



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی‌شود؟

- (۱) مثلث با سه ضلع برابر، سه زاویه برابر دارد.
 (۲) در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه وارد بر یک ضلع برهم منطبق هستند.
 (۳) در هر مستطیل قطرها با هم برابرند.
 (۴) در لوزی قطرها عمودمنصف هم هستند.

۲) در مثلث ABC که در رأس A قائم‌الزاویه است، $\hat{B} = 30^\circ$ و فاصله بین پای ارتفاع وارد بر وتر و میانه وارد بر وتر برابر ۱ است. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) ۴
 (۴) $2\sqrt{5}$

۳) عکس کدامیک از قضیه‌های زیر درست نیست؟

- (۱) در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به هر قاعده، هم‌اندازه‌اند.
 (۲) در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، قطرهای مساوی یکدیگرند.
 (۳) در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، زاویه‌های مقابل، مکمل هم هستند.
 (۴) در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل هم هستند.

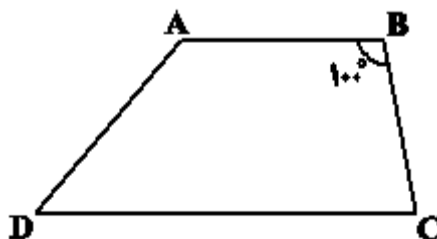
۴) عکس کدامیک از قضیه‌های شرطی زیر، درست نیست؟

- (۱) اگر متوازی‌الاضلاع ABCD، لوزی باشد، آن‌گاه قطرهای آن برهم عمود هستند.
 (۲) اگر مستطیل ABCD، مربع باشد، آن‌گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.
 (۳) اگر لوزی ABCD، مربع باشد، آن‌گاه اضلاع مجاور آن برهم عمود هستند.
 (۴) اگر دوزنقه ABCD، متساوی‌الساقین باشد، آن‌گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.

۵) مجموع تعداد اضلاع و قطرهای کدام چندضلعی محدب، برابر با ۴۵ است؟

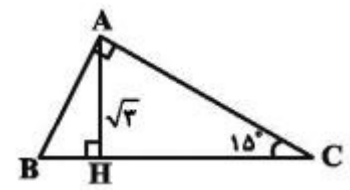
- (۱) ۹
 (۲) ۱۰
 (۳) ۱۱
 (۴) ۱۲

۶) در دوزنقه ABCD، اندازه ضلع CD برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع AB و BC است. اندازه زاویه A چند درجه است؟



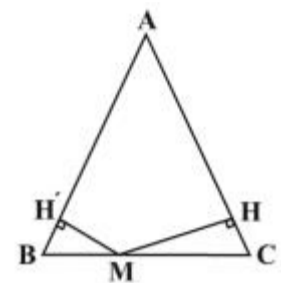
- (۱) ۱۰۰
 (۲) ۱۱۰
 (۳) ۱۲۰
 (۴) ۱۳۰

۷) در شکل روبه‌رو، مساحت مثلث ABC کدام است؟



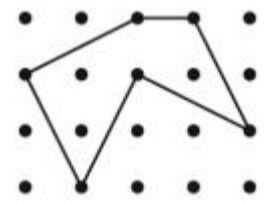
- (۱) ۱۲
 (۲) $4\sqrt{3}$
 (۳) ۶
 (۴) $3\sqrt{3}$

۸) با توجه به شکل زیر، اگر مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC = 6$) برابر ۱۵ و $MH = 2MH'$ باشد، آنگاه طول MH کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$
 (۲) $2/5$
 (۳) $\frac{10}{3}$
 (۴) ۵

۹) مساحت چندضلعی شبکه‌ای شکل مقابل کدام است؟



- (۱) ۷
 (۲) ۴
 (۳) ۵
 (۴) ۶

۱۰) از هر گوشه مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۸ سانتی‌متر، یک مثلث متساوی‌الاضلاع جدا می‌کنیم تا شش ضلعی منتظمی حاصل شود. مساحت شش ضلعی کدام است؟

- (۱) $\frac{32}{3}\sqrt{3}$ (۲) $\frac{16}{3}\sqrt{3}$ (۳) $\frac{64}{3}\sqrt{3}$ (۴) $16\sqrt{3}$

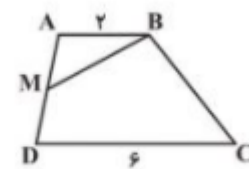
۱۱) در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم ۳ و ۴، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها تا وسط وتر کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۲) یک کایت شبکه‌ای که اندازه قطرهای آن ۴ و ۵ هستند، مفروض است. اگر تعداد نقاط شبکه‌ای درون این کایت برابر ۸ باشد، آنگاه تعداد نقاط شبکه‌ای واقع بر محیط این کایت کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۷ (۴) ۲۶

۱۳) در شکل مقابل M وسط AD است. مساحت مثلث ABM چه کسری از مساحت ذوزنقه است؟



- (۱) $\frac{1}{12}$
 (۲) $\frac{1}{9}$
 (۳) $\frac{1}{6}$
 (۴) $\frac{1}{8}$

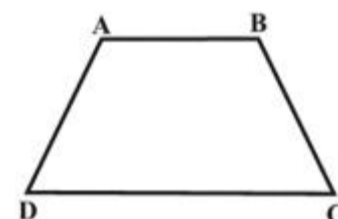
۱۴) نقطه‌ای روی ضلع کوچک مثلثی به طول ضلع‌های ۶، ۶ و ۴ واحد در نظر می‌گیریم. مجموع فاصله‌های این نقطه از دو ضلع دیگر، چند برابر ارتفاع بزرگ مثلث است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۵) در مثلث ABC اگر O نقطه هم‌رسی میانه‌ها باشد، سه مثلث OAB و OBC و OAC همواره نسبت به هم کدام حالت را دارند؟

- (۱) هم نهشت (۲) متشابه (۳) هم‌مساحت (۴) غیر مشخص

۱۶) ذوزنقه متساوی‌الساقین ABCD با اندازه قاعده‌های $\frac{2}{4}$ و ۶ و اندازه ساق ۳ مفروض است. از نقطه‌ای واقع بر قاعده بزرگ، دو عمود بر ساق‌های ذوزنقه رسم می‌کنیم، مجموع طول‌های این دو عمود کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{6}$
 (۲) $\frac{4}{8}$
 (۳) ۴
 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۷) اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای را دو برابر کنیم، مساحت آن چندضلعی چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) دقیقاً دو برابر می‌شود.
 (۲) کمتر از دو برابر می‌شود.
 (۳) بیشتر از دو برابر می‌شود.
 (۴) بسته به تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی، هر یک از سه حالت امکان‌پذیر است.

۱۸) مساحت یک چند ضلعی شبکه‌ای ۳ واحد است. حداکثر تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۱۹) در شکل زیر مساحت بین دو چند ضلعی شبکه‌ای، چه کسری از مساحت چند ضلعی بزرگتر است؟



- (۱) $\frac{5}{9}$
 (۲) $\frac{2}{5}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

۲۰) مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای $\frac{17}{3}$ واحد است. حداکثر تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹



آکادمی کوچینگ
منصوررخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

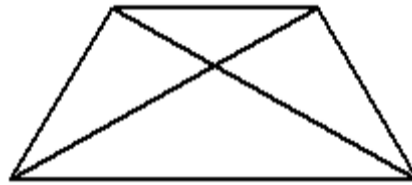
نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۳ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

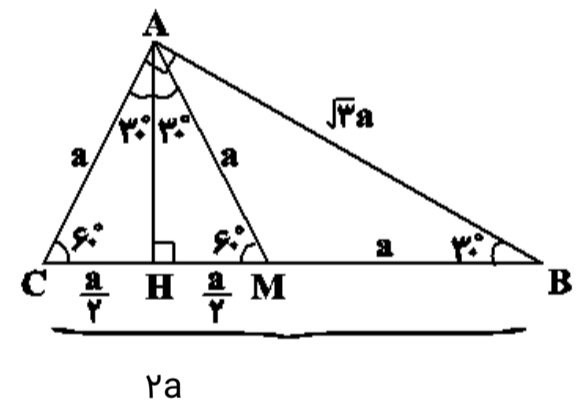
عکس قضیه «در هر مستطیل، قطرهای با هم برابرند.»، به این صورت است: «هر چهارضلعی‌ای که قطرهای برابر داشته باشد، مستطیل است.» که درست نیست. پس این قضیه را نمی‌توان به صورت دو شرطی بیان کرد. مثال نقض:



سوال ۲

پاسخ: گزینه ۲

طول ضلع روبه‌روی زاویه $\hat{B} = 30^\circ$ را a در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل، داریم:



$$\begin{cases} S(\triangle ABC) = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a \times a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \\ HM = 1 \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow S(\triangle ABC) = 2\sqrt{3}$$

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

عکس قضیه بیان شده در گزینه «۴»، به صورت زیر می باشد:

« اگر زاویه‌های مجاور به ساق‌ها در دوزنقه مکمل هم باشند، دوزنقه متساوی‌الساقین است.» که لزوماً درست نمی‌باشد؛ چرا که در هر دوزنقه دیگر هم زوایای مجاور به ساق‌ها، مکمل‌اند.

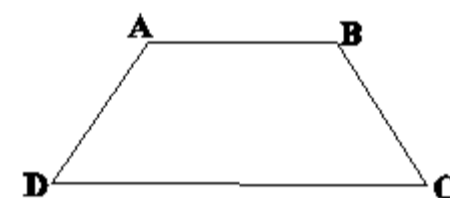
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های «۱» و «۲» و عکس آن‌ها به صورت قضیه در کتاب درسی مطرح شده است. عکس گزینه «۳» به صورت زیر است:

اگر زوایای مقابل دوزنقه مکمل هم باشند، دوزنقه متساوی‌الساقین است.

اثبات:

$$\begin{cases} 180 = \widehat{D} + \widehat{A} & \text{می دانیم:} \\ 180 = \widehat{C} + \widehat{A} & \text{فرض:} \end{cases} \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{D} \Rightarrow \text{پس دوزنقه متساوی‌الساقین است}$$



سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

عکس قضیه شرطی گزینه «۲» به صورت «اگر طول قطرهای مستطیل ABCD، مساوی یکدیگر باشند، آن‌گاه مستطیل ABCD، مربع است» می‌باشد که به وضوح در حالت کلی برقرار نیست، زیرا در هر مستطیل، طول قطرها برابر یکدیگرند و برای این‌که مستطیل ABCD، مربع باشد لازم است قطرهای آن برهم عمود باشند.

سوال ۵

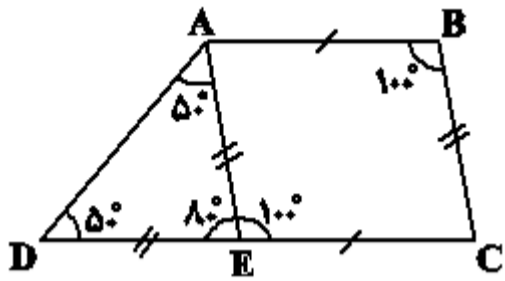
پاسخ: گزینه ۲

باید بررسی کنیم به ازای کدام گزینه، تساوی $n + \frac{n(n-3)}{2} = 45$ برقرار است که در بین گزینه‌ها فقط $n = 10$ در این تساوی صدق می‌کند.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

از A خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا CD را در E قطع کند.



چهارضلعی ABCE متوازی‌الاضلاع است، پس ضلع‌های روبه‌رو هم اندازه هستند و زاویه‌های روبه‌رو برابر. از طرفی $CD = AB + BC$ پس داریم:

$$\begin{cases} CD = DE + EC \\ AB = EC \end{cases} \Rightarrow CD = DE + AB \Rightarrow BC = DE = AE$$

پس مثلث ADE متساوی‌الساقین است، پس:

$$\hat{ADE} = \hat{EAD} = 50^\circ$$

از طرفی زاویه‌های A و D مکمل هستند، پس:

$$\hat{DAB} = 130^\circ$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که زاویه 15° دارد، طول ارتفاع وارد بر وتر، یک چهارم وتر است، پس:

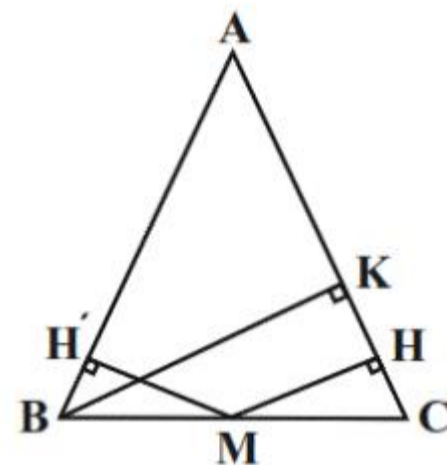
$$AH = \frac{1}{4}BC \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{4}BC \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S(\triangle ABC) = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 6$$

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۳

در هر مثلث متساوی الساقین، مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده از دو ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق است.



$$S_{ABC} = \frac{BK \times AC}{2} \Rightarrow 15 = \frac{BK \times 6}{2} \Rightarrow BK = 5$$

بنابراین با توجه به این که $MH = 2MH'$ داریم:

$$MH + MH' = BK \Rightarrow MH + \frac{MH}{2} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}MH = 5 \Rightarrow MH = \frac{10}{3}$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۳

از فرمول بیگ استفاده می‌کنیم. داریم $i = 3$ و $b = 6$ ، پس:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{6}{2} + 3 - 1 = 5$$

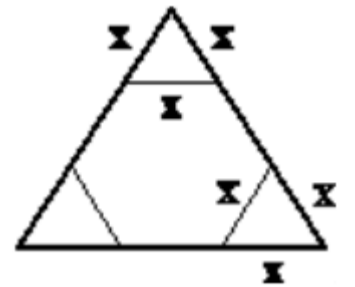
سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

فرض کنیم طول ضلع مثلث‌های متساوی‌الاضلاع کوچک، برابر x باشد. بدیهی است طول ضلع اضلاع شش ضلعی، $2x - 8$ و x می‌باشد. پس:

$$8 - 2x = x \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$



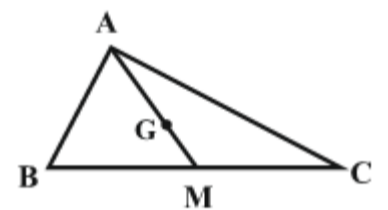
(مساحت مثلث‌های کوچک) $3 -$ مساحت مثلث اولیه = مساحت شش ضلعی

$$= \frac{8^2 \times \sqrt{3}}{4} - 3 \left(\frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2 \times \sqrt{3}}{4} \right) = 16\sqrt{3} - \frac{16}{3}\sqrt{3} = \frac{32}{3}\sqrt{3}$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین با توجه به شکل داریم:



$$\triangle ABC : AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{\substack{AB=3 \\ AC=4}} BC = 5$$

در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است.

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$$

با توجه به این‌که میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، داریم:

$$AG = 2GM \Rightarrow \frac{GM}{AG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

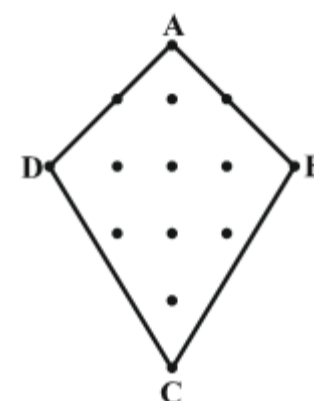
در هر کایت قطرها بر هم عمود هستند و در هر چهارضلعی که قطرها بر هم عمود باشند، اندازه مساحت برابر نصف حاصل ضرب طول دو قطر است. پس مساحت کایت ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$$

حال طبق رابطه پیک اگر تعداد نقاط شبکه‌ای واقع در درون یک چندضلعی شبکه‌ای (نقاط درونی) برابر i و تعداد نقاط شبکه‌ای واقع بر روی رأس و ضلع‌های چندضلعی (نقاط مرزی) برابر b باشد، اندازه مساحت برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 10 = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{i=8} \frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$$

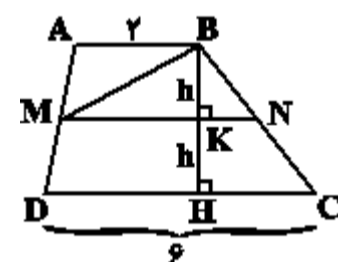
پس ۶ نقطه روی محیط کایت واقع است. شکل زیر یکی از حالت‌های کایت مفروض را نمایش می‌دهد:



سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

هرگاه N وسط BC باشد در این صورت $MN \parallel DC$.



$$\triangle BHC : KN \parallel CH \Rightarrow \frac{BK}{KH} = \frac{BN}{NC} = 1$$

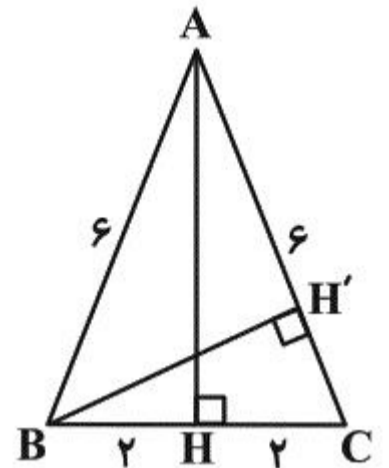
$$\Rightarrow BK = KH = h$$

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times BK}{\frac{1}{2} (AB+CD) \times BH} = \frac{2 \times h}{(2+6) \times 2h} = \frac{1}{8}$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

مجموع فاصله‌های نقطه دلخواه روی قاعده مثلث متساوی‌الساقین، از دو ساق آن، برابر با طول ارتفاع وارد بر ساق (ارتفاع BH' در شکل زیر) است.



با توجه به شکل داریم:

$$S(\triangle ABC) = AH \times BC = BH' \times AC$$

$$\Rightarrow BH' = \frac{BC}{AC} \times AH \Rightarrow BH' = \frac{4}{6} AH = \frac{2}{3} AH$$

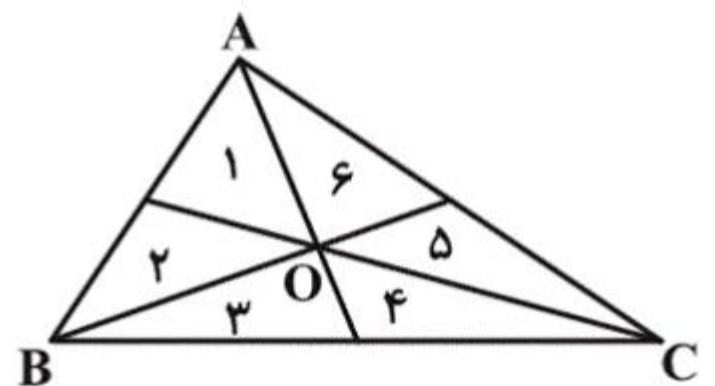
سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

مثلث دلخواه ABC به وسیله سه میانه خود به ۶ مثلث تقسیم می‌شود که مساحت‌های مساوی دارند:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = S_{OAC} = S_{OBC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

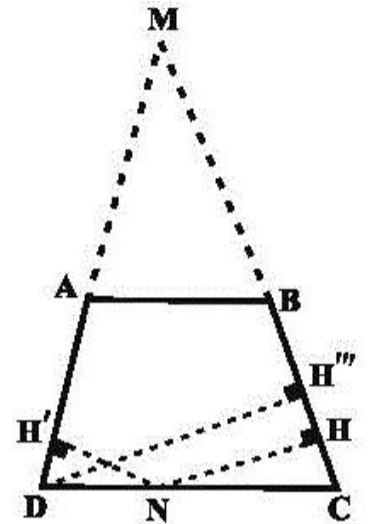


سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

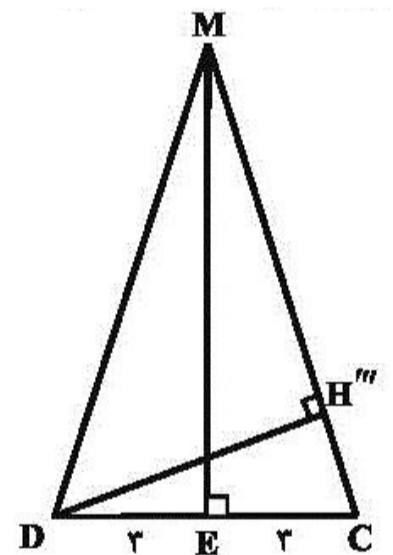
گزینه «۲»

طبق صورت سؤال، دو ساق AD و BC را امتداد می‌دهیم تا در نقطه M همدیگر را قطع کنند. از نقطه N واقع بر قاعده مثلث دو عمود ارتفاع وارد بر ساق می‌باشد. به راحتی می‌توان متوجه شد که مثلث MDC متساوی‌الساقین است و مجموع طول دو عمود وارد بر ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق می‌باشد.



$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{MB}{MB+3} = \frac{2/4}{6} \Rightarrow MB = 2$$

$$MC = MB + BC = 2 + 3 = 5$$



$$ME = \sqrt{MC^2 - EC^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = 4$$

$$ME \times DC = DH'' \times MC$$

$$\Rightarrow 4 \times 6 = DH'' \times 5 \Rightarrow DH'' = 4/5$$

$$\Rightarrow NH + NH' = 4/5$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

اگر b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای باشد داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

حال با فرض $b' = 2b$ و $i' = 2i$ ، مساحت چندضلعی شبکه‌ای جدید برابر است با:

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{2b}{2} + 2i - 1$$

$$2\left(\frac{b}{2}\right) + 2i - 1 > 2\left(\frac{b}{2} + i - 1\right) \Rightarrow S' > 2S$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

اگر تعداد نقاط مرزی برابر b و تعداد نقاط درونی برابر i فرض شود، آنگاه مساحت چندضلعی شبکه‌ای برابر $S = \frac{b}{2} + i - 1$ است. با توجه به آن که حداقل تعداد نقاط درونی برابر صفر است، داریم:

$$3 = \frac{b}{2} + 0 - 1 \Rightarrow \frac{b}{2} = 4 \Rightarrow b_{\max} = 8$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

اگر مساحت چند ضلعی بزرگتر را با S و مساحت چندضلعی کوچکتر را با S' نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{14}{2} + 12 - 1 = 18$$

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{7}{2} + 3 - 1 = 5/2$$

$$S - S' = 18 - 5/2 = 12/2 \Rightarrow \frac{S-S'}{S} = \frac{12/2}{18} = \frac{2}{3}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۳

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{17}{2} = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 17 = b + 2i - 2$$

$$\Rightarrow 2i = 19 - b$$

بیشترین مقدار i به ازای کمترین مقدار b حاصل می‌شود. می‌دانیم در یک چندضلعی شبکه‌ای $b \geq 3$ است. پس:

$$2i = 19 - 3 \Rightarrow 2i = 16 \Rightarrow i = 8$$



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

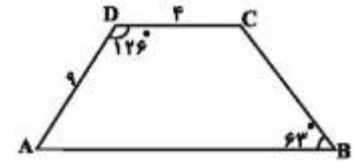
مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) در دوزنقه ABCD، طول قاعده AB کدام است؟



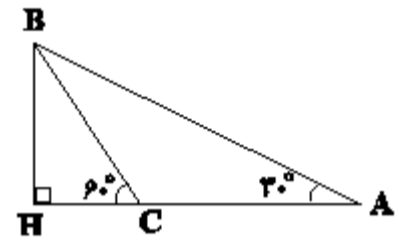
۱۲ (۲)

۱۵ (۴)

۱۰ (۱)

۱۳ (۳)

۲) در شکل زیر اگر $AB = ۱۲$ باشد، اندازه AC کدام است؟



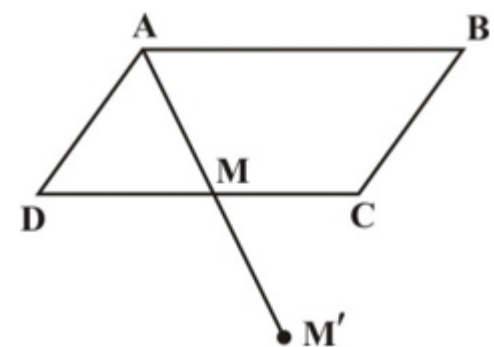
$4\sqrt{3}$ (۱)

۶ (۲)

$6\sqrt{2}$ (۳)

$6\sqrt{3}$ (۴)

۳) در متوازی الاضلاع ABCD از رأس A به نقطه M، وسط CD وصل کرده و AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه M' به دست آید. کدام گزینه همواره درست است؟



(۱) M' ، C و B روی یک امتداد قرار دارند.

(۲) $\hat{A}M'D = \hat{M}M'C$

(۳) $M'D = M'B$

(۴) $\hat{A}DM = \hat{M}M'C$

۴) در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه آن ۲۰° است، «زاویه بین و وارد بر وتر» از سایر گزینه‌ها بزرگ‌تر است.

(۲) نیمساز - میانه

(۴) ارتفاع - میانه

(۱) ضلع کوچکتر - ارتفاع

(۳) نیمساز - ارتفاع

۵) مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، با زاویه $\hat{B} = 60^\circ$ مفروض است. اگر AM میانه و AH ارتفاع وارد بر وتر و $MH = a$ باشد، طول وتر مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\frac{3a}{2}$ (۲) $2a$ (۳) $4a$ (۴) $(2\sqrt{3}+1)a$

۶) در دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ ، قطر AC به طول $4\sqrt{3}$ با قاعده AB زاویه 30° می‌سازد. مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) 12 (۲) 16 (۳) $12\sqrt{3}$ (۴) $16\sqrt{3}$

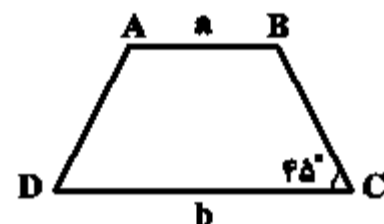
۷) طول‌های دو قطر چهارضلعی محدب $ABCD$ باهم مساوی‌اند. نقاط وسط اضلاع این چهارضلعی را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی حاصل کدام است؟

- (۱) لوزی (۲) مستطیل (۳) مربع (۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

۸) در ... ضلعی محدب، تعداد قطرهای با تعداد اضلاع برابر است.

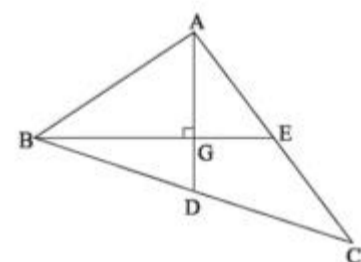
- (۱) 8 (۲) 7 (۳) 6 (۴) 5

۹) مساحت دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ در شکل زیر کدام است؟



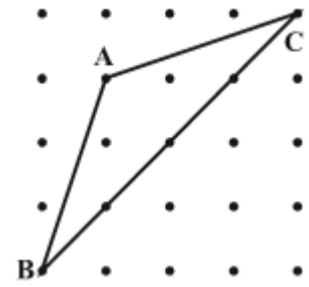
- (۱) $\frac{(a+b)^2}{2}$ (۲) $\frac{a^2-b^2}{2}$ (۳) $\frac{(a+b)^2}{4}$ (۴) $\frac{a^2-b^2}{4}$

۱۰) در شکل زیر، G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است. اگر $AD \perp BE$ ، $EC = 5$ و $GD = 2$ باشد، طول BE کدام است؟



- (۱) 9 (۲) 12 (۳) 8 (۴) 6

۱۱) در شکل زیر مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی پاره خط BC از دو پاره خط AB و AC کدام است؟ (فاصله بین هر دو نقطه متوالی افقی یا عمودی یک واحد است.)



(۲) $\frac{2}{5}\sqrt{10}$
(۴) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

(۱) $\frac{4}{5}\sqrt{10}$
(۳) $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

۱۲) مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

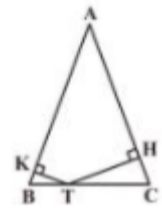
(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۱) $\frac{1}{5}$

۱۳) در شکل زیر اگر $AB = AC$ ، آنگاه حاصل $TH + TK$ همواره برابر با طول کدام جزء مثلث ABC است؟



(۱) میانه وارد بر AC

(۲) نیمساز داخلی زاویه C

(۳) ارتفاع وارد بر AB

(۴) ارتفاع وارد بر BC

۱۴) در مثلث ABC طول میانه AM برابر با ۶ واحد است. اگر فاصله نقطه همرسی میانه‌های مثلث از ضلع BC برابر با ۲ واحد باشد، آنگاه مثلث ABC لزوماً چگونه است؟

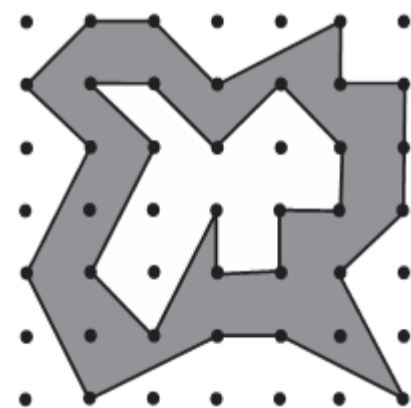
(۲) قائم‌الزاویه

(۴) نامشخص

(۱) چنین مثلثی وجود ندارد.

(۳) متساوی‌الساقین

۱۵) مساحت قسمت رنگی در شکل زیر چقدر است؟



(۱) $\frac{8}{5}$

(۲) ۱۵

(۳) $\frac{۱۷}{۵}$

(۴) ۲۰

۱۶) مثلث متساوی‌الاضلاع DEF به گونه‌ای در داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار گرفته است که رؤس آن بر اضلاع مثلث ABC قرار داشته و ضلع DE بر ضلع BC عمود است. نسبت مساحت مثلث DEF به مساحت مثلث ABC کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱۷) کمترین مساحت ممکن برای یک چندضلعی شبکه‌ای که حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و نقاط مرزی آن ۴۰ باشد، کدام است؟

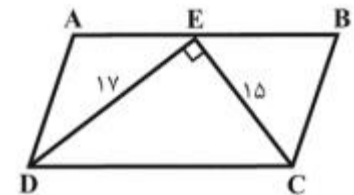
۸ (۲)

$\frac{7}{5}$ (۱)

۱۱ (۴)

$\frac{9}{5}$ (۳)

۱۸) در شکل زیر، مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD کدام است؟



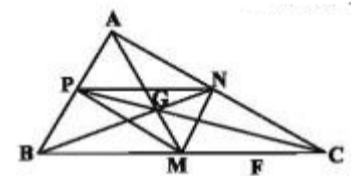
۲۵۵ (۱)

۲۷۵ (۲)

۲۱۵ (۳)

۲۰۵ (۴)

۱۹) P و N، M وسط‌های اضلاع مثلث ABC مطابق شکل‌اند. مساحت مثلث NMC، چند برابر مساحت مثلث AGC است؟



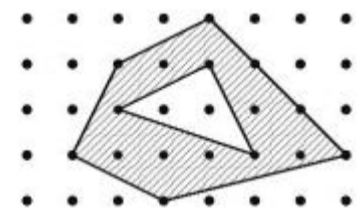
$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۲۰) در شکل زیر، مساحت قسمت سایه‌زده کدام است؟



$\frac{21}{2}$ (۲)

$\frac{27}{2}$ (۱)

۱۱ (۴)

۱۲ (۳)



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

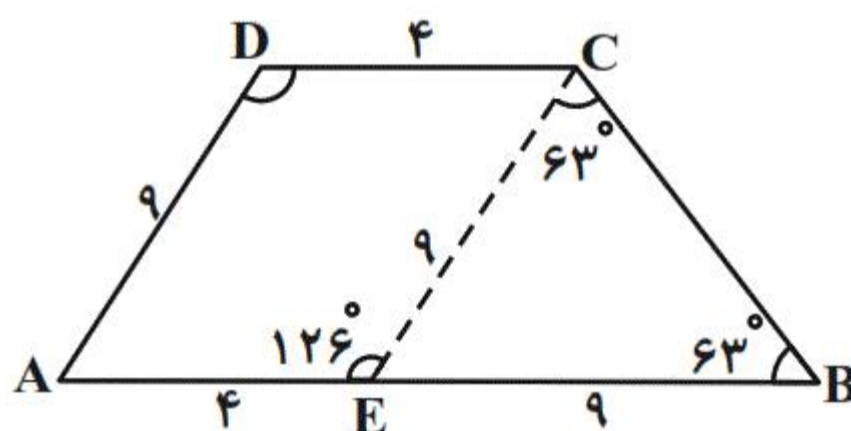
نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۳ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۳

از C به موازات AD رسم می‌کنیم. چهارضلعی AECD متوازی‌الاضلاع است. پس:



$$AE = 4, CE = 9$$

از طرفی $\hat{A}EC = \hat{D} = 126^\circ$ ، بنابراین داریم:

$$\hat{A}EC = \hat{ECB} + \hat{B} \Rightarrow \hat{ECB} = \hat{B} = 63^\circ$$

پس مثلث ECB متساوی‌الساقین است و $BE = EC = 9$ ، در نتیجه:

$$AB = AE + BE = 4 + 9 = 13$$

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۱

در مثلث قائم‌الزاویه، اندازه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° ، نصف اندازه وتر و اندازه ضلع روبه‌رو به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اندازه وتر است. بنابراین داریم:

$$\triangle ABH : \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$\triangle BCH : \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{\sqrt{3}}{2}BC \Rightarrow BC = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

$$\triangle ABC : \text{زاویه خارجی } \hat{BCH} \Rightarrow \hat{BCH} = \hat{A} + \hat{ABC}$$

$$\Rightarrow 60^\circ = 30^\circ + \hat{ABC} \Rightarrow \hat{ABC} = 30^\circ$$

بنابراین مثلث ABC متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم:

$$AC = BC = 4\sqrt{3}$$

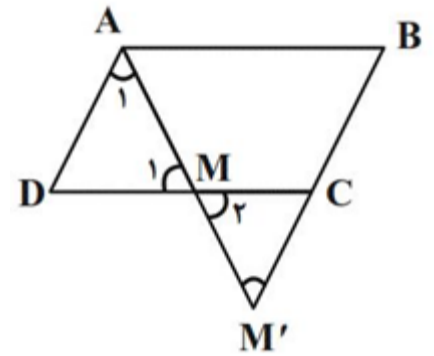
سوال ۳

پاسخ: گزینه ۱

از نقطه M' به C وصل می‌کنیم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AM = MM' \\ DM = MC \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMD \cong \triangle M'MC$$

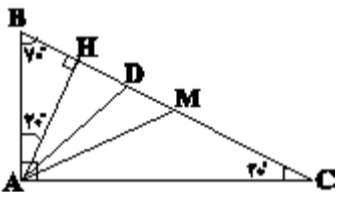
$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}' \Rightarrow AD \parallel CM'$$



$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ AD \parallel M'C \end{array} \right\} \Rightarrow M', C, B \text{ روی یک امتداد قرار دارند.}$$

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

در شکل زیر، AH ارتفاع، AD نیمساز و AM میانه است، داریم:

گزینه «۱»: $\hat{HAB} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

گزینه «۳»: $\left. \begin{array}{l} \hat{DAB} = 45^\circ \\ \hat{HAB} = 20^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{DAH} = 25^\circ$

گزینه «۴»: $\left. \begin{array}{l} MA = MB \Rightarrow \hat{MAB} = \hat{B} = 70^\circ \\ \hat{HAB} = 20^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{MAH} = 50^\circ$

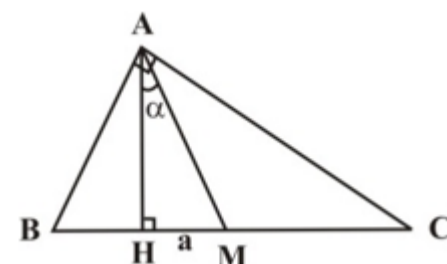
گزینه «۲»: $\hat{MAD} = \hat{MAH} - \hat{DAH} = 25^\circ$

پس بزرگترین زاویه، زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر است.

سوال ۵

پاسخ: گزینه ۳

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، زاویه حاده بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر برابر است با: $\alpha = |\hat{B} - \hat{C}|$



$$\text{پس: } \hat{HAM} = \alpha = |60^\circ - 30^\circ| = 30^\circ$$

می‌دانیم که ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است. پس: $\hat{AHM} : \hat{H} = 90^\circ, \hat{HAM} = 30^\circ$

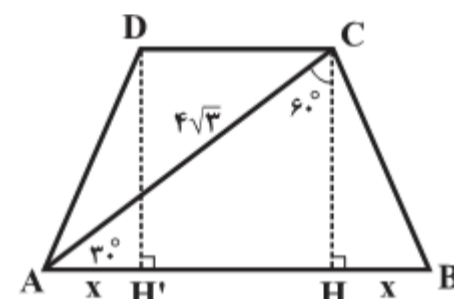
$$\Rightarrow MH = \frac{AM}{2} \Rightarrow AM = 2a \quad (1)$$

از طرفی میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

$$AM = \frac{BC}{2} \xrightarrow{(1)} BC = 4a$$

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳



از C بر AB عمود رسم می‌کنیم. می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع‌های روبه‌رو به زاویه‌های 30° و 60° ، به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است، بنابراین داریم: $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}AC = 6$ و $CH = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3}$ در صورتی که $AH' = BH = x$ فرض شود، داریم:

$$AB = AH + HB = 6 + x$$

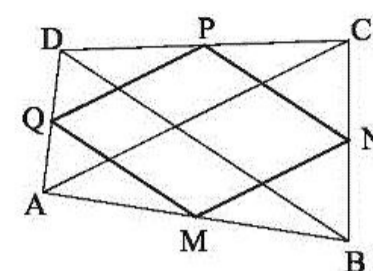
$$CD = HH' = AH - AH' = 6 - x$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}CH(AB + CD) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}(6 + x + 6 - x) = 12\sqrt{3}$$

سوال ۷

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»



چهارضلعی MNPQ متوازی الاضلاع است و در آن $MN = \frac{AC}{۲}$ و $NP = \frac{BD}{۲}$ است. با توجه به برابری قطرها داریم:

$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{۲} = \frac{BD}{۲} \Rightarrow MN = NP$$

متوازی الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس چهارضلعی MNPQ لوزی می‌باشد.

سوال ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$\Rightarrow \frac{n(n-۳)}{۲} = n \Rightarrow \frac{n-۳}{۲} = ۱ \Rightarrow n = ۵$$

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۴

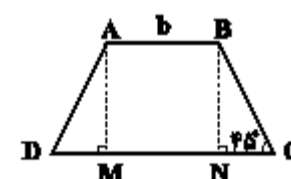
گزینه «۴»

در مثلث AMD و BNC به حالت وتر و یک زاویه حاده هم‌نهشت هستند، پس $DM = NC$ است و داریم:

$$DM + MN + NC = a$$

$$\xrightarrow{MN=b} DM + NC = a - b$$

$$\xrightarrow{DM=NC} DM = NC = \frac{a-b}{۲}$$



از طرفی چون مثلث NBC یک مثلث متساوی الساقین است. پس:

$$BN = NC = \frac{a-b}{۲}$$

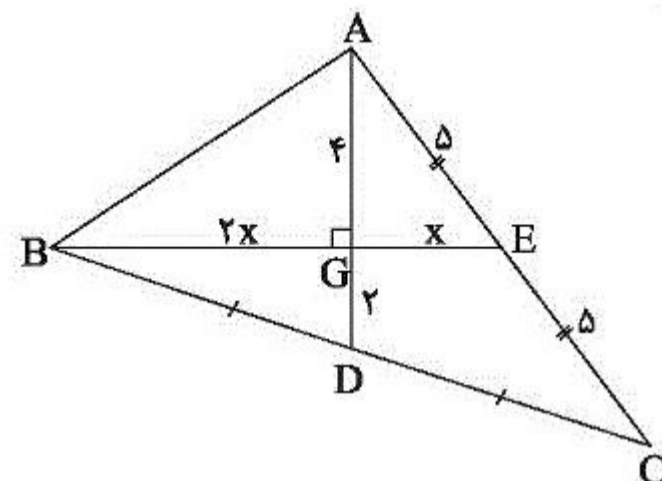
$$S_{\text{توانده}} = \frac{(AB+DC) \times NB}{۲} = \frac{(a+b) \times \left(\frac{a-b}{۲}\right)}{۲} = \frac{a^۲ - b^۲}{۴}$$

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با توجه به این که میانه‌های هر مثلث همدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند، داریم:



$$AG = 2GD = 4$$

$$BG = 2GE = 2x$$

$$\triangle AGE : GE^2 = AE^2 - AG^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 16$$

$$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow BE = 3 \times 3 = 9$$

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۱

مثلث ABC متساوی‌الساقین است، بنابراین مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده BC از دو ساق مثلث، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است. چندضلعی شبکه‌ای ABC دارای ۶ نقطه مرزی و ۲ نقطه درونی است، بنابراین طبق فرمول پیک داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{6}{2} + 2 - 1 = 4$$

از طرفی با توجه به این که فاصله هر دو نقطه عمودی یا افقی در شبکه برابر ۱ است، پس طول ضلع AB (ساق مثلث) برابر است با:

$$AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

اگر طول ارتفاع وارد بر ساق را با h نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times h \times AB \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} h \times \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow h = \frac{8}{\sqrt{10}} = \frac{8\sqrt{10}}{10} = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

بنابر فرض $S = \frac{b+i}{4}$ است. با استفاده از دستور پیک داریم:

$$S = \frac{b}{4} + i - 1 = \frac{b+i}{4} \Rightarrow \frac{b}{4} + i - 1 = \frac{b}{4} + \frac{i}{4} \Rightarrow \frac{i}{4} = 1 \Rightarrow i = 4$$

$$S = \frac{b}{4} + i - 1 = \frac{b}{4} + 1 \xrightarrow{b=3} S_{\min} = \frac{3}{4} + 1 = 1\frac{3}{4}$$

سوال ۱۳

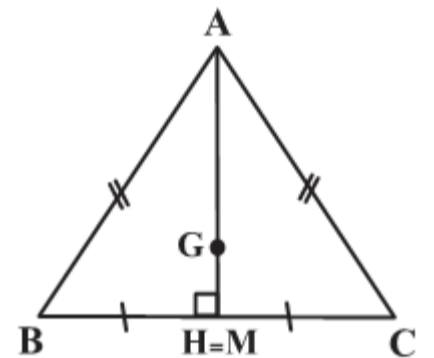
پاسخ: گزینه ۳

مجموع فاصله‌های هر نقطه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن برابر با طول ارتفاع وارد بر ساق است.

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

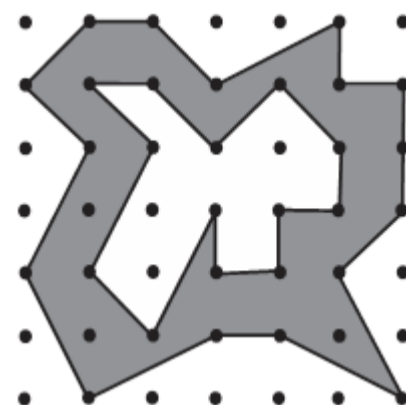
اگر نقطه G هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC باشد، آنگاه $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \times 6 = 2$. پس GM عمود بر BC است. یعنی میانه AM ارتفاع نیز هست. پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است.



سوال 15

پاسخ: گزینه 3

اگر چندضلعی شبکه‌ای بیرونی را شماره (2) و چندضلعی شبکه‌ای درونی را شماره (1) در نظر بگیریم، داریم:



$$S_2 - S_1 = \text{مساحت قسمت هاشورخورده}$$

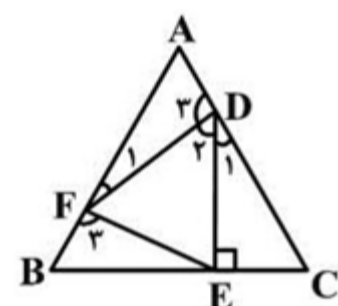
$$= \left(\frac{b_2}{v} - 1 + i_2\right) - \left(\frac{b_1}{v} - 1 + i_1\right)$$

$$= \left(\frac{16}{5} - 1 + 19\right) - \left(\frac{13}{5} - 1 + 3\right)$$

$$= 26 - 8/5 = 17/5$$

سوال 16

پاسخ: گزینه 2



با توجه به شکل، مثلث‌های ADF، BFE و DEC، بنا به حالت (ز ض ز) با هم هم‌نهشت‌اند، زیرا در مثلث قائم‌الزاویه DEC، $\hat{C} = 60^\circ$ و در نتیجه $\hat{D}_1 = 30^\circ$ و چون $\hat{D}_2 = 60^\circ$ ، لذا $\hat{D}_3 = 90^\circ$ و به طور مشابه $\hat{F}_3 = 90^\circ$ پس داریم:

$$\begin{cases} DE = DF \\ \hat{D}_1 = \hat{F}_1 = 30^\circ \Rightarrow AD = EC \quad (1) \\ \hat{D}_3 = \hat{E} = 90^\circ \end{cases}$$

در مثلث قائم‌الزاویه DEC داریم:

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = 30^\circ \Rightarrow EC = \frac{1}{2}DC \xrightarrow{(1)} AD = \frac{1}{2}DC \\ \Rightarrow AC = \frac{3}{2}DC \quad (2) \\ \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow DE = \frac{\sqrt{3}}{2}DC \quad (3) \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\triangle DFE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}DE^2}{\frac{\sqrt{3}}{2}AC^2} = \left(\frac{DE}{AC}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(3)(2)} \frac{S_{\triangle DFE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}DC}{\frac{3}{2}DC}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

حالت‌های مختلف که حاصل ضرب b و i برابر ۴۰ می‌شود را در نظر گرفته و مساحت چندضلعی شبکه‌ای را با توجه به فرمول پیک در حالت‌های مختلف b و i محاسبه می‌کنیم:

b	۴	۵	۸	۱۰	۲۰	۴۰
i	۱۰	۸	۵	۴	۲	۱
S	۱۱	۹/۵	۸	۸	۱۱	۲۰

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، کم‌ترین مساحت ممکن برای این چندضلعی شبکه‌ای، برابر ۸ است.

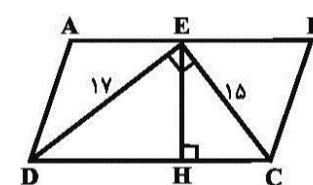
تذکر: در هر چندضلعی شبکه‌ای، $b \geq ۳$ است.

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با رسم ارتفاع EH می‌بینیم که ارتفاع و قاعده در مثلث DEC همان ارتفاع و قاعده در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ است. بنابراین داریم:



$$S_{ABCD} = ۲S_{CDE} = ۲ \frac{(۱۵ \times ۱۷)}{۲} = ۲۵۵$$

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۱

اگر وسط‌های ضلع‌های مثلثی را به هم وصل کنیم، چهار مثلث هم‌نهشت و در نتیجه هم‌مساحت به وجود می‌آید:

$$S_{NMC} = \frac{1}{۴} S_{ABC}$$

از طرفی با رسم سه میانه مثلث، شش مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید. یعنی داریم:

$$S_{AGC} = \frac{۲}{۶} S_{ABC} = \frac{1}{۳} S_{ABC}$$

در نتیجه:

$$\frac{S_{NMC}}{S_{AGC}} = \frac{\frac{1}{۴} S_{ABC}}{\frac{1}{۳} S_{ABC}} = \frac{۳}{۴}$$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

از فرمول پیک استفاده می‌کنیم:

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \quad (b \text{ تعداد نقاط مرزی و } i \text{ تعداد نقاط درونی})$$

$$S_۱ = \frac{۷}{۲} + ۱۱ - ۱ = \frac{۷}{۲} + ۱۰ = \frac{۲۷}{۲}$$

مساحت شکل بیرونی (۵ ضلعی)

$$S_۲ = \frac{۳}{۲} + ۲ - ۱ = \frac{۳}{۲} + ۱ = \frac{۵}{۲}$$

مساحت شکل درونی (مثلث)

$$S = \frac{۲۷}{۲} - \frac{۵}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

مساحت قسمت سایه‌زده



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: -

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۴ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

۱) در یک منشور سه پهلو به ترتیب چند جفت خط متمایز دو به دو موازی و چند جفت خط متمایز دو به دو متنافر وجود دارد؟

(۱) ۶ - ۳ (۲) ۹ - ۳ (۳) ۹ - ۶ (۴) ۱۲ - ۶

۲) خط L هر دو صفحه متقاطع P و P' را قطع کرده است. اگر Δ فصل مشترک دو صفحه باشد، وضعیت L و Δ کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) متعامد (۲) متقاطع (۳) موازی (۴) متنافر

۳) اگر L و L' دو خط . . . باشند، فقط یک صفحه شامل L وجود دارد که با L' موازی باشد.

(۱) موازی (۲) متقاطع
(۳) متنافر (۴) منطبق

۴) در یک هرم با قاعده مثلث، چند جفت یال متنافر وجود دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵) دو خط موازی D و D' به تمامی در صفحه P قرار دارند و خط Δ با این دو خط متنافر و با صفحه P متقاطع است. چند خط وجود دارد که سه خط D ، D' و Δ را قطع کند؟

(۱) یک (۲) دو
(۳) حداکثر یک (۴) بی شمار

۶) کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً درست نیست؟

(۱) اگر خطی غیرواقع بر دو صفحه متقاطع، با فصل مشترک این دو صفحه، موازی باشد، با هر کدام از آن دو صفحه نیز موازی است.
(۲) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، آنگاه هر خط عمود بر یکی از این دو صفحه که در صفحه دیگر واقع نیست، با صفحه دیگر موازی است.
(۳) اگر سه صفحه، دو به دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه است.
(۴) اگر دو صفحه متمایز موازی یکدیگر باشند، هر خط واقع بر یک صفحه، با صفحه دیگر موازی است.

۷) دو خط d_1 و d_2 در فضا با هم موازی‌اند. چه تعداد از گزاره‌های زیر لزوماً درست است؟

(الف) اگر صفحه‌ای مانند P با یکی از این دو خط موازی باشد، آنگاه خط دیگر بر صفحه P واقع است.
(ب) اگر صفحه P شامل یکی از این دو خط باشد، آنگاه می‌تواند شامل خط دیگر نیز باشد.
(پ) اگر صفحه P با یکی از این دو خط متقاطع باشد، آنگاه خط دیگر را نیز قطع می‌کند.

(۱) صفر (۲) ۱
(۳) ۲ (۴) ۳

۸) کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر دو نقطه از خطی درون صفحه باشد، خط بر آن صفحه واقع است.
(۲) از هر دو نقطه متمایز در فضا، تنها یک خط می‌گذرد.
(۳) از هر دو خط موازی در فضا، تنها یک صفحه می‌گذرد.
(۴) از هر دو نقطه غیر واقع بر یک صفحه، تنها یک خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد.

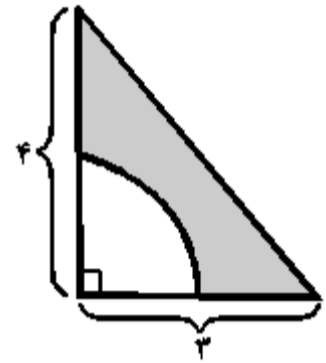
۹) کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست نیست؟

- (۱) دو صفحه عمود بر یک صفحه همواره با هم موازی‌اند.
 (۲) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.
 (۳) دو خط عمود بر یک خط در فضا ممکن است موازی یکدیگر نباشند.
 (۴) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، هر کدام شامل خطی است که بر صفحه دیگر عمود باشد.

۱۰) کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً صحیح نیست؟

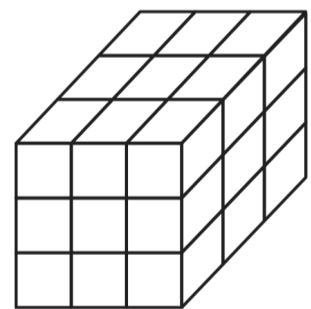
- (۱) اگر خطی با فصل مشترک دو صفحه متقاطع، موازی باشد، با هر کدام از آن دو صفحه نیز موازی است.
 (۲) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، آنگاه هر خط عمود بر یکی از این دو صفحه، با صفحه دیگر موازی است.
 (۳) اگر سه صفحه، دو به دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه است.
 (۴) اگر دو صفحه موازی یکدیگر باشند، هر خط واقع بر یک صفحه، با صفحه دیگر موازی است.

۱۱) حجم حاصل از دوران جسم زیر حول ضلع AB کدام است؟ (شعاع ربع دایره برابر ۲ واحد است.)



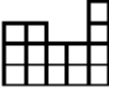
- (۱) $\frac{4\pi}{3}$
 (۲) $\frac{10\pi}{3}$
 (۳) $\frac{16\pi}{3}$
 (۴) $\frac{20\pi}{3}$

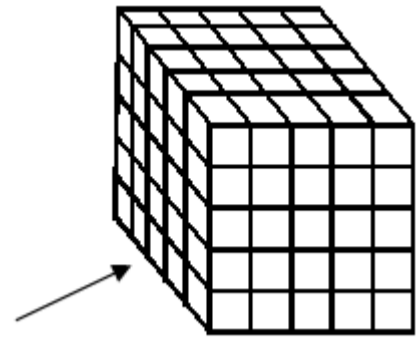
۱۲) تمام وجه‌های مکعب شکل زیر را رنگ‌آمیزی می‌کنیم. تعداد مکعب‌های کوچکی که دو وجه رنگ‌شده دارند، چقدر بیشتر از تعداد مکعب‌های کوچکی است که تنها یک وجه آنها رنگ‌آمیزی شده است؟



- (۲) ۲
 (۴) ۶

- (۱) صفر
 (۳) ۴

۱۳) حداکثر تعداد مکعب‌های کوچکی که باید برداشته شود تا نمای بالای شکل داده شده به صورت  باشد، کدام است؟



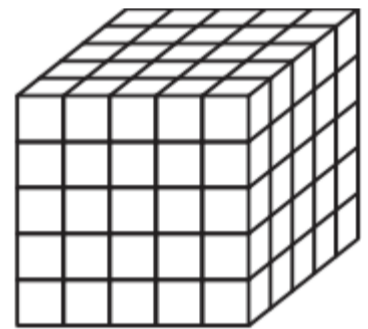
(۱) ۱۰۷

(۲) ۱۱۱

(۳) ۱۱۵

(۴) ۱۱۹

۱۴) تمام وجه‌های مکعب زیر را رنگ‌آمیزی می‌کنیم. نسبت تعداد مکعب‌های کوچکی که دو وجه رنگ شده دارند به مکعب‌های کوچکی که فقط یک وجه رنگ شده دارند، کدام است؟

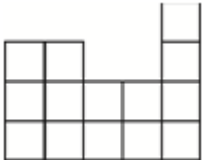


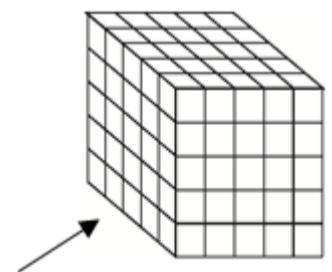
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۱۵) در شکل زیر حداقل چه تعداد از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت  باشد؟



(۱) ۵۵

(۲) ۵۰

(۳) ۶۵

(۴) ۶۰

۱۶) مربعی را یک بار حول یکی از اضلاع و یک بار دیگر حول یکی از اقطارش دوران می‌دهیم. نسبت حجم جسم اول به حجم جسم دوم، کدام است؟

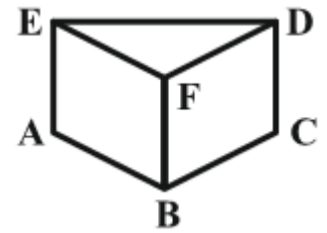
(۱) $۲\sqrt{۲}$

(۲) $۳\sqrt{۳}$

(۳) $۲\sqrt{۳}$

(۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۷) در منشور قائم شکل زیر، همه یال‌ها برابر ۶ می‌باشند. مساحت سطح مقطعی که صفحه گذرنده از نقاط B، D و E با منشور پدید می‌آورد، کدام است؟



(۲) $18\sqrt{7}$

(۴) $9\sqrt{7}$

(۱) $18\sqrt{3}$

(۳) $9\sqrt{3}$

۱۸) نقطه A و خط d و صفحه P مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه A، موازی خط d و عمود بر صفحه P، در کدام حالت تعداد جواب‌ها بی‌شمار است؟

(۲) $d \cap P \neq \emptyset$

(۴) $d \perp P$

(۱) $d \cap P = d$

(۳) $d \parallel P$

۱۹) اگر سطح مقطع یک استوانه با صفحه‌های افقی، عمودی و صفحه مایلی که از قاعده‌های استوانه عبور نکند، برخورد کند، کدام شکل حاصل نمی‌شود؟

(۴) دایره

(۳) مستطیل

(۲) سهمی

(۱) بیضی

۲۰) مجموع مساحت‌های نماهای چپ، بالا و روبه‌رو در یک مکعب مستطیل برابر ۱۵ سانتی‌مترمربع است. مساحت کل این مکعب مستطیل کدام است؟

(۲) ۳۰

(۴) ۲۰

(۱) ۱۵

(۳) ۴۵



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

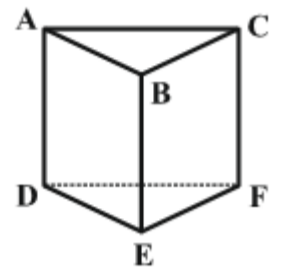
نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۴ آموزشی

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

پاسخ: گزینه ۴

منشور سه‌پهلوی، منشوری است که قاعده آن مثلث است. با توجه به شکل تعداد جفت خط‌های متمایز دوجه‌دو موازی و متناظر مشخص می‌شود.



جفت خطوط دوجه‌دو موازی: $(DF, CA), (EF, BC), (DE, AB)$

۶ جفت $\Rightarrow (CF, AD), (CF, BE), (BE, AD)$

جفت خطوط دو به دو متناظر: $(DF, AB), (EF, AB), (CF, AB)$

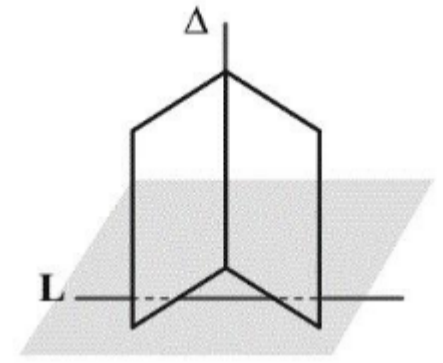
$(DF, BC), (DE, BC), (AD, BC), (EF, CA), (DE, CA)$

۱۲ جفت $\Rightarrow (BE, CA), (CF, DE), (AD, EF), (BE, DF)$

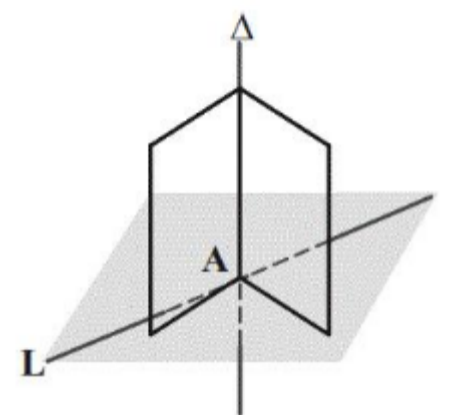
سوال ۲

پاسخ: گزینه ۳

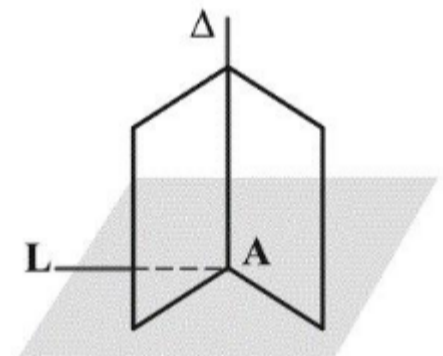
به وضعیت خط L و Δ در شکل‌های زیر دقت کنید:



Δ و L متنافرند.



Δ و L در نقطه A متقاطع‌اند.



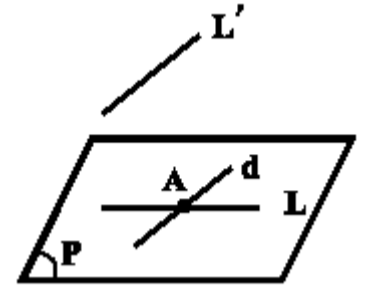
دو خط Δ و L در نقطه A متقاطع و برهم عمودند.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۳

گزینه‌ی «۳»

فرض کنید L و L' متنافر باشند. از یک نقطه واقع بر خط L ، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط L و d موازی با خط L' است.

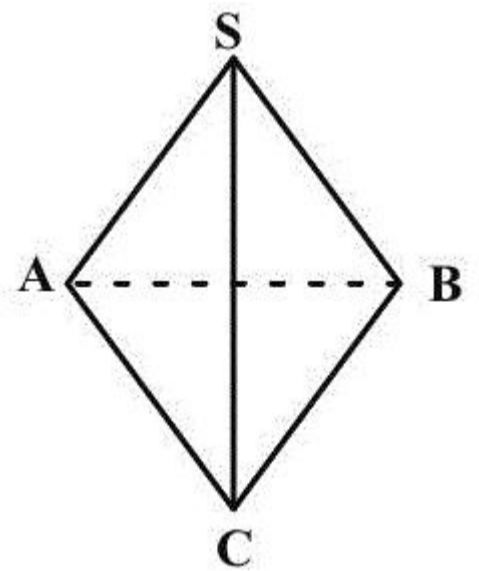


سوال ۴

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، جفت یال‌های متنافر، عبارتند از:

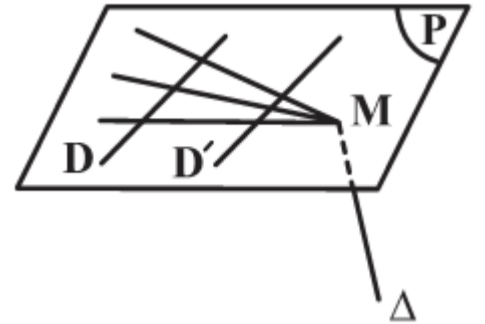
$(SA, BC), (SB, AC), (SC, AB)$



سوال ۵

پاسخ: گزینه ۴

هر خط که دو خط موازی D و D' را قطع کند به تمامی در صفحه P قرار دارد و چون این خط، باید خط Δ را هم قطع کند، نقطه تلاقی لزوماً نقطه M ، محل تلاقی خط Δ و صفحه P خواهد بود.

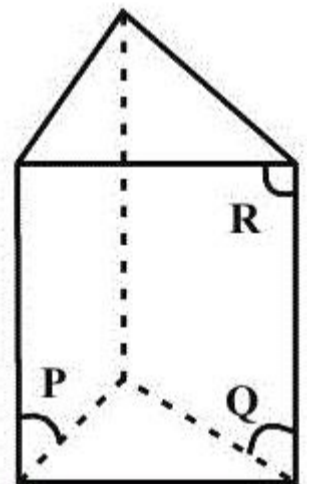


بنابراین، خطوط بی‌شماری که از نقطه M می‌توان در صفحه P رسم کرد، غیر از خطی که از M به موازات D و D' رسم می‌شود، سه خط D ، D' و Δ را قطع می‌کنند.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۳

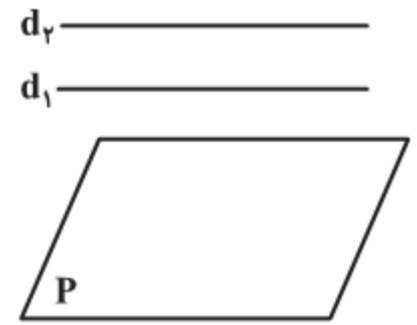
سه صفحه دوجه دو متقاطع ممکن است هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند (مانند صفحه‌های P ، Q و R در شکل زیر)، بنابراین گزینه «۳» لزوماً درست نیست.



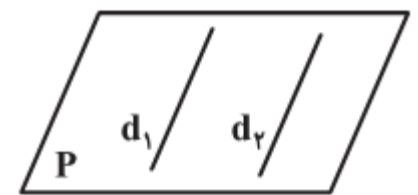
سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

گزاره «الف» نادرست است. مطابق شکل زیر اگر خط d_1 با صفحه P موازی باشد، آنگاه خط d_2 می‌تواند خارج صفحه P قرار داشته باشد.



گزاره «ب» درست است. مطابق شکل زیر صفحه P می‌تواند شامل دو خط موازی d_1 و d_2 باشد.



گزاره «پ» درست است. اگر صفحه P یکی از دو خط d_1 و d_2 را قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع خواهد کرد.

سوال ۸

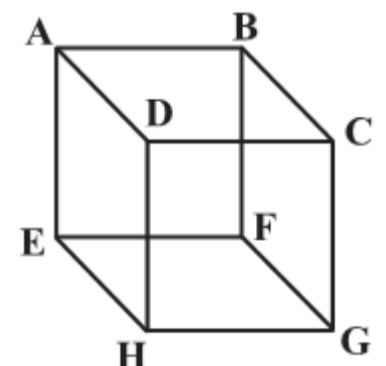
پاسخ: گزینه ۴

از یه نقطه غیر واقع بر یک صفحه، بی شمار خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد. بنابراین گزینه <<۴>> نادرست است.

سوال ۹

پاسخ: گزینه ۱

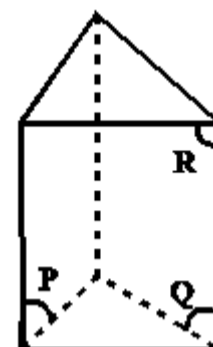
در شکل مقابل دو صفحه $ABCD$ و $DCGH$ هر دو بر صفحه $ADHE$ عمود هستند ولی این دو صفحه با یکدیگر متقاطع‌اند، بنابراین گزاره بیان شده در گزینه «۱» در حالت کلی درست نیست.



سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

سه صفحه دوجه دو متقاطع ممکن است هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند (مانند صفحه‌های P، Q و R در شکل مقابل)، بنابراین گزینه «۳» لزوماً صحیح نیست.



سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

حجم حاصل از دوران شکل صورت سؤال، برابر اختلاف حجم مخروط حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه و حجم نیمکره حاصل از دوران ربع دایره است. بنابراین داریم:

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (3)^2 \times 4 = 12\pi$$

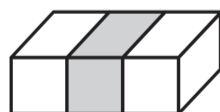
$$\text{حجم نیمکره} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi (2)^3 = \frac{1}{2} \times \frac{32\pi}{3} = \frac{16\pi}{3}$$

$$\text{حجم شکل حاصل} = 12\pi - \frac{16\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

سوال ۱۲

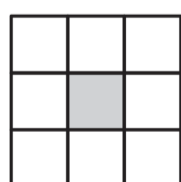
پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»



مکعب‌های کوچکی که در وسط یال‌ها قرار می‌گیرند، دو وجه رنگ شده دارند.

با توجه به اینکه مکعب دارای ۱۲ یال است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر ۱۲ می‌باشد.



از طرفی مکعب‌های کوچکی که در وسط وجه‌های مکعب اصلی قرار دارند، دارای تنها یک وجه رنگ شده‌اند. با توجه به اینکه مکعب دارای ۶ وجه است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر ۶ است.

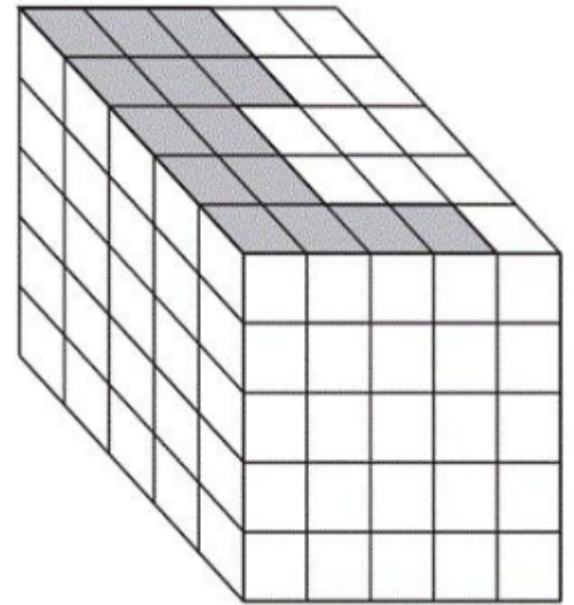
در نتیجه اختلاف تعداد این دو دسته از مکعب‌های کوچک، برابر $12 - 6 = 6$ است.

سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

اگر بخواهیم بیشترین تعداد مکعب های کوچک را برداریم تا نمای بالای مورد نظر حاصل شود باید تمام مکعب های کوچک را به جز مکعب های کوچکی که در ردیف آخر در زیر مکعب های هاشور خورده قرار دارند، برداریم که تعداد آنها برابر است با:

$$۱۲۵ - ۱۴ = ۱۱۱$$



سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

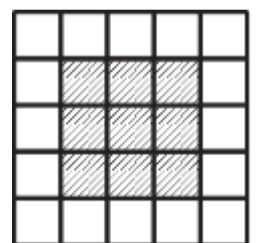
گزینه «۱»

مکعب هایی که در وسط یال ها قرار می گیرند دو وجه رنگ شده دارند. هر مکعب ۱۲ یال دارد. پس داریم:



$$۳۶ = ۱۲ \times ۳ = \text{تعداد مکعب هایی که دو وجه رنگ شده دارند}$$

مکعب هایی که در وسط وجه های مکعب اصلی قرار دارند، دارای تنها یک وجه رنگ شده هستند. هر مکعب ۶ وجه دارد. پس داریم:



$$۵۴ = ۶ \times ۹ = \text{تعداد مکعب هایی که یک وجه رنگ شده دارند}$$

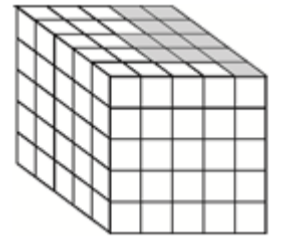
$$\frac{۳۶}{۵۴} = \frac{۲}{۳} \text{ بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:}$$

سوال ۱۵

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

برای آن که نمای بالای خواسته شده به دست آید باید حداقل تمام مکعب‌های هاشورخورده و مکعب‌های زیر آن برداشته شود یعنی حداقل $۱۱ \times ۵ = ۵۵$.

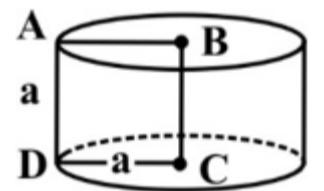


سوال ۱۶

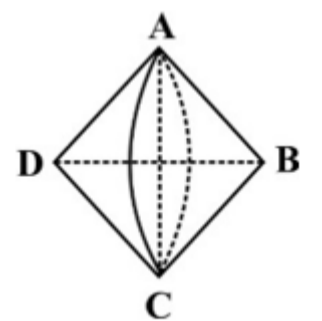
پاسخ: گزینه ۴

طول ضلع مربع را a در نظر می‌گیریم. می‌دانیم از دوران مربع حول یک ضلعش، استوانه‌ای به شعاع قاعده a و ارتفاع a به دست می‌آید، پس حجم آن برابر است با:

$$V_1 = (\text{ارتفاع}) \cdot (\text{مساحت قاعده}) = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$$



همچنین از دوران مربع حول یک قطرش، دو مخروط یکسان با شعاع قاعده $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ و ارتفاع $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ایجاد می‌شود، پس حجم شکل حاصل برابر است با:



$$V_2 = 2 \times \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi a^3}{\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

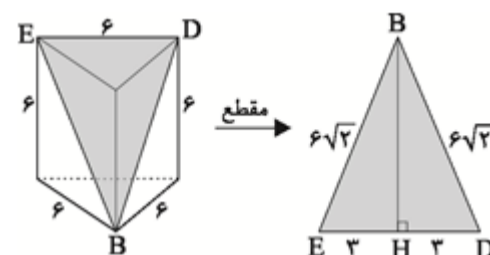
سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

$$BE = BD = 6\sqrt{2}$$

وجه‌های جانبی منشور که طول همه یال‌های آن برابر ۶ است، مربع‌هایی به ضلع ۶ می‌باشند، پس:



$$BH^2 = BD^2 - DH^2$$

$$= (6\sqrt{2})^2 - 3^2 = 72 - 9 = 63 \Rightarrow BH = 3\sqrt{7}$$

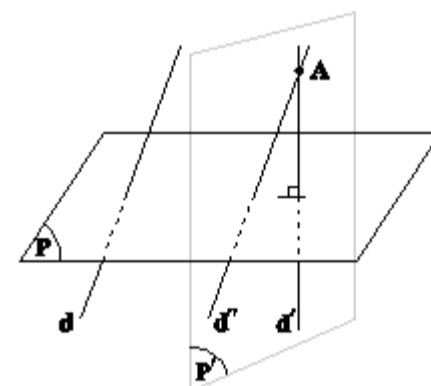
$$S_{BED} = \frac{1}{2} DE \cdot BH = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

از نقطه A، خط d' را عمود بر صفحه P و خط d'' را موازی خط d رسم می‌کنیم. هر صفحه عمود بر صفحه P و گذرنده از نقطه A، شامل خط d' و هر صفحه موازی با خط d و گذرنده از نقطه A، شامل خط d'' می‌باشد، بنابراین اگر صفحه گذرنده از d' و d'' را P' بنامیم، این صفحه گذرنده از A، بر صفحه P عمود بوده و با خط d موازی است.



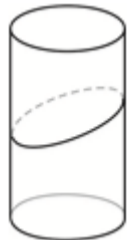
حال تنها در صورتی که d' و d'' بر هم منطبق باشند، بی‌شمار صفحه شامل d' و d'' می‌توان رسم کرد. این حالت وقتی که d ⊥ P باشد، اتفاق می‌افتد. در حالت‌های دیگر خطوط d' و d'' بر هم منطبق نیستند و در هر کدام از آنها تنها یک صفحه عمود بر صفحه P و موازی خط d می‌توان رسم کرد.

سوال ۱۹

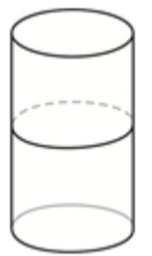
پاسخ: گزینه ۲

گزینه‌ی «۲»

همانند شکل‌های زیر، اگر صفحه مایل برخورد کند، بیضی، اگر صفحه افقی برخورد کند، دایره و اگر صفحه عمودی برخورد کند، مستطیل حاصل می‌شود.



صفحه مایل ← بیضی صفحه عمودی ← مستطیل

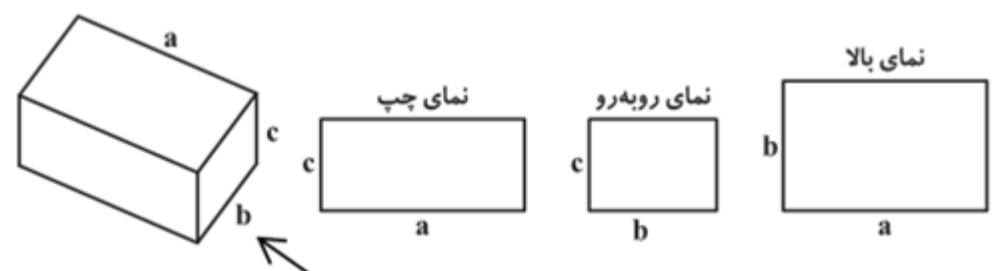


صفحه افقی ← دایره

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۲

بنا به فرض مجموع مساحت‌های نماهای چپ، بالا و روبه‌روی مکعب مستطیل داده شده برابر ۱۵ سانتی‌متر مربع است، پس داریم:



$$ac + bc + ab = 15$$

اما مساحت کل مکعب مستطیل به ابعاد a ، b و c برابر است با:

$$S_{\text{کل}} = 2(ab + ac + bc) = 2 \times 15 = 30$$

۶) کدام گزینه در فضا نادرست است؟

- ۱) اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، لزوماً دیگری را هم قطع می‌کند.
 ۲) اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، لزوماً دیگری را هم قطع می‌کند.
 ۳) اگر صفحه‌ای یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، لزوماً دیگری را هم قطع می‌کند.
 ۴) اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند.

۷) خط d ، صفحه P و نقطه A غیر واقع بر آن‌ها مفروض‌اند. در کدامیک از موارد زیر، بیش از یک خط یا صفحه می‌توان رسم کرد؟

- ۱) خطی که از A بگذرد و با d موازی باشد.
 ۲) خطی که از A بگذرد و بر صفحه P عمود باشد.
 ۳) خطی که از A بگذرد و با صفحه P موازی باشد.
 ۴) صفحه‌ای که از d بگذرد و بر P عمود باشد (در حالتی که d بر صفحه P عمود نیست).

۸) دو خطی که در یک صفحه قرار نگیرند، . . . نامیده می‌شوند.

۱) متقاطع (۱) ۲) متناظر (۲) ۳) موازی (۳) ۴) عمود بر هم (۴)

۹) دو صفحه P و Q بر هم عمودند. چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- الف) هر خط عمود بر یکی از این دو صفحه، با دیگری موازی است.
 ب) هر صفحه عمود بر یکی از این دو صفحه، با دیگری موازی است.
 پ) هر خط موازی با یکی از این دو صفحه، بر دیگری عمود است.
 ت) هر صفحه موازی با یکی از این دو صفحه، بر دیگری عمود است.

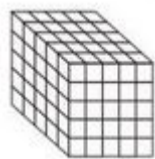
۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴)

۱۰) چه تعداد از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

- الف) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه فقط می‌توان یک خط بر آن صفحه عمود کرد.
 ب) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه فقط می‌توان یک صفحه بر آن عمود کرد.
 پ) اگر خطی بر یکی از خطوط صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

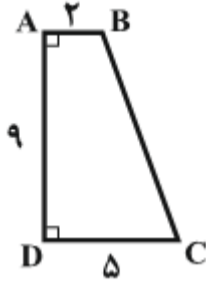
۱) صفر (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴)

۱۱) هر شش وجه شکل زیر را رنگ‌آمیزی کرده‌ایم. چند مکعب کوچک وجود دارد که فقط دو وجه آن رنگ شده باشد؟



۱) ۱۸ (۱) ۲) ۲۷ (۲) ۳) ۳۶ (۳) ۴) ۷۲ (۴)

۱۲) در شکل زیر، ذوزنقه قائم‌الزاویه ABCD را حول ضلع AD دوران داده و سپس شکل حاصل را با صفحه‌ای به موازات قاعده‌ها و به فاصله ۳ واحد از قاعده بزرگ برش می‌دهیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



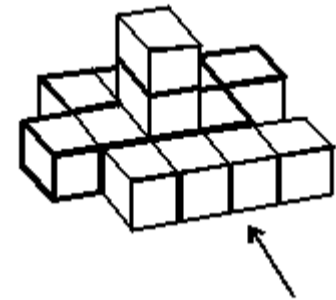
۱۶π (۲)

۲۰π (۴)

۹π (۱)

۱۲π (۳)

۱۳) اگر a تعداد مربع‌های واحد در نمای روبه‌رو و b تعداد مربع‌های واحد در نمای چپ شکل مقابل باشد، حاصل a+b کدام است؟



۱۲ (۲)

۱۶ (۴)

۱۰ (۱)

۱۴ (۳)

۱۴) سطح مقطع حاصل از تقاطع یک کره با صفحه‌ای به فاصله ۳ از مرکز آن، دایره‌ای به مساحت ۲۷π است. عدد حجم کره چند برابر عدد مساحت کره است؟

$\frac{۳}{۲}$ (۲)

$\frac{۳}{۴}$ (۴)

۲ (۱)

$\frac{۳}{۴}$ (۳)

۱۵) روی تمام وجه‌های تعدادی مکعب، حرف F را نوشته و ۹ تا از آنها را به صورت ستونی روی هم قرار می‌دهیم. چند حرف F دیده می‌شود؟ (اولین مکعب روی زمین قرار می‌گیرد.)



۳۸ (۱)

۳۹ (۲)

۳۶ (۳)

۳۷ (۴)

۱۶) مثلث متساوی الساقینی را حول قاعده آن دوران داده‌ایم. در این صورت دو مخروط با قاعده یکسان حاصل می‌شود که شعاع قاعده هر کدام از آن‌ها برابر است با ...

- (۱) طول قاعده مثلث
(۲) طول ارتفاع وارد بر قاعده
(۳) نصف مثلث
(۴) طول ساق مثلث

۱۷) یک لوزی به طول قطرهای ۴ و ۸ را حول قطر بزرگش دوران می‌دهیم. حجم حاصل از این دوران کدام است؟

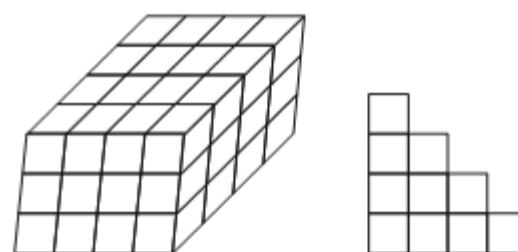
(۱) $\frac{4}{3}\pi$

(۲) $\frac{8}{9}\pi$

(۳) $\frac{32}{3}\pi$

(۴) $\frac{16}{9}\pi$

۱۸) از مکعب مستطیل مفروض می‌خواهیم تعدادی مکعب کوچک حذف کنیم تا نمای بالای آن به صورت شکل زیر درآید، اگر حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که لازم است حذف شوند به ترتیب برابر m و M باشند، حاصل $M-m$ کدام است؟



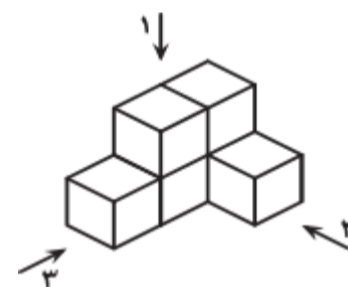
(۲) ۳۸

(۴) ۲۰

(۱) ۱۲

(۳) ۱۸

۱۹) اگر تعداد مربع‌های کوچک دیده شده از هر یک از نماهای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب با a ، b و c نشان دهیم، حاصل $a+b+c$ کدام است؟



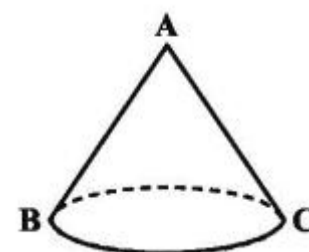
(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۴

۲۰) شکل زیر یک مخروط را نشان می‌دهد. اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد، مساحت مقطع ایجاد شده از برش این مخروط با صفحه‌ای که در وسط ارتفاع مخروط بر آن عمود می‌شود، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{3}$



آکادمی کوچینگ
منصور رخشان

مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: آزمون هندسه دهم فصل ۴ زماندار

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

سوال ۱

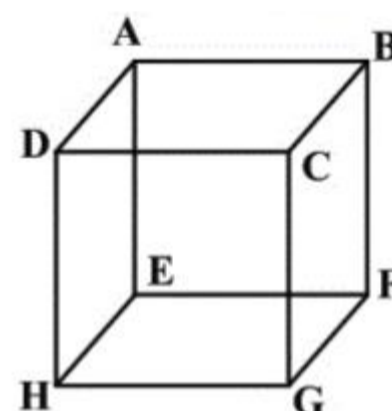
پاسخ: گزینه ۲

خطوط A_1A_3 و A_2A_4 قطعاً متناظر هستند، زیرا اگر موازی، متقاطع یا منطبق باشند، از این دو خط صفحه‌ای می‌گذرد که شامل هر ۴ نقطه A_1, A_2, A_3, A_4 خواهد بود. چون این ۴ نقطه طبق فرض سوال نباید با هم، هم‌صفحه باشند، پس حالت‌های گفته شده ممکن نیست و دو خط A_1A_3 و A_2A_4 قطعاً متناظر هستند.

سوال ۲

پاسخ: گزینه ۴

دو صفحه متمایز عمود بر یک خط، لزوماً موازی یکدیگرند.
به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به مکعب شکل زیر توجه کنید:



گزینه «۱»: دو خط AB و BC هر دو بر خط BF عمودند ولی این دو خط موازی یکدیگر نیستند.
گزینه «۲»: دو صفحه $ABCD$ و $CBFG$ هر دو بر صفحه $DCGH$ عمودند ولی این دو صفحه موازی یکدیگر نیستند.
گزینه «۳»: دو خط AB و BC هر دو موازی صفحه $EFGH$ هستند ولی این دو خط موازی یکدیگر نیستند.

سوال ۳

پاسخ: گزینه ۲

اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

سوال ۴

پاسخ: گزینه ۲

تعاریف (الف)، (ب) و (پ) به ترتیب متعلق به دو خط موازی، دو خط متقاطع و دو خط متناظر است.

سوال ۵

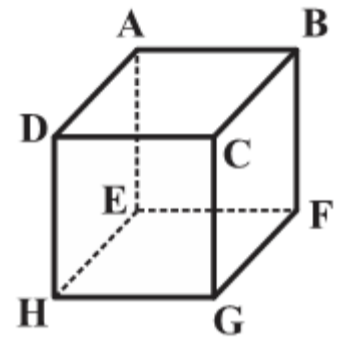
پاسخ: گزینه ۳

خط DH بر صفحه $ABCD$ عمود است و در نتیجه DH یا با هر صفحه عمود بر صفحه $ABCD$ موازی است و یا به تمامی درون آن قرار دارد.

سوال ۶

پاسخ: گزینه ۴

در شکل مقابل دو خط AB و CD موازی یکدیگرند و خط AE ، خط AB را قطع می‌کند ولی با خط CD متنافر است. بنابراین گزینه «۴» نادرست است.



سوال ۷

پاسخ: گزینه ۳

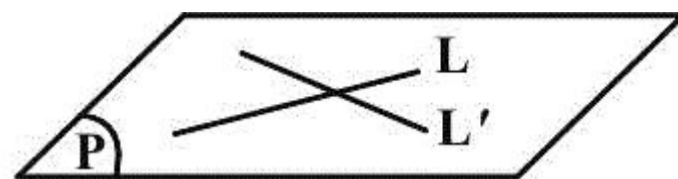
بررسی گزینه‌ها:

- گزینه «۱»: از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، یک و تنها یک خط موازی آن می‌توان رسم کرد.
- گزینه «۲»: از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه، یک و تنها یک خط می‌توان بر آن صفحه عمود کرد.
- گزینه «۳»: از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه، بی‌شمار خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد.
- گزینه «۴»: از هر خط غیر واقع بر یک صفحه که بر آن عمود نباشد، یک و تنها یک صفحه می‌توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشد.

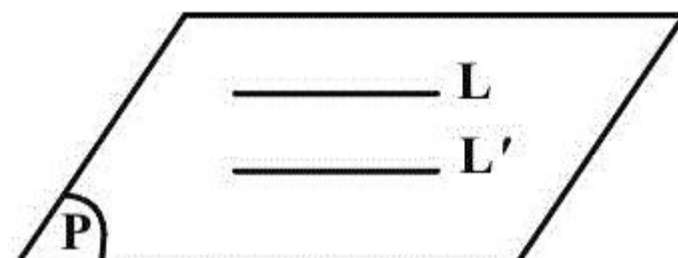
سوال ۸

پاسخ: گزینه ۲

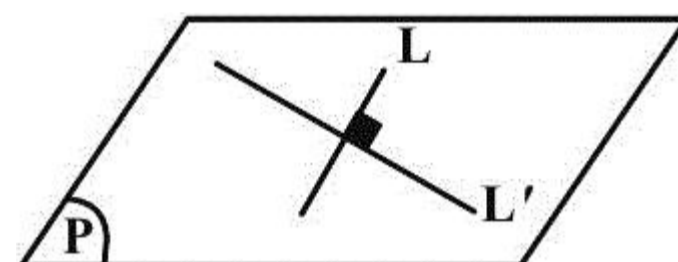
گزینه «۱»:



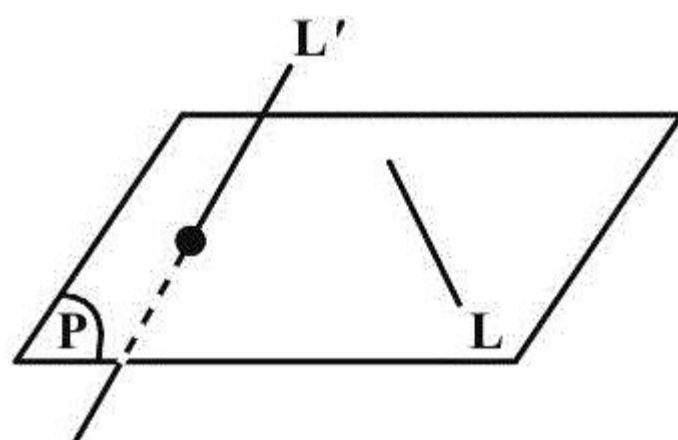
گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



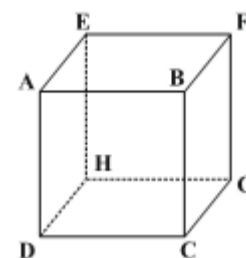
اما دو خط متناظر در یک صفحه قرار نمی‌گیرند:



سوال ۹

پاسخ: گزینه ۲

دو صفحه عمود بر هم ABCD و ABFE را در نظر بگیرید. گزاره «ب» نادرست است، زیرا مثلاً صفحه BFGC بر صفحه ABCD عمود است و با صفحه ABFE موازی نیست (صفحه BFGC بر صفحه ABFE عمود است).



گزاره «پ» نادرست است، زیرا مثلاً خط GH با صفحه ABCD موازی است و بر صفحه ABFE عمود نیست (خط GH موازی صفحه ABFE است).

گزاره‌های «الف» و «ت» همواره صحیح هستند.

سوال ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

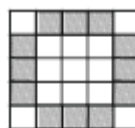
گزاره «الف» درست است.

گزاره «ب»: از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، می‌توان بی‌شمار صفحه بر آن عمود کرد.

گزاره «پ»: اگر خطی فقط بر یکی از خطوط صفحه‌ای عمود باشد، لزوماً بر آن صفحه عمود نیست. در واقع شرط عمود بودن خط بر صفحه آن است که خط موردنظر بر دو خط متقاطع از صفحه در محل تقاطع عمود باشد.

سوال ۱۱

پاسخ: گزینه ۳



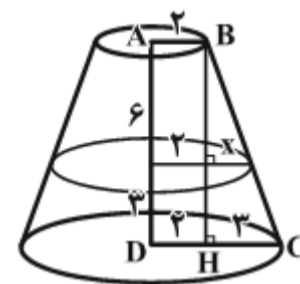
در هر کدام از وجوه این مکعب، مکعب‌های کوچکی که در شکل بالا هاشور خورده اند، دارای دو وجه رنگ شده‌اند. از طرفی هر کدام از این مکعب‌های کوچک به دو وجه مکعب بزرگ تعلق دارند. با توجه به اینکه مکعب دارای ۶ وجه است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر است با:

$$\frac{12 \times 6}{2} = 36$$

سوال ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

از دوران دوزنقه قائم‌الزاویه حول ارتفاع، یک مخروط ناقص به وجود می‌آید. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای موازی با قاعده‌های دوزنقه قائم‌الزاویه با این مخروط ناقص، یک دایره است.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث BHC داریم:

$$\frac{x}{3} = \frac{6}{9} \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$$

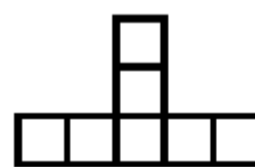
بنابراین مطابق شکل، شعاع دایره مورد نظر برابر ۴ است و در نتیجه مساحت سطح مقطع برابر است با:

$$S = \pi(4)^2 = 16\pi$$

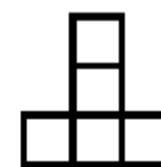
سوال ۱۳

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»



نمای روبه‌رو



نمای چپ

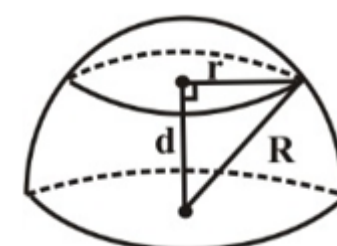
$$a = 7 \\ a + b = 12$$

$$b =$$

سوال ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

اگر شعاع دایره مقطع برابر r و فاصله صفحه مقطع از مرکز کره برابر d و شعاع کره برابر R باشد، آنگاه: $d^2 + r^2 = R^2$.



$$\pi r^2 = 27\pi \Rightarrow r = 3\sqrt{3} \Rightarrow R^2 = 3^2 + (3\sqrt{3})^2 = 36 \\ \Rightarrow R = 6 \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{R}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

سوال ۱۵

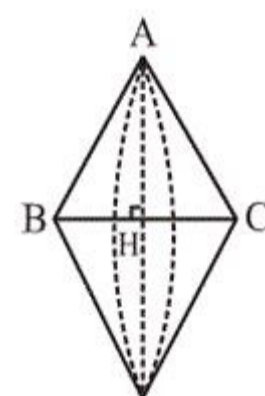
پاسخ: گزینه ۴

از مکعب بالایی ۵ وجه (تمام وجوه به جز وجه پایین آن) و از هر یک از مکعب‌های دیگر ۴ وجه (تمام وجوه به جز وجه‌های بالایی و پایینی) دیده می‌شود، بنابراین تعداد حرف‌های F مشاهده شده برابر است با:

$$۸ \times ۴ + ۵ = ۳۷$$

سوال ۱۶

پاسخ: گزینه ۲

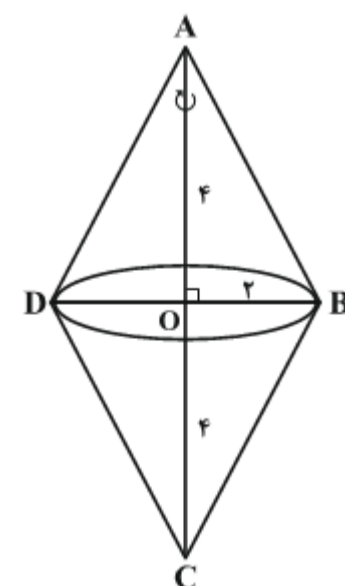


اگر مثلث متساوی‌الساقینی را حول قاعده آن دوران دهیم، آنگاه مطابق شکل دو مخروط با قاعده یکسان ایجاد می‌شود که شعاع قاعده هر کدام برابر طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث و ارتفاع هر کدام برابر نصف طول قاعده مثلث است.

سوال ۱۷

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»



مطابق شکل، از آن‌جا که در لوزی قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، از دوران قطر بزرگ لوزی دو مخروط که شعاع قاعده هر دو برابر $r = ۲$ و ارتفاع هر دو برابر $h = ۴$ است، تشکیل می‌شود. در نتیجه حجم شکل حاصل برابر است با:

$$V = ۲ \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = ۲ \left(\frac{1}{3} \pi (۲)^2 \times (۴) \right) = \frac{۳۲}{۳} \pi$$

سوال ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

اگر وجه بالایی مکعب مستطیل را به صورت زیر دسته‌بندی کنیم، واضح است که همه مکعب‌های خانه‌های b و مکعب‌های زیر آنها یعنی $۱۸ = ۳ \times ۶$ مکعب باید حذف شوند. بنابراین کمترین مقدار برابر $m = ۱۸$ است.

a_1	b_1	b_2	b_3
a_2	a_3	b_4	b_5
a_4	a_5	a_6	b_6
a_7	a_8	a_9	a_{10}

از طرفی حداقل تعداد مکعب‌های لازم در شکل برابر ۱۰ است (تعداد خانه‌های a در نمای بالا)، بنابراین حداکثر می‌توان $M = ۴۸ - ۱۰ = ۳۸$ مکعب را از شکل حذف نمود. در نتیجه $M - m = ۳۸ - ۱۸ = ۲۰$ است.

سوال ۱۹

پاسخ: گزینه ۲

شکل‌های دیده شده از هریک از نماهای (۱)، (۲) و (۳) به صورت زیر می‌باشد:



نمای (۱)

$$a = ۴$$

نمای (۲)

$$b = ۵$$

نمای (۳)

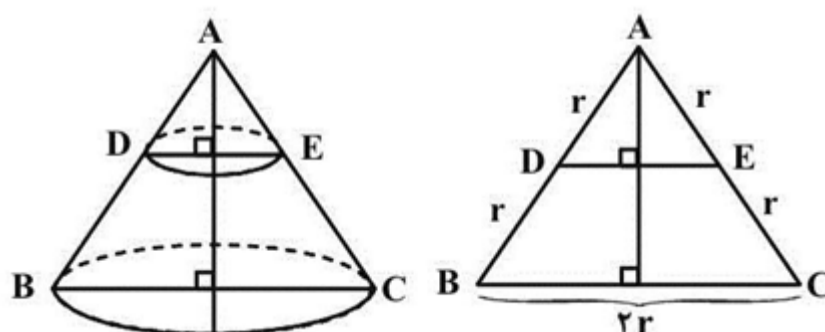
$$c = ۳$$

در نتیجه: $a + b + c = ۴ + ۵ + ۳ = ۱۲$

سوال ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

در مقطع ایجاد شده حاصل از برش، قطر دایره برابر r و شعاع دایره برابر $\frac{r}{۲}$ است. شعاع قاعده مخروط را r در نظر می‌گیریم، داریم:



با استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC ، به دست می‌آید $DE = \frac{1}{۲}BC = r$ ، پس جواب سؤال، برابر است با:

$$\frac{\pi \left(\frac{r}{۲}\right)^2}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲r)^2} = \frac{\frac{\pi r^2}{۴}}{\sqrt{۳}r^2} = \frac{\pi}{۴\sqrt{۳}}$$