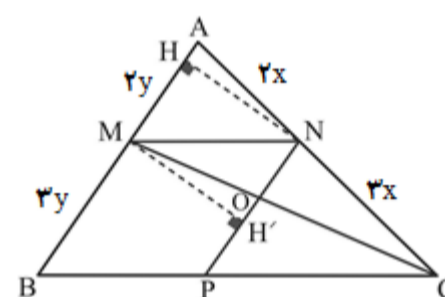
$$\Rightarrow \frac{a+b+d+e}{c} = \frac{12}{3} = 4$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$14 - 4 = 10$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۱

چهارضلعی MNPB متوازی الاضلاع است، بنابراین  $MN \parallel BC$  و  $NP \parallel AB$ .

$$\triangle AMC : ON \parallel AM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{NC}{AC} = \frac{ON}{AM} \quad (1)$$

طبق فرض  $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$  و از اینکه  $MN \parallel BC$  نتیجه می‌شود که  $\frac{AN}{NC} = \frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، پس فرض می‌کنیم  $AN = 2x$  و  $NC = 3x$  و  $MA = 2y$  و  $MB = 3y$  داریم.

$$(1) \Rightarrow \frac{3x}{5x} = \frac{ON}{2y} \Rightarrow ON = \frac{6}{5}y$$

چون  $NP \parallel AB$  با  $AB$  موازی است بنابراین فاصله بین دو خط ثابت است، یعنی  $NH = MH'$ ، پس ارتفاع‌های مثلث  $OMN$  و متوازی الاضلاع  $BMNP$  با هم برابرند. در نتیجه نسبت مساحت‌های آنها برابر است با:

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{BMNP}} = \frac{\frac{1}{2} ON \times MH'}{BM \times MH'} = \frac{1}{2} \left( \frac{ON}{BM} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{\frac{6}{5}y}{3y} = \frac{1}{5} = 20\%$$



سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \rightarrow \frac{x}{14} = \frac{r}{r+s+t}$$

$$PQ \parallel BC \rightarrow \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} \rightarrow \frac{y}{14} = \frac{r+s}{r+s+t}$$

$$\frac{r}{3} = \frac{s}{5} = \frac{t}{6} = \frac{r+s+t}{14} \Rightarrow \frac{r}{r+s+t} = \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{14} = \frac{3}{14} \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{r}{3} = \frac{s}{5} = \frac{r+s}{8} = \frac{r+s+t}{14} \Rightarrow \frac{r+s}{r+s+t} = \frac{8}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{14} = \frac{8}{14} \Rightarrow y = 8$$

$$\Rightarrow x + y = 11$$

از طرفی، طبق ویژگی‌های تناسب داریم:

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۱

طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ACF : BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \\ \triangle ADF : CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{y}{BC} = \frac{y+BC}{12}$$

$$\Rightarrow BC(BC + y) = y \cdot 12 \Rightarrow BC^2 + yBC - 12y = 0$$

$$(BC + 6)(BC - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} BC = -6 \text{ غ.ق.} \\ BC = 4 \end{cases}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{y}{EF} \Rightarrow EF = \frac{y \times 4}{y} = 4$$

$$BC + EF = 4 + 6 = 10$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به موازی بودن DE و AB، مثلث‌های ABK و KEF متشابه‌اند. اگر  $BK = x$  فرض شود، داریم:

$$\frac{EF}{AB} = \frac{KE}{BK} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{KE}{x} \Rightarrow KE = \frac{1}{4}x \Rightarrow BC = 6 + x + \frac{1}{4}x$$

$$\Rightarrow BC = 6 + \frac{5}{4}x$$

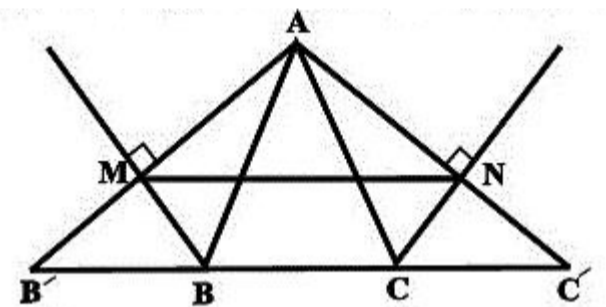
$$\triangle ABC : DE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{6}{6 + \frac{5}{4}x} \Rightarrow x = 8$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

دو مثلث  $ABB'$  و  $ACC'$  متساوی‌الساقین هستند، چون در هر کدام از آن‌ها، نیمساز زاویه رأس و ارتفاع نظیر قاعده بر هم منطبق‌اند. بنابراین داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AB = BB' \\ AC = CC' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \text{ محیط} = AB + BC + AC$$

$$= BB' + BC + CC' = B'C' \quad (1)$$

با توجه به متساوی‌الساقین بودن مثلث‌های  $ABB'$  و  $ACC'$ ،  $BM$  و  $CN$  میانه نظیر قاعده هستند، یعنی  $M$  وسط  $AB'$  و  $N$  وسط  $AC'$  است و در نتیجه داریم:

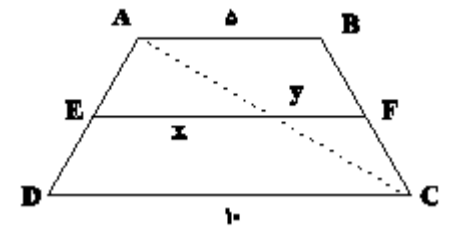
$$\frac{AM}{MB'} = \frac{AN}{NC'} = 1 \xrightarrow{\text{عکسقضیه تالس}} MN \parallel B'C'$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{B'C'} = \frac{AM}{AB'} = \frac{1}{2} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{MN}{\triangle ABC \text{ محیط}} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»



$$3AE = 2ED \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$3BC = 5FC \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{FC}{BF} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{BF}{FC} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) طبق عکس قضیه تالس در ذوزنقه نتیجه می‌گیریم:

$$EF \parallel AB \parallel CD$$

حال یکی از قطرهای ذوزنقه را به دلخواه رسم می‌کنیم. طبق تعمیم قضیه تالس خواهیم داشت:

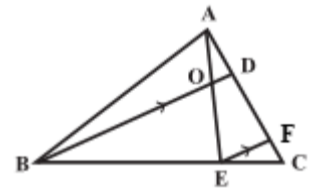
$$\triangle ACD : \frac{AE}{AD} = \frac{x}{DC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 4$$

$$\triangle ABC : \frac{FC}{BC} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = 3$$

$$EF = x + y = 4 + 3 = 7$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲



پاره‌خط EF را موازی با BD رسم می‌کنیم. داریم:

$$\triangle CBD : EF \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CF}{DF} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{CF+DF}{DF} = \frac{1+3}{3} \Rightarrow \frac{DC}{DF} = \frac{4}{3}$$

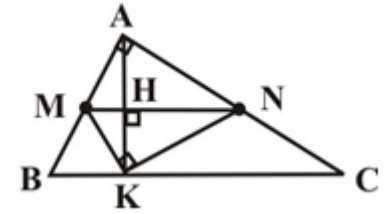
$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC-AD} = \frac{1}{3-1} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$$

$$\triangle AEF : OD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AO}{OE} = \frac{AD}{DF}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OE} = \frac{\frac{AD}{DC}}{\frac{DF}{DC}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲



اگر نقطه برخورد MN با ارتفاع AK را H بنامیم، آنگاه با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌شود که MN موازی BC و در نتیجه بر ارتفاع AK عمود است و همچنین  $MN = \frac{1}{2}BC$  و  $KH = \frac{1}{2}AK$ . پس:

$$S_{\triangle MNK} = \frac{1}{2}KH \cdot MN = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}AK \cdot \frac{1}{2}BC \right)$$

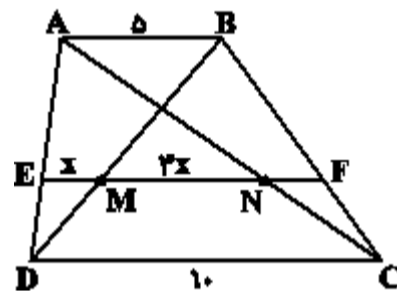
$$= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2}AK \cdot BC \right) = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$S_{\triangle MNK} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۴



$$\begin{cases} \triangle ABD : \frac{x}{5} = \frac{ED}{AD} \\ \triangle ADC : \frac{2x}{10} = \frac{AE}{AD} \end{cases}$$

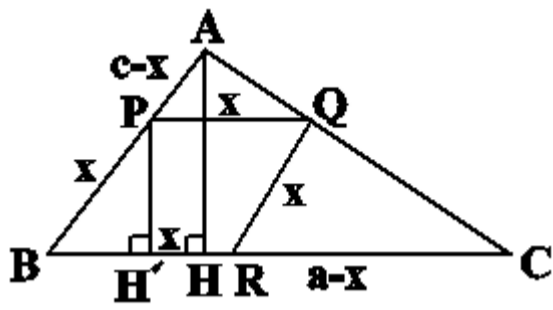
$$\frac{\frac{x}{5}}{\frac{2x}{10}} = \frac{\frac{ED}{AD}}{\frac{AE}{AD}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = 2$$

حال از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

اگر ضلع لوزی را برابر  $x$  و اندازه اضلاع  $AB$  و  $BC$  را به ترتیب برابر  $a$  و  $c$  در نظر بگیریم. خواهیم داشت:



فرض:  $\frac{a}{c} = \frac{۳}{۲}$

با استفاده از قضیه تالس در مثلث  $ABC$ ، داریم:

$$\left. \begin{aligned} PQ \parallel BC &\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{c-x}{c} \rightarrow \frac{x}{c-x} = \frac{a}{c} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{x}{c} = \frac{۳}{۵} \\ RQ \parallel AB &\Rightarrow \frac{x}{c} = \frac{a-x}{a} \rightarrow \frac{x}{a-x} = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۳} \rightarrow \frac{x}{a} = \frac{۲}{۵} \end{aligned} \right\}$$

$$PH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PH'}{AH} = \frac{x}{c}$$

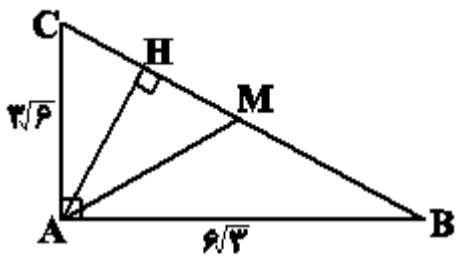
$$\Rightarrow \frac{S_{\text{لوزی}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BR \times PH'}{\frac{1}{2} BC \times AH} =$$

$$= ۲ \left( \frac{BR}{BC} \right) \left( \frac{PH'}{AH} \right) = ۲ \left( \frac{x}{a} \right) \left( \frac{x}{c} \right) = ۲ \left( \frac{۲}{۵} \right) \left( \frac{۳}{۵} \right) = \frac{۱۲}{۲۵}$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا اندازه وتر را می‌یابیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 108 + 54 = 162 = 2 \times 81$$

$$\Rightarrow BC = 9\sqrt{2}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{9 \times 6}{9\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

میانه AM نیز وتر را نصف می‌کند، پس:

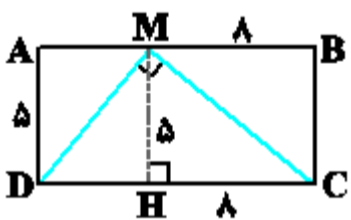
$$CM = \frac{BC}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow MH = CM - CH = \frac{9\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 1.5\sqrt{2}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

از نقطه M عمود MH را بر ضلع CD رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه MCD، پاره‌خط MH ارتفاع وارد بر وتر است. پس خواهیم داشت:

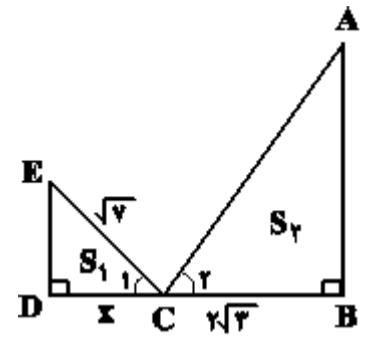


$$MH^2 = DH \times HC \Rightarrow 2.5 = DH \times 8 \Rightarrow DH = \frac{2.5}{8}$$

$$\Rightarrow CD = DH + HC = \frac{2.5}{8} + 8 = \frac{65}{8} = 8.125$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{نسبت تشابه اضلاع} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{E} + \hat{C}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}_1$$

پس متناظر ضلع DE ضلع BC است:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = \sqrt{3}$$

: قضیه فیثاغورس در مثلث CDE

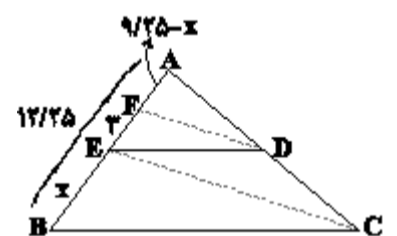
$$(\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3})^2 + DC^2 \Rightarrow DC = 2 \Rightarrow x = 2$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر BE را برابر با x در نظر بگیریم، با توجه به شکل زیر خواهیم داشت:



$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABC \sim \Delta AED : \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \\ \Delta AFD \sim \Delta AEC : \frac{AF}{FE} = \frac{AD}{DC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FE} :$$

$$\Rightarrow \frac{9/25 - x}{x} = \frac{9/25 - x}{3}$$

$$\Rightarrow (9/25 - x)(x) = 3(9/25 - x)$$

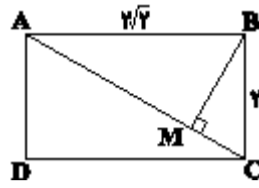
$$\Rightarrow 9/25x - x^2 = 36/25 - 3x$$

$$\Rightarrow x^2 - 12/25x + 36/25 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 7)(x - 5/25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 5/25 \end{cases}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲



$$\triangle ABC \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} AC^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 = 12 \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$$

$$\triangle ABC : AB \times BC = AC \times BM \Rightarrow BM = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

سوال ۲۱

پاسخ: گزینه ۱

$$DH \parallel AC \Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{BH}{HC} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \cdot BC}{HC \cdot BC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

سوال ۲۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ADB داریم:  $AB^2 = HB \times BD$

$$\Rightarrow 14^2 = 10 \times BD \Rightarrow BD = 19/6$$

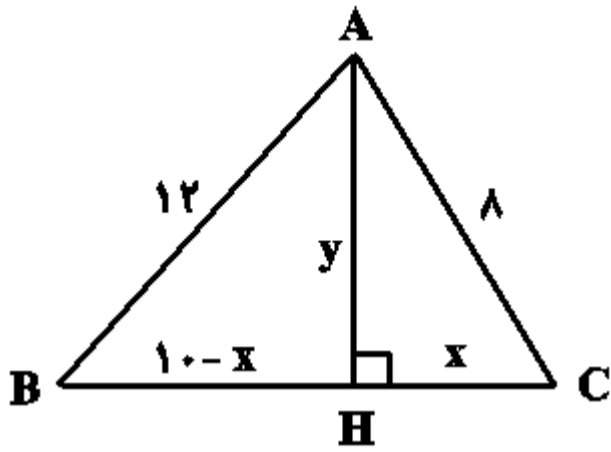
BD و AC هر دو قطر مستطیل هستند، پس:

$$AC = BD = 19/6$$



سوال 23

پاسخ: گزینه 2



$$\begin{cases} \triangle ABH : y^2 = 12^2 - (10-x)^2 \Rightarrow 12^2 - (10-x)^2 = 10^2 - x^2 \\ \triangle ACH : y^2 = 10^2 - x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (10-x)^2 - x^2 &= 12^2 - 10^2 \\ \Rightarrow (10-x+x)(10-x-x) &= (12-10)(12+10) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 10(10-2x) = 20 \Rightarrow 10 - 2x = 2 \Rightarrow 2x = 8$$

$$\Rightarrow x = 4, \quad y = \sqrt{63}$$

$$\Rightarrow xy = \sqrt{63} \times 4 = 4\sqrt{63}$$

سوال 24

پاسخ: گزینه 2

در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی طول های دو پاره‌خطی است که آن ارتفاع بر روی وتر پدید می‌آورد. بنابراین داریم:

$$\triangle ABC : AH^2 = BH \times CH \xrightarrow{CH=9} AH^2 = 9BH \quad (1)$$

$$\triangle BED : EH^2 = BH \times DH \xrightarrow{DH=1} EH^2 = BH \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{EH^2}{AH^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{EH}{AH} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیلت نسبت در مخرج}} \frac{EH}{AH-EH} = \frac{1}{3-1} \Rightarrow \frac{EH}{AE} = \frac{1}{2}$$

سوال 25

پاسخ: گزینه 2

وقتی دو زاویه برابر باشند، آن‌گاه مکمل‌های آن‌ها نیز با هم برابر است. دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEC$  بنابه حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{BC}{4} = \frac{15}{4+BC}$$

$$\Rightarrow 60 = 4BC + BC^2 \Rightarrow BC^2 + 4BC - 60 = 0$$

$$\Rightarrow (BC - 6)(BC + 10) = 0 \Rightarrow BC = 6 \quad \text{یا} \quad BC = -10 \quad (\text{غ ق ق})$$

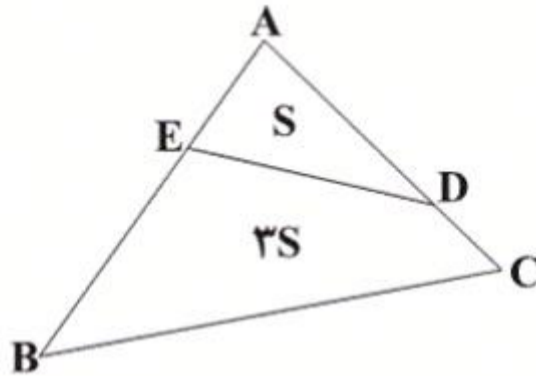
سوال ۲۶

پاسخ: گزینه ۳

دو مثلث ADE و ABC به حالت تساوی زاویه‌ها متشابهند. پس اضلاع روبه‌روی زاویه‌های برابر در دو مثلث متناسبند:

$$\frac{x+1}{x+5} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = x^2 + 5x \Rightarrow x = 3$$

پس  $k = \frac{1}{4}$  نسبت تشابه دو مثلث و  $k^2 = \frac{1}{16}$  نسبت مساحت‌های دو مثلث است، مطابق شکل داریم:



$$\Rightarrow \frac{S_{EDCB}}{S_{ABC}} = \frac{3S}{3S+S} = \frac{3}{4}$$

سوال ۲۷

پاسخ: گزینه ۱

دو مثلث ACE و ABC به حالت تساوی زاویه‌ها متشابهند و نسبت تشابه آن‌ها برابر  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$  است. نسبت دو نیمساز متناظر در دو مثلث متشابه، با نسبت تشابه برابر است. داریم:

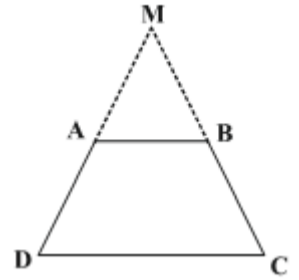
$$\frac{AD'}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AD - DD'}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x+3 - (x-1)}{x+3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x+3} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow AD = x+3 = 6$$

سوال ۲۸

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»



قضیه‌های اساسی تشابه  $\triangle MAB \sim \triangle MCD$   
 $AB \parallel CD \rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط } \triangle MAB}{\text{محیط } \triangle MCD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{8}{\text{محیط } \triangle MCD} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \text{محیط } \triangle MCD = 20$$

$$\text{محیط } \triangle MAB = MA + MB + AB \Rightarrow 8 = MA + MB + 2$$

$$\Rightarrow MA + MB = 6$$

$$\text{محیط } \triangle MCD = (MA + AD) + (MB + BC) + CD$$

$$= (MA + MB) + (AD + BC) + CD$$

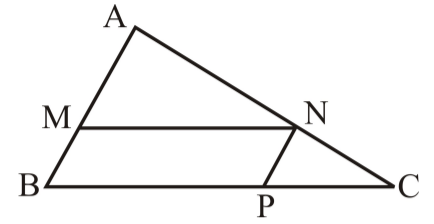
$$\Rightarrow 20 = 6 + (AD + BC) + 5 \Rightarrow AD + BC = 9$$

سوال ۲۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

توجه کنید از آنجا که چهارضلعی MNPB متوازی الاضلاع است، پس دو مثلث AMN و CNP با مثلث متشابهند.



$$\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MB} = \frac{3}{3+2} \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle AMN)}{S(\triangle ABC)} = \left(\frac{MA}{AB}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow S(\triangle AMN) = \frac{9}{25} S(\triangle ABC)$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AN+NC}{NC} = \frac{3+2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{NC} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle CNP)}{S(\triangle ABC)} = \left(\frac{NC}{AC}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S(\triangle CNP) = \frac{4}{25} S(\triangle ABC)$$

$$\begin{aligned} S(MNPB) &= S(\triangle ABC) - S(\triangle AMN) - S(\triangle CNP) \\ &= S(\triangle ABC) - \frac{9}{25} S(\triangle ABC) - \frac{4}{25} S(\triangle ABC) \end{aligned}$$

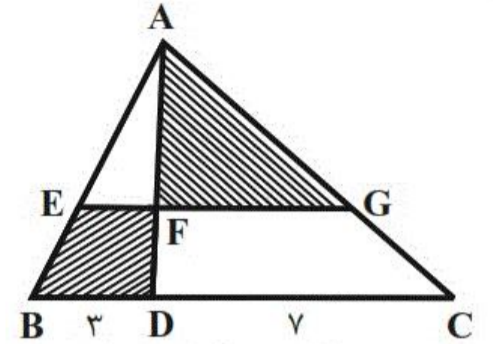
$$\Rightarrow S(MNPB) = \frac{12}{25} S(\triangle ABC) = \frac{48}{100} S(\triangle ABC)$$

سوال ۳۰

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

طبق قضیه اساسی تشابه می‌توان نوشت:



$$EF \parallel BD \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABD$$

$$FG \parallel DC \Rightarrow \triangle AFG \sim \triangle ADC$$

$$\triangle AFG \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ADC}} = \left(\frac{AF}{AD}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\triangle AEF \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABD}} = \left(\frac{AF}{AD}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABD}} = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{S_{BEFD}}{S_{ABD}} = \frac{\gamma}{16} \Rightarrow S_{BEFD} = \frac{\gamma}{16} S_{ABD}$$

دو مثلث ABD و ADC دارای ارتفاع مشترک هستند، بنابراین نسبت مساحت آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های آن دو مثلث، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} = \frac{\gamma}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BEFD}}{S_{AFG}} = \frac{\frac{\gamma}{16} S_{ABD}}{\frac{9}{16} S_{ADC}} = \frac{\gamma}{9} \times \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{1}{9}$$